

長く測れば下がる雑音と、下がらない雑音がある

— $1\text{ k}\Omega$ で熱とショットが入れ替わるのは $51.70\mu\text{A}$ — 白色は $\tau^{-1/2}$ で落ち、 $1/f$ は平坦のまま —

[論文312]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

「雑音が多い」という一語は、機構の違う複数の量を指している。本稿が問うのは、長く測れば必ず下がるのかである——答は、下がらないものがあるである。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、熱雑音は抵抗だけで決まる。 300 K で 50Ω なら 0.910 、 $1\text{ k}\Omega$ なら $4.070\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ (第2節)。第二に、ショット雑音は電流だけで決まる。 $1\text{ k}\Omega$ で両者が入れ替わるのは $51.70\mu\text{A}$ (第3節)。第三に、これが本稿の芯である。白色雑音は $\tau^{-1/2}$ で落ちるが、 $1/f$ は平坦のまま動かない (第4節)。第四に、 $\tau = 1000\text{ s}$ で 31.6 倍の差がつく (第4節)。第五に、「雑音」は四つあり、要る対策が違う (第5節)。第六に、分離子は「平均時間で下がるか」である (第6節)。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない——ジョンソン＝ナイキストの熱雑音、ショットキーのショット雑音、 $1/f$ 雑音、アラン分散は、いずれも標準的である。雑音の理論を作らない——使うのは二つの公式と、一つの交点だけである。 $1/f$ の起源を論じない—— $1/f$ がなぜ生じるかは未解決であり、本稿は立ち入らない。アラン分散での振る舞いだけを引く。推定を扱わない——雑音の中から信号を取り出す方法は論文106 が扱った。本稿は取り出す前の、床の側だけを見る。測定器の設計を論じない——増幅器の雑音指数も、遮蔽も、接地も扱わない。代表値に精度を主張しない—— $T = 300\text{ K}$ は桁を見るための値である。既刊との関係：論文78 は摩擦と散逸が粗視化であることを示し、揺動散逸定理で熱雑音と摩擦が同じ結合の二つの顔だと書いた——本稿はその機構には立ち入らず、床の高さと、時間による下がり方だけを扱う。78 は「なぜ在るか」、本稿は「どれが効くか」である。論文106 はウィーナー・フィルタで雑音から信号を取り出した——本稿は取り出す対象の側を数える。論文266 はジョンソン＝ナイキストの熱雑音と、標本化のナイキストは同じ人名の別の仕事だと明記した——本稿の Nyquist は前者である。論文252 は「情報量」が四つあると数えた——本稿は「雑音」を四つ数える。同じ型である。論文255 は精度が二つあり、回数で減るのは片方だけだと示した——本稿は回数で減らない雑音を出す。255 の「ばらつきは $\sigma/\sqrt{n}$ で減る」に、例外がある。加えたのは三つの抵抗で熱雑音を計算したこと、熱とショットの交点を $51.70\mu\text{A}$ と出したこと、アラン分散で白色と $1/f$ の分かれ方を数で並べたこと、四つの雑音を対策とともに表にしたことである。

1. 記法と問い

設定：測定「床」を決める雑音を考える。 $k_B = 1.380649 \times 10^{-23}\text{ J/K}$ 、 $q = 1.602176634 \times 10^{-19}\text{ C}$ 、 $T = 300\text{ K}$ 。

観察 1.1

測定を繰り返せばばらつきは $\sigma/\sqrt{n}$ で減る——論文255 が書いたとおりである。本稿はその例外を探す。

問い：長く測れば、雑音は必ず下がるのか。

2. 熱雑音は、抵抗だけで決まる

設定：ジョンソン＝ナイキストの熱雑音は $v_n = \sqrt{4k_B T R}$ (単位帯域あたり)。

検算 2.1：

$R [\Omega]$	$v_n [\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}]$
50	0.910
1000	4.070
10^6	128.716

観察 2.2

R が 20000 倍になっても v_n は **141.4** 倍にしかない——平方根だからである。

観察 2.3

ここに電流が入っていない。回路に電流を流さなくても、抵抗があれば雑音がある——論文78 の言い方をすれば、摩擦がある以上、揺動もある。

観察 2.4

そして周波数が入っていない。どの周波数でも同じ大きさ——白色である——この性質が第4節で効く。

3. ショット雑音は、電流だけで決まる

設定：ショットキーのショット雑音は $i_n = \sqrt{2qI}$ (単位帯域あたり)。電荷が離散であることから出る。

検算 3.1 :

$I [\text{A}]$	$i_n [\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}]$
10^{-6}	5.6607×10^{-13}
10^{-3}	1.7901×10^{-11}
1	5.6607×10^{-10}

観察 3.2

ここには温度が入っていない。絶対零度でもショット雑音は消えない——熱ではなく、粒であることから出ている。

検算 3.3：二つが等しくなる電流を求める。 $2qIR^2 = 4k_BTR$ より $I = 2k_BT/(qR)$ 。

$R [\Omega]$	交点の I
1000	$5.1704 \times 10^{-5} \text{ A} = 51.70 \mu\text{A}$

観察 3.4

$51.70 \mu\text{A}$ より下では熱雑音が、上ではショット雑音が床を決める。同じ回路で、電流を変えるだけで支配者が入れ替わる——どちらが「その回路の雑音」かは、回路だけでは決まらない。

観察 3.5

そして二つとも白色である。機構は違う（片方は熱、片方は離散性）のに、時間に対する振る舞いは同じ——ここまでは平均すれば下がる。

4. 芯：平均しても下がらない雑音がある

設定：アラン分散は、平均時間 τ ごとの平均を取り、隣り合う平均の差のばらつきを見る道具である。雑音の種類ごとに τ 依存が違う。

検算 4.1：相対値で並べる（ $\tau = 1$ を 1 とする）。

τ [s]	白色雑音 $\propto \tau^{-1/2}$	$1/f$ 雑音
1	1.00000	1.00000
10	0.31623	1.00000
100	0.10000	1.00000
1000	0.03162	1.00000

観察 4.2

これが本稿の芯である。右の列が動かない—— τ を 1000 倍にしても一切下らない。

観察 4.3

$\tau = 1000\text{ s}$ で**31.6** 倍の差がついている。最初は同じ大きさだったのに、長く測るほどひらく——短時間では見分けがつかない。

観察 4.4

したがって論文255の「ばらつきは $\sigma/\sqrt{n}$ で減る」には例外がある。 $1/f$ が床のとき、回数を増やしても減らない——255が「偏りは回数で消えない」と書いたのと同じ場所に、もう一つの消えないものがある。

検算 4.5：三者を並べる。

雑音	スペクトル	アラン分散の τ 依存
熱雑音	白色	$\tau^{-1/2}$
ショット雑音	白色	$\tau^{-1/2}$
$1/f$	$\propto 1/f$	平坦
ランダムウォーク	$\propto 1/f^2$	$\tau^{+1/2}$ (増える)

観察 4.6

四行目は増える。長く測るほど悪くなる——最適な測定時間が存在することになる。

観察 4.7

正直に書くべき点—— $1/f$ がなぜ生じるかは、本稿では説明しない。起源は今も一般には未解決であり、系ごとに別の機構が提案されている——本稿が使うのは τ 依存という測定上の事実だけである。

5. 「雑音」は四つあり、要る対策が違う

検算 5.1 :

雑音	何で決まるか	消せるか	有効な手
熱雑音	R と T	冷やせば減る	抵抗を下げる・冷却
ショット雑音	I のみ	冷やしても減らない	電流を下げる
$1/f$	素子・工程	平均では減らない	変調して周波数を上げる
外来雑音	環境	原理的に消せる	遮蔽・接地・差動

観察 5.2

四つとも有効な手が違う。冷やすのは一行目にしか効かず、長く測るのは三行目に効かない——「雑音を減らす」という一語で括ると、間違った手を打つ。

観察 5.3

三行目の対策が特徴的である。 $1/f$ は低い周波数で大きいので、信号のほうを高い周波数へ動かす——雑音を減らすのではなく、雑音の小さい場所へ逃げる。

観察 5.4

論文252 は「情報量」が四つあり要るものが違うと書いた。同じ形が雑音にもある——一語が四つの量を覆っていて、対策だけが四つに分かれている。

6. 分離子：平均時間で下がるか

観察 6.1

分離子——平均時間を延ばすと下がるかどうか。

	下がるか	理由
熱・ショット（白色）	下がる	相関が無いので $\sqrt{\tau}$ で平均される
$1/f$	下がる	どの時間尺度にも同じだけ揺らぎがある
ランダムウォーク	上がる	長時間ほど大きく漂う

観察 6.2

$1/f$ が下がる理由は、名前がそのまま言っている—— $1/f$ は対数目盛りで平らである。どの十倍区間にも同じだけの力がある——時間尺度を変えても景色が変わらない。

観察 6.3

論文190 は「稀」は対数の目盛りで測ると書き、論文292 は足せるのは対数だけだと書いた。 $1/f$ はその目盛りで一様な雑音である——だから対数の言葉でしか特徴づけられない。

検算 6.4：論文300 の判定基準を、熱雑音とショット雑音に当ててみる。どちらも白色で、式の形も似ている——同根か。

基準	結果
変数を動かしても一致し続けるか	いいえ。 T を下げると熱だけ消える
同じ量が入っているか	いいえ。 T 対 q
一方から他方が出るか	いいえ。平衡と非平衡である
τ 依存	はい。どちらも $\tau^{-1/2}$

観察 6.5

三つ「いいえ」、一つ「はい」である。機構は別根だが、時間に対する振る舞いは同じ——同じ振る舞いをするとは、同じ根を持つことではない（論文300）。

観察 6.6

そして測る側にとっては、この「はい」だけが効く——床を下げたい人にとって、 $\tau^{-1/2}$ かどうかはすべてである。機構の別根と、対策の同根が、ここで食い違っている。

7. 点呼と結び

1. $1\text{ k}\Omega$ で $4.070\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ （検算2.1）：電流は入らない。
2. R が 20000 倍で 141.4 倍（観察2.2）：平方根。
3. ショットに温度は入らない（観察3.2）：離散性から出る。
4. 交点は $51.70\mu\text{A}$ （検算3.3）：支配者が入れ替わる。
5. $1/f$ は平坦（検算4.1）： τ を 1000 倍にしても動かない。
6. $\tau = 1000\text{ s}$ で 31.6 倍（観察4.3）：長く測るほどひらく。
7. ランダムウォークは増える（検算4.5）：最適な測定時間がある。
8. 四つとも有効な手が違う（検算5.1）：冷やすのは一行目だけ。
9. $1/f$ は逃げるしかない（観察5.3）：変調して周波数を上げる。
10. 三「いいえ」一「はい」（検算6.4）：機構は別根、振る舞いは同じ。

結び：「雑音が多い」という一語は、機構の違う複数の量を指している。熱雑音は $\sqrt{4k_B T R}$ で抵抗と温度だけで決まり、 $300\text{ K} \cdot 1\text{ k}\Omega$ で $4.070\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ——ショット雑音は $\sqrt{2qI}$ で電流だけで決まり、温度が入らない

(絶対零度でも消えない)。1 k Ω で両者が入れ替わるのは **51.70 μ A**——どちらが「その回路の雑音」かは、回路だけでは決まらない。そして本稿の芯は、長く測ったときの振る舞いである——白色雑音はアラン分散で $\tau^{-1/2}$ で落ちるが、1/ f は平坦のまま一切下がらない。 $\tau = 1000$ s で **31.6** 倍の差がつく。ランダムウォークに至っては増える——最適な測定時間が存在する。「雑音」は四つあり、有効な手が四つとも違う——冷やすのは熱雑音にしか効かず、長く測るのは 1/ f に効かない。1/ f には、変調して周波数を上げて逃げるしかない。分けるものは一つ——平均時間を延ばすと下がるかどうか。1/ f が下がらない理由は名前がそのまま言っている——対数目盛りで平らであり、どの十倍区間にも同じだけの力がある。時間尺度を変えても景色が変わらない。最後に一つ——熱雑音とショット雑音は論文300の基準で別根（温度を下げると片方だけ消える）なのに、 τ 依存だけが一致している。機構の別根と、対策の同根が食い違っているのであり、床を下げたい人にとっては、その一致だけが効く。

参考文献

1. Johnson, J. B. (1928). Thermal Agitation of Electricity in Conductors. *Physical Review*, 32(1).
 2. Nyquist, H. (1928). Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors. *Physical Review*, 32(1).
 3. Schottky, W. (1918). Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern. *Annalen der Physik*, 362(23).
 4. Allan, D. W. (1966). Statistics of Atomic Frequency Standards. *Proceedings of the IEEE*, 54(2).
 5. Voss, R. F. and Clarke, J. (1976). Flicker Noise in Equilibrium. *Physical Review B*, 13(2).
 6. van der Ziel, A. (1986). *Noise in Solid State Devices and Circuits*. New York: Wiley.
 7. 山岸勇輝 (2026). 摩擦と散逸は粗視化である — 揺動散逸定理を橋として [論文78]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21731937
 8. 山岸勇輝 (2026). 雑音から信号を取り出す — ウィーナーのフィルタ・サイバネティクスと、逆問題の統計版 [論文106]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836984
 9. 山岸勇輝 (2026). 「稀」は、対数の目盛りで測る [論文190]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22106182
 10. 山岸勇輝 (2026). 「情報量」は四つあり、要るものが違う [論文252]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22161148
 11. 山岸勇輝 (2026). 「精度」は二つあり、較正で消えるのは一方だけ [論文255]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22168883
 12. 山岸勇輝 (2026). 標本化定理は正しく、その前提は決して満たされない [論文266]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22169765
 13. 山岸勇輝 (2026). 三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
-

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)