

「保存する」には二つの根があり、ネーターは片方しか説明しない
— 振りを縮めるとエネルギーは **2.000000** 倍になるのに、 E/ω は動かない — 分けているのは対称
性ではなく、速さである — [論文310]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ
2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

体系はネーターの定理を **27** 編で引いてきた。本稿が問うのは、保存量はすべて対称性から来るのかである——
答は、来ないである。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、エネルギーが保存しない場面を作
る。振りの糸を **1.00 m** から **0.25 m** へゆっくり縮めると、 E は **2.000000** 倍になる（第2節）。第二に、これ
が本稿の芯である。それでも E/ω は動かない——ラグランジアンが時間に依存するのでネーターは何も与えな
い（第2節・第3節）。第三に、保存しているのは面積である。位相空間の楕円は形を変えて面積を変えない
（第4節）。第四に、分離子は速さである。 $\epsilon = 0.01$ でずれば **3.72×10^{-44}** —— ϵ のどの冪よりも小さい（第5
節）。第五に、同じ量が量子数である。 $E/\omega = (n + 1/2)\hbar$ であり、ゆっくり動かせば n は変わらない（第6
節）。第六に、二つの根は判定できる。論文**300**の基準（変数を動かしても一致し続けるか）にかけると別根と
出る（第7節）。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない——断熱不変量、作用変数、ネーターの定理、エーレンフェストの断熱仮説、磁気モーメントの断熱不変性は、いずれも標準的である。力学を作らない——使うのは一つの振り子と、一つの楕円の面積だけである。断熱不変量を証明しない—— E/ω が不変であることの証明には立ち入らない。数値で確かめ、何が分離子かだけを言う。ネーターの定理を証明しない——引くだけである。KAM 理論を扱わない——可積分でない系での不変量の生き残りは、本稿の道具では扱わない。量子力学の解釈を判定しない——第6節は $E/\omega = (n + 1/2)\hbar$ という代数的一致を指すだけであり、断熱定理の証明にも、測定の問題にも立ち入らない。熱力学の断熱と混同しない——本稿の「断熱」は「ゆっくり」の意味であり、熱の出入りのことではない。論文126 の積分因子とは別の話である。既刊との関係：体系はネーターの定理を 27 編・341 箇所まで引いてきた——本稿はその隣に、ネーターが説明しない保存量を置く。論文16 は「等号にも別根がある」を示した——本稿は「保存する」に別根があると示す。同じ型を、記号ではなく主張に当てる。論文300 は同根か別根かは判定できると示し、五つの基準を並べた——本稿はその基準を実際に一件に適用する。論文95 は規約と事実を分けた—— E/ω の不変性は規約ではなく事実であり、しかも近似的な事実である。論文180 は「古典極限」は一つの極限ではないと示した——第6節の「ゆっくり」ももう一つの極限である。加えたのは E が 2.000000 倍になるのに E/ω が動かないことを数で示したこと、位相空間の楕円で面積が保たれることを三例で確かめたこと、ずれが ε の冪ではなく $\exp(-1/\varepsilon)$ であることを 3.72×10^{-44} という数で出したこと、論文300 の判定基準を当てて別根と結論したことである。

1. 記法と問い

事実：体系はネーターの定理を 27 編・341 箇所まで引いてきた。連続対称性があれば保存量がある——これが保存の説明として使われてきた。

問い：保存量はすべて、対称性から来るのか。

観察 1.1

本稿の答は来ないである。対称性が破れていても保存する量がある——そしてそれは別の根から来ている。

2. エネルギーが保存しないのに、保存する量がある

設定：振り子の糸を、上からゆっくり引いて縮める。 $\omega = \sqrt{g/L}$ 、 $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ 。

検算 2.1： L を 1.00 m から 0.25 m へ。

量	$L = 1.00 \text{ m}$	$L = 0.25 \text{ m}$	比
$\omega \text{ [rad/s]}$	3.131557	6.263114	2.000000
E	—	—	2.000000
E/ω	—	—	1.000000
振幅 θ	—	—	2.828427

観察 2.2

エネルギーは保存していない。2.000000 倍に増えている——増えた分は糸を引いた仕事であり、糸は閉じていない。

観察 2.3

ここでネーターに聞いても何も返ってこない。糸を縮めるとラグランジアンがあらわに時間に依存する——時間並進対称性が破れているので、エネルギー保存則が出ない。

観察 2.4

これが本稿の芯である。それでも E/ω は動かない——対称性が無いところに、保存量がある。

観察 2.5

振幅は $L^{-3/4}$ で 2.828427 倍になる。 E の 2 倍とも ω の 2 倍とも違う三つ目の数である—— $2^{3/2}$ であり、 $E \propto \omega$ と $E \propto \omega^2 \theta^2$ を連立すれば出る。

3. ネーターの届く範囲と、届かない範囲

検算 3.1：二つの保存量を並べる。

ネーターの保存量		断熱不変量
何から出るか	連続対称性	ゆっくりさ
いつ成り立つか	厳密に、いつでも	近似的に、ゆっくりなら
対称性は要るか	要る	要らない
破れる条件	対称性を壊す	速く動かす

観察 3.2

四行とも答が違う。同じ「保存する」という語が、二つの別の事情を指している——論文16が「等号にも別根がある」と書いたのと同じ型である。

観察 3.3

ネーターは何が保存するかを教えるが、保存量がこれで全部だとは言わない。定理は十分条件であって必要条件ではない——「対称性が無いから保存量も無い」は、定理から出ない。

観察 3.4

ここは注意して書くべき点である——断熱不変量が「対称性と無関係」だとは言っていない。ゆっくり動かす極限では近似的な対称性が現れると読むこともできる——言えるのは、厳密な対称性が無くても成り立つということだけである。

4. 保存しているのは、面積である

設定：調和振動子の位相空間の軌道は楕円である。半軸は $\sqrt{2E/m\omega^2}$ と $\sqrt{2mE}$ 。 $m = 1$ とする。

検算 4.1：

E	ω	半軸1	半軸2	面積/ 2π
1.0	1.0	1.414214	1.414214	1.000000
2.0	2.0	1.000000	2.000000	1.000000
4.0	4.0	0.707107	2.828427	1.000000

観察 4.2

楕円は細長くなっていく——半軸1は 1.414214 → 0.707107、半軸2は 1.414214 → 2.828427。形は変わり、面積は変わらない。

観察 4.3

$J = \frac{1}{2\pi} \oint pdq = E/\omega$ である。断熱不変量は「量」ではなく「面積」である——だからエネルギーの目盛りが動いても平気なのである。

観察 4.4

ネーターの保存量は一次形式の積分（運動量・角運動量）から出るが、 J は二次元の面積である。数学的な出どころが違う——ここが「別根」の実体である。

5. 分離子：どれだけゆっくりか

設定： $\epsilon = (dL/dt)/(L\omega)$ を「ゆっくりさ」の尺度にする。 L を 1 m から 0.25 m まで縮める時間を変える。

検算 5.1：

縮める時間 [s]	ε
0.1	2.394975
1	0.239497
10	0.023950
100	0.002395
1000	0.000239

観察 5.2

分離子——どれだけゆっくり動かすか。速く動かせば E/ω は壊れる——0.1 秒で縮めれば $\varepsilon = 2.394975$ で、もはや「ゆっくり」ではない。

検算 5.3：なめらかに（解析的に）動かす場合、ずれは ε の冪ではなく $\exp(-c/\varepsilon)$ である。

ε	$\exp(-1/\varepsilon)$
0.10	4.5400×10^{-5}
0.05	2.0612×10^{-9}
0.01	3.7201×10^{-44}

観察 5.4

$\varepsilon = 0.01$ でのずれは 3.72×10^{-44} —— ε のどの冪よりも小さい ($\varepsilon^{10} = 10^{-20}$ でさえ、これよりはるかに大きい)。

観察 5.5

これが「厳密に見える」理由である。実験の精度で見分けがつかないほど小さい——しかしゼロではない。ネーターの保存量とはここが決定的に違う。

観察 5.6

論文190 は「稀」は対数の目盛りで測ると書いた。 $\exp(-1/\varepsilon)$ はその極端な例である—— ε を 10 分の一にすると、指数が10 倍になる。

6. 同じ量が、量子数である

設定：量子調和振動子は $E = (n + 1/2)\hbar\omega$ 。

検算 6.1：

n	E/ω
0	0.500000 $\hbar$
1	1.500000 $\hbar$
2	2.500000 $\hbar$
10	10.500000 $\hbar$

観察 6.2

断熱不変量 E/ω が、そのまま量子数である。 $\hbar$ を単位にして測った E/ω が $n + 1/2$ になる——ゆっくり ω を動かせば n は変わらない。

観察 6.3

エーレンフェスト 1917 の断熱仮説はこれを逆向きに使った——「量子化してよいのは断熱不変量である」。古典力学の側から、何を整数にすべきかを選んだのである。

観察 6.4

体系はエーレンフェストを 7 編 (56・57・58・64・69・180・253) で引いてきた——すべて次元の安定性か、エーレンフェストの定理の文脈である。同じ年の、同じ人の、もう一つの仕事がここにある。

観察 6.5

分離子は量子側でも同じである——ゆっくり動かせば n は変わらず、速く動かせば変わる。古典と量子で、同じ一つの条件が効いている。

7. 別根であることは、判定できる

観察 7.1

論文300 は「同根か別根かは判定できる」と書き、五つの基準を並べた。ここで実際に当てる。

検算 7.2 :

基準	結果
変数を動かしても一致し続けるか（論文31）	いいえ。速く動かすと断熱側だけ壊れる
恒等性を保つ対応があるか（論文56）	いいえ。翻訳の構成が無い
同じ極限から出るか	いいえ。片方は極限を取らない
数学的な出どころ	一次形式 対 面積

観察 7.3

四つとも「いいえ」である。同じ「保存する」という語の下に、別根が二つある——論文300 の基準ははっきり別根と判定する。

観察 7.4

もう一つ実例を挙げる。荷電粒子の磁気モーメント $\mu = mv_{\perp}^2/2B$ も断熱不変量である—— B が 10 倍になると $v_{\perp}$ は $\sqrt{10} = 3.162278$ 倍になり、 $v_{\parallel}$ が減る。

検算 7.5 : 磁気ミラーの損失錐。 $\sin^2 \alpha < B_{\min}/B_{\max}$ の粒子は逃げる。

ミラー比	損失錐の半頂角
2	45.0000 度
5	26.5651 度
10	18.4349 度

観察 7.6

ここでも対称性は要らない——磁場は場所によって違い、粒子から見れば時間に依存している。それでも μ は動かない。

観察 7.7

正直に書くべき点——断熱不変量が「ネーターより一般的だ」とは言っていない。ネーターは厳密で、断熱不変量は近似的である——強さと適用範囲を交換しているだけであり、どちらが上位ということはない。

8. 点呼と結び

1. E は 2.000000 倍 (検算2.1)：エネルギーは保存しない。
2. E/ω は 1.000000 (検算2.1)：それでも保存する量がある。
3. ネーターは何も返さない (観察2.3)：時間並進対称性が破れている。
4. 振幅は 2.828427 倍 (観察2.5)：三つ目の数。
5. 四行とも答が違う (検算3.1)：同じ語が二つの事情を指す。
6. 面積/ 2π は 1.000000 (検算4.1)：形は変わり、面積は変わらない。
7. ずれは 3.72×10^{-44} (検算5.3)： ε のどの冪よりも小さい。
8. $E/\omega = (n + 1/2)\hbar$ (検算6.1)：不変量がそのまま量子数。
9. 四基準とも「いいえ」 (検算7.2)：論文300 の基準で別根。
10. 損失錐は 18.4349 度 (検算7.5)：ミラー比 10 で。

結び：体系はネーターの定理を 27 編・341 箇所で引いてきた——連続対称性があれば保存量がある、と。だが保存量がそれで全部だとは、定理は言っていない。振り子の糸を 1.00 m から 0.25 m へゆっくり縮めると、 E

は **2.000000** 倍になる——糸を引いた仕事が入るからで、ラグランジアンが時間に依存し、ネーターは何も返さない。それでも E/ω は動かない。保存しているのは量ではなく面積である——位相空間の楕円は半軸が $1.414214 \rightarrow 0.707107$ と $1.414214 \rightarrow 2.828427$ に変わりながら、面積/ 2π は **1.000000** のままである。分けるものは一つ——どれだけゆっくり動かすか。なめらかに動かせばずれは ε の冪ではなく $\exp(-1/\varepsilon)$ で、 $\varepsilon = 0.01$ では **3.72×10^{-44}** —— ε のどの冪よりも小さい。だから厳密に見える。しかしゼロではない。同じ量が量子側では量子数である—— $E/\omega = (n + 1/2)\hbar$ であり、エーレンフェスト 1917 はこれを逆に使って「量子化してよいのは断熱不変量である」と置いた。論文300 の判定基準を当てると、四つとも「いいえ」が返る——同じ「保存する」の下に、別根が二つある。ネーターは厳密で狭く、断熱不変量は近似的で広い——強さと適用範囲を交換しているだけであり、どちらが上位ということはない。

改訂記録

第2版 (2026-08-30)：本稿は主題を入れ替えた。第1版は「計算できない」の示し方は三つあり、同値性は定理だが、テーゼは定理ではない」と題していたが、その内容は論文260「同値性は定理であり、テーゼは定理ではない」と重複していた——三つの出発点、定理とテーゼの身分の差、アッカーマン関数 $A(4, 2)$ の 19729 桁まで一致しており、先行するのは論文260 である。第2版は計算可能性の主題を全て削除し、論文260 を参照先とする。入れ替えた主題（断熱不変量）は、体系の最も重い錨であるネーターの定理（27 編・341 箇所）の隣が空いていたことから選んだ。

参考文献

1. Ehrenfest, P. (1917). Adiabatic Invariants and the Theory of Quanta. *Philosophical Magazine*, 33(198).
2. Noether, E. (1918). Invariante Variationsprobleme. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Gottingen*.
3. Landau, L. D. and Lifshitz, E. M. (1976). *Mechanics*, 3rd edition. Oxford: Butterworth-Heinemann.
4. Arnold, V. I. (1989). *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, 2nd edition. New York: Springer.
5. Born, M. and Fock, V. (1928). Beweis des Adiabatenatzes. *Zeitschrift für Physik*, 51(3-4).
6. Northrop, T. G. (1963). *The Adiabatic Motion of Charged Particles*. New York: Interscience.
7. 山岸勇輝 (2026). 等号にも別根がある — 第3版：山岸全同期方程式が結んでいたもの [論文16]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
8. 山岸勇輝 (2026). 規約と事実を分ける — ポアンカレの規約主義と、体系の「足場」(c の定義値・単位の約束) [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
9. 山岸勇輝 (2026). 積分因子の存在は、温度を与えない [論文126]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079437
10. 山岸勇輝 (2026). 「古典極限」は一つの極限ではない [論文180]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22099046
11. 山岸勇輝 (2026). 「稀」は、対数の目盛りで測る [論文190]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22106182

12. 山岸勇輝 (2026). 同値性は定理であり、テーゼは定理ではない [論文260]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22169292
13. 山岸勇輝 (2026). 三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)