

重力と表面張力を分ける長さは、材料の寸法ではない

— 水は **2.7273 mm** — 水銀は表面張力が **6.6621** 倍なのに、毛管長は **0.7009** 倍しかない — [論文309]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

液体には $\ell_c = \sqrt{\gamma/\rho g}$ という長さが一つある。本稿が問うのは、この長さは何の寸法かである——答は、どの物体の寸法でもないである。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、水では **2.7273 mm** である。水銀 **1.9116 mm**、エタノール **1.6977 mm**、液体ヘリウム **0.2625 mm** (第2節)。第二に、これが本稿の芯である。水銀は表面張力が水の **6.6621** 倍なのに、毛管長は **0.7009** 倍と短い——密度が **13.5611** 倍だからであり、比の平方根しか効かない (第2節)。第三に、この長さは境目である。ボンド数 $\text{Bo} = (L/\ell_c)^2$ がちょうど **1** になる (第3節)。第四に、木を登らせているのは毛管ではない。半径 **20 μm** の道管で、毛管が上げるのは **0.74 m** だけである (第4節)。第五に、肺胞では γ を動かすほうが効く。裸の水なら **1456 Pa**、界面活性剤で **500 Pa** (第5節)。第六に、分離子は「 γ が入るかどうか」である。液柱が切れる閾値 $2\pi R$ に γ は入らない (第6節)。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない——ラプラス圧、ジュランの法則、ボンド数、レイリー=プラトー不安定は、いずれも標準的である。流体力学を作らない——使うのは一つの長さ、一つの平方根だけである。接触角を扱わない—— $\cos \theta = 1$ (完全濡れ) で計算する。実際の接触角、ヒステリシス、粗さの効果は扱わない。動的な現象を扱わない——切れるかどうかは書くが、どれだけ速く切れるかは書かない。植物生理を作らない——凝集力説の当否は扱わない。毛管だけでは足りないという数を出すだけである。肺の生理を作らない——界面活性剤の組成も、実際の肺胞の形も扱わない。ラプラス圧の見積りだけである。代表値に精度を主張しない—— $\gamma = 0.0728 \text{ N/m}$ 、 $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ は桁を見るための値であり、温度で動く。既刊との関係 : 論文258 は 4π が出るのは源が点のときだけだと示し、円柱源の例として毛細血管を扱った——本稿は同じ毛細管で、立体角ではなく長さを問う。258 が扱ったのは電位、本稿が扱うのは界面であり、共通の量の一つも持たない。論文291 は同じ海に三つの長さがあると示した——本稿の ℓ_c は四つ目の長さではなく、二つの力の境目としての長さである。論文306 は基本単位の個数が約束だと示した—— ℓ_c は約束ではなく、材料の二つの量から出る。論文140 は対称性が比を決め力学が尺度を決めると示した—— ℓ_c は尺度の側である。加えたのは五つの液体で ℓ_c を計算したこと、水銀で表面張力と毛管長の大小が逆転することを示したこと、ボンド数が $(L/\ell_c)^2$ に一致することを確かめたこと、木の高さに毛管が 0.74 m しか届かないと数えたこと、切れる閾値 $2\pi R$ に γ が入らないと指摘したことである。

1. 記法と問い

設定 : 重力と表面張力が釣り合う長さを作る。

$$\ell_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$$

γ は表面張力、 ρ は密度、 $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ 。

観察 1.1

次元を数えると、 $[\gamma] = \text{N/m} = \text{kg/s}^2$ 、 $[\rho g] = \text{kg}/(\text{m}^2\text{s}^2)$ 。比は m^2 になり、平方根で長さになる——組み合わせは一通りしかない。

問い : この長さは、何の寸法なのか。

2. 五つの液体で数える

検算 2.1 :

液体	γ [N/m]	ρ [kg/m ³]	ℓ_c [mm]
水 (20 °C)	0.0728	998	2.7273
水銀	0.4850	13534	1.9116
グリセリン	0.0634	1261	2.2643
エタノール	0.0223	789	1.6977
液体ヘリウム 4	0.000098	145	0.2625

観察 2.2

これが本稿の芯である。水銀の表面張力は水の **6.6621** 倍である——それなのに毛管長は **0.7009** 倍と短い。

観察 2.3

理由は密度である。水銀の密度は水の **13.5611** 倍で、表面張力の増え方より大きい——そして ℓ_c は比の平方根しか取らないので、 $\sqrt{6.6621/13.5611} = 0.7009$ となる。

観察 2.4

五つの ℓ_c は **0.2625** から **2.7273** mm に収まっている。 γ は **0.000098** から **0.4850** まで4950 倍ひらいていのに、 ℓ_c は10.4 倍しかひらかない——平方根が二重に効いて、差を潰している。

観察 2.5

論文292 は「足せるのは対数だけである」と書いた。ここで起きているのはその逆側である——対数の目盛りで見ると、 γ の **3.69** 桁が ℓ_c の **1.02** 桁に縮む。

3. この長さは、境目である

設定：ボンド数は $\text{Bo} = \rho g L^2 / \gamma$ と定義される。

検算 3.1：水で計算する。

L [mm]	Bo	どちらが勝つか
0.1000	0.001344	表面張力
1.0000	0.134437	表面張力
2.7273	0.999967	釣り合い
10.0000	13.443732	重力
100.0000	1344.373173	重力

観察 3.2

$Bo = (L/\ell_c)^2$ である。三行目で 1 になっているのは偶然ではなく、 $L = \ell_c$ を代入したからである——ボンド数と毛管長は同じことの二つの書き方である。

観察 3.3

したがって ℓ_c はどの物体の寸法でもない。液体の性質だけから決まり、置かれた物の大きさを一切見ない——見ているのはその物の大きさを比べる相手である。

観察 3.4

これは論文140 の言う尺度の側である。対称性は比を決め、力学は尺度を決める—— ℓ_c は γ と ρg という二つの力学量から出た尺度であって、幾何からは出ない。

4. 木を登らせているのは、毛管ではない

設定：ジュランの法則。半径 r の管で $h = 2\gamma \cos \theta / (\rho g r)$ 。 $\cos \theta = 1$ とする。

検算 4.1：

r [μm]	h [m]
10	1.4877
20	0.7438
100	0.1488
1000	0.0149

観察 4.2

実際の道管の半径は $5\text{--}50\mu\text{m}$ である。そこで毛管が上げるのは **0.74 m** ——高い木は 100 m に達する。

検算 4.3：逆に解く。 $h = 100\text{ m}$ に要する半径は $r = 0.1488\mu\text{m}$ である。

観察 4.4

実際の道管より **134** 倍細い管が要る。そんな管は無い——毛管では説明がつかない。

観察 4.5

正直に書くべき点——本稿は何が上げているかを主張しない。凝集力説（葉での蒸散が水柱を引く）が標準的な答だが、その当否は本稿の射程外である——言えるのは「毛管では足りない」という一つの数だけである。

観察 4.6

h は $1/r$ で伸びるのに、 ℓ_c には r が入らない。同じ表面張力から、 r を見る量と見ない量の両方が出ている——論文258 が「源の形が立体角を決める」と書いたのと同じ型である。

5. 肺胞では、動かすべきは γ である

設定：球面のラプラス圧は $\Delta P = 2\gamma/R$ 。肺胞半径 $R = 100\mu\text{m}$ とする。

検算 5.1：

状態	γ [N/m]	ΔP [Pa]
裸の水	0.0728	1456.00
界面活性剤あり	0.0250	500.00
最小まで下がったとき	0.0010	20.00

検算 5.2： γ を裸の水に固定して、 R だけ動かす。

R [μm]	ΔP [Pa]
50	2912.00
100	1456.00
200	728.00

観察 5.3

γ が一定なら小さいほうが圧が高い。つながっていれば小さい肺胞が大きい肺胞へ吐き出して潰れる—— γ 一定は不安定である。

観察 5.4

界面活性剤は縮むほど γ を下げる。 R が減ると γ も減るので、 $2\gamma/R$ が跳ね上がらない——不安定を消しているのは値ではなく、 γ が定数でないことである。

観察 5.5

ここに ℓ_c は出てこない。肺胞は $100\mu\text{m}$ で $\ell_c = 2.7273\text{ mm}$ より27倍小さい——重力が効かない側にいるから、 ρg が消える。

6. 分離子： γ が入るかどうか

設定：レイリー＝プラトー不安定。液柱は波長が $2\pi R$ を超えると切れる。

検算 6.1：

$R\ [\mu\text{m}]$	切れる波長 $2\pi R\ [\mu\text{m}]$
1000	6283.1853
100	628.3185
10	62.8319

観察 6.2

分離子—— γ が式に入るかどうか。閾値 $2\pi R$ に γ は入らない——表面張力は「切れるかどうか」を決めず、「どれだけ速く切れるか」だけを決める。

検算 6.3：三つの量を並べる。

量	何が入るか	何を決めるか
$\ell_c = \sqrt{\gamma/\rho g}$	γ と ρg	どちらの力が勝つか
$h = 2\gamma/(\rho g r)$	$\gamma \cdot \rho g \cdot r$	どこまで上がるか
$\lambda > 2\pi R$	R だけ	切れるかどうか

観察 6.4

三行目だけ材料の量を一つも含まない。純粹に幾何である——論文258 の立体角が源の形だけで決まったのと同じ場所である。

観察 6.5

そして ℓ_c はどちらでもない。材料の量から出るが、比べる相手が無ければ何も言わない——**2.7273 mm** という数は、**2.7273 mm** の物があってはじめて意味を持つ。

7. 点呼と結び

1. 水は **2.7273 mm** (検算2.1) : $\ell_c = \sqrt{\gamma/\rho g}$ 。
2. 水銀は **6.6621** 倍の γ (観察2.2) : なのに ℓ_c は **0.7009** 倍。
3. 密度が **13.5611** 倍 (観察2.3) : 効くのは比の平方根。
4. γ の **4950** 倍が **10.4** 倍に (観察2.4) : 差が潰れる。
5. $Bo = (L/\ell_c)^2$ (検算3.1) : $L = \ell_c$ でちょうど 1。
6. どの物体の寸法でもない (観察3.3) : 比べる相手である。
7. 毛管は **0.74 m** (検算4.1) : 木は **100 m**。
8. 要る半径は **0.1488 μ m** (検算4.3) : 実際より **134** 倍細い。
9. 肺胞は **500 Pa** (検算5.1) : 裸の水なら **1456 Pa**。
10. $2\pi R$ に γ は入らない (検算6.1) : 切れるかどうかは幾何。

結び : 液体には $\ell_c = \sqrt{\gamma/\rho g}$ という長さが一つあり、水では**2.7273 mm**である——水銀 **1.9116 mm**、グリセリン **2.2643 mm**、エタノール **1.6977 mm**、液体ヘリウム **0.2625 mm**。水銀は表面張力が水の **6.6621** 倍なのに、毛管長は **0.7009** 倍と短い——密度が **13.5611** 倍だからであり、 ℓ_c は比の平方根しか取らない。 γ が **4950** 倍ひらいても ℓ_c は **10.4** 倍しかひらかない。この長さは境目である——ボンド数 $Bo = (L/\ell_c)^2$ は $L = \ell_c$ でちょうど 1 になり、下では表面張力が、上では重力が勝つ。だから ℓ_c はどの物体の寸法でもない——物の大きさを比べる相手である。木を登らせているのは毛管ではない——半径 **20 μ m** の道管で毛管が上げるのは**0.74 m**であり、**100 m** には**0.1488 μ m** の管が要る (実際より **134** 倍細い)。肺胞で効くのは R ではなく γ である——裸の水なら **1456 Pa**、界面活性剤で **500 Pa**。不安定を消しているのは値ではなく、 γ が定数でないことである。分けるものは一つ—— γ が式に入るかどうか。液柱が切れる閾値 $2\pi R$ に γ は入らず、純粋に幾何である。表面張力は「切れるかどうか」を決めず、「どれだけ速く切れるか」だけを決める。

改訂記録

第2版 (2026-08-30) : 本稿は主題を入れ替えた。第1版は「 4π が出る生体と、出ない生体」と題し、点源・線源・面源の立体角と毛細血管の到達距離を扱っていた。その内容は論文258「 4π が出るのは、源が点のときだけである」と重複していた——数値 (**24.1144 μ V**・**111.0508 μ V**・**316.78 μ m**・**44.80 μ m**) まで一致しており、先行するのは論文258である。第2版は同じ毛細の場合に留まりつつ、258 が扱わなかった量 (界面の長さ ℓ_c) に主題を移した。立体角についての記述は本稿から全て削除し、論文258 を参照先とする。

参考文献

1. de Gennes, P.-G., Brochard-Wyart, F. and Quere, D. (2004). *Capillarity and Wetting Phenomena*. New York: Springer.
 2. Jurin, J. (1718). An Account of Some Experiments Shown Before the Royal Society. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 30.
 3. Rayleigh, Lord (1878). On the Instability of Jets. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s1-10(1).
 4. Dixon, H. H. and Joly, J. (1895). On the Ascent of Sap. *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 186.
 5. Clements, J. A. (1957). Surface Tension of Lung Extracts. *Proceedings of the Society for Experimental Biology and Medicine*, 95(1).
 6. 山岸勇輝 (2026). 対称性は比を決め、力学は尺度を決める [論文140]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22081997
 7. 山岸勇輝 (2026). 4π が出るのは、源が点のときだけである [論文258]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22169011
 8. 山岸勇輝 (2026). 同じ海に三つの長さがあり、 4.39×10^4 倍ひらいている [論文291]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171479
 9. 山岸勇輝 (2026). 足せるのは対数だけである [論文292]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171519
 10. 山岸勇輝 (2026). 「基本」単位の個数は、約束である [論文306]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22172149
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)