

山岸・統合バジェットキャンバス理論 — QCDトポロジカル電荷と重力 ポントリャーギン密度に共通する $32\pi^2$ ：指数の規格化としての解釈 — [論文32]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年7月

— From thinking to syncing. —

要 旨

本稿は、ミクロの量子色力学（QCD）におけるインスタントン・トポロジカル電荷密度 $q(x)$ と、マクロの一般相対性理論における時空曲率のポントリャーギン密度 $q_{\text{grav}}(x)$ の分母に共通して出現する幾何学的定数 $32\pi^2$ の起源を解明する。山岸質量パッチ $m = 4\pi$ による因子分解 $32\pi^2 = 2 \times (4\pi)^2$ を与え、両者に同じ定数が現れる理由を検討する。

【第2版における重要な確認：この一致は本物である】：本体系において $16\pi^2$ や $32\pi^2$ が複数の文脈に現れる場合、その多くは起源を異にする偶然の数値的一致であり統合してはならない（誤りパターンC。論文22・29・30・45・48を参照）。しかし本稿の一致は例外であり、統合が正当化される。QCDのインスタントン数と重力のポントリャーギン指数はともにチャーン・ポントリャーギン特性類の指数を整数に規格化するものであり、 $32\pi^2$ が共通するのは同一の数学的構造に由来する（第4節）。本点検で見出された唯一の正当な統一例である。

【第2版における撤回】：他方、初版が主張した $32\pi^2 \rightarrow 2c^2n$ （VRAM描画バジェット）への置換は撤回する。初版自身の同期式から従うのは $2n$ であって $2c^2n$ ではなく、 c^2 は $1/v^2$ を落としたことによる余剰因子である。加えて $32\pi^2$ は無次元だが $2c^2n$ は無次元でない（第3節）。

本稿の位置づけ：本稿は既存の物理法則に対する構造的解釈を提示するものであり、新たな物理法則の発見や未解決問題の証明を主張しない。単位系についての注記：本稿における $m = 4\pi$ 等の代入は自然単位系の選択である。 G や $\hbar$ は次元を持つ量であり、その数値は単位系に完全に依存する。 $G = 4\pi$ と置けるのは $G = 1$ （幾何単位系）や $G = 6.674 \times 10^{-11}$ （SI）と置けるのと同じ意味においてであり、どれが「正しい」かを物理が決めるわけではない。したがって本稿が示すのはこの単位系を採ったとき方程式がどう見えるかであって、自然についての新事実ではない。また得られる関係式は自然単位系におけるものであり、SI単位系へ移す際には変換係数を要する。

序論：ミクロとマクロに潜む $32\pi^2$ の分母不変性

QCDトポロジカル電荷密度

量子色力学（QCD）におけるゲージ場のインスタントン数は、以下のトポロジカル電荷密度 $q(x)$ の時空積分によって与えられる：

$$q(x) = \frac{g^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}$$

重力ポントリャーギン密度

一方、一般相対性理論における時空曲率の位相的不変量（ポントリャーギン類）は、リーマン曲率テンソル $R_{\mu\nu\rho\sigma}$ とその双対を用いて次式で表される：

$$q_{\text{grav}}(x) = \frac{1}{32\pi^2} R_{\mu\nu\rho\sigma} \tilde{R}^{\mu\nu\rho\sigma}$$

山岸パッチ（ $m = 4\pi$ ）による分母の幾何学的解凍

定数 $32\pi^2$ の二重立体角構造

定数 $32\pi^2$ を山岸立体角パッチ $m = 4\pi$ に基づき代数的に分解する：

$$32\pi^2 = 2 \times 16\pi^2 = 2 \times (4\pi)^2$$

因子 2 の起源（論文48と整合）

$32\pi^2 = 2 \times 16\pi^2$ における因子 2 は、非可換ゲージ理論の生成子の規格化 $\text{Tr}(T^a T^b) = \frac{1}{2} \delta^{ab}$ に由来する。これは論文48で確定済みであり、本稿はそれを踏襲する。新たな起源を導入しない。

【第2版】 $32\pi^2 \rightarrow 2c^2n$ の撤回

初版は本節において、山岸マスター同期式 $p = 4\pi v = c\sqrt{n}$ から $v = c$ のとき $4\pi = \sqrt{n}$ とし、

$$32\pi^2 \longrightarrow 2c^2n$$

と置換して「山岸統合バジェット同型定理」を掲げていた。この置換を撤回する。

訂正1：初版の同期式から従うのは $2n$ であって $2c^2n$ ではない

初版自身の設定に従って計算する。 $v = c$ のとき $4\pi c = c\sqrt{n}$ より $4\pi = \sqrt{n}$ 、すなわち

$$n = (4\pi)^2 = 157.9137 \dots$$

である。これを分解式に代入すると

$$32\pi^2 = 2(4\pi)^2 = 2(\sqrt{n})^2 = 2n = 315.8273 \dots$$

となり、 c^2 は現れない（両辺とも **315.8273** で一致することを数値確認した）。

c^2 が混入した原因は明らかである。一般の v について同期式は $4\pi = c\sqrt{n}/v$ であるから

$$32\pi^2 = \frac{2c^2 n}{v^2}$$

であり、初版は分母の $1/v^2$ を落としたまま c^2 だけを残した。 $v = c$ を代入すれば $c^2/v^2 = 1$ となり $2n$ に帰着する。 c^2 は余剰因子である。

訂正2：次元が合わない

より根本的に、 $32\pi^2$ は無次元である（位相的指数を整数に規格化する定数であるから当然である）。一方 $2c^2 n$ は $[\mathbf{m}^2/\mathbf{s}^2] \cdot [\mathbf{m}^{-3}] = [\mathbf{m}^{-1}\mathbf{s}^{-2}]$ であって無次元ではない。代数の是非以前に、この等式は成立しない。

訂正3：「同型定理」の格下げ

以上より、初版の「山岸統合バジェット同型定理」は撤回する。 $2c^2 n$ という「描画バジェット」に対応する量は本稿では確立されていない。

【第2版】QCDと重力の一致は本物である

初版の置換は撤回したが、本稿の出発点にあった観察そのものは正しく、かつ重要である。この点を第2版の主要な内容として述べ直す。

両者は同一の数学的構造に由来する

QCDのインスタントン数と重力のポントリャーギン指数は、いずれも時空全体で積分すると整数になる：

$$\nu = \int d^4x \frac{g^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

$$P = \int d^4x \frac{1}{32\pi^2} R_{\mu\nu\rho\sigma} \tilde{R}^{\mu\nu\rho\sigma} \in \mathbb{Z} \quad (2)$$

両者はともにチャーン・ポントリャーギン特性類であり、 $32\pi^2$ はその指数を整数に規格化する定数として現れる。すなわち $32\pi^2$ が共通するのは偶然ではなく、同一の数学的構造の帰結である。

これは本体系において例外的である（誤りパターンCとの関係）

本理論体系では $16\pi^2$ や $32\pi^2$ が多くの文脈に現れるが、その大半は起源を異にする。第3回点検までに確認された分解は以下のとおりである：

文脈	起源	統合の可否
本稿（QCD／重力）	チャーン・ポントリャーギン指数の規格化	統合可
論文29（カイラル異常）	同上（Atiyah-Singer指数）	統合可
論文22（トカマク）	トーラス周方向×ポロイダル方向	不可
論文30（恒星）	球の体積因子 $(4\pi/3)^2$ の二乗	不可
論文45（ホップ）	半径2の S^3 の体積	不可
論文46	4次元運動量測度	不可
論文48（ガウス・ボネ）	$(4\pi)^2 n!$ の $n = 2$ 項	不可

本稿と論文29のみが統合可能である。両者はともに「位相的指数を整数に規格化する」という同一の役割を担っており、これは論文48で確立した規律に照らしても正当な統一である。他の分解と混同してはならない。

ただし主張の範囲を明確にしておく

この一致は既知の数学である。チャーン・ポントリャーギン類の規格化が場の理論と重力の双方に現れることは標準的な事実であり、本稿がそれを発見したのではない。本稿の寄与は、本理論体系における $16\pi^2$ 系の諸分解のうち、どれが統合可能でどれがそうでないかを判別した点にある。

射程の明示

- 本稿が示すもの：(i) $32\pi^2 = 2 \times (4\pi)^2$ という算術（正しい）、(ii) 因子2が生成子規格化に由来すること（論文48と整合）、(iii) QCDと重力に共通する $32\pi^2$ が、ともに位相的指数の規格化であるという同一起源に基づくこと。(iii) が本稿の中心である。
- 本稿が示さないもの：(i) $32\pi^2 = 2c^2n$ （代数・次元ともに不成立）、(ii) 「描画バジェット」に対応する物理量、(iii) QCDと重力の物理的統一（示したのは数学的規格化の共通性であって、力の統一ではない）。
- 本稿の性格：既知の数学的事実の確認だが、本体系内部で「統合してよい一致」と「してはならない一致」を分ける判別基準を与える点に価値がある。

結論

本稿は、QCDのトポロジカル電荷密度と重力のポントリャーギン密度に共通して現れる $32\pi^2$ について、 $32\pi^2 = 2 \times (4\pi)^2$ の分解と、因子2が生成子規格化に由来することを整理した。

初版が主張した $32\pi^2 \rightarrow 2c^2n$ (VRAM描画バジェット) への置換は撤回する。初版自身の同期式から従うのは $2n$ であり、 c^2 は $1/v^2$ を落としたことによる余剰因子である。また $32\pi^2$ は無次元だが $2c^2n$ は無次元でない。

他方で本稿の出発点にあった観察は正しい。両者に $32\pi^2$ が現れるのは、いずれもチャーン・ポントリャーギン指数を整数に規格化するという同一の数学的構造に由来するためであり、これは本理論体系において統合が正当化される数少ない一致の一つである (他は論文29)。

参考文献

1. Rajaraman, R. (1982). *Solitons and Instantons in Quantum Field Theory*. North-Holland.
2. Yamagishi, Y. (2026a). *The Uniqueness Theorem of $n=2$* [論文01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
3. Yamagishi, Y. (2026p). *The Yamagishi Full-Sync Equation (Master API)* [論文16]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
4. Yamagishi, Y. (2026ac). *The Yamagishi-Adler-Bardeen Note* [論文29]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21601581

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)