

万能の探索が無いことは、問題をどう数えるかの帰結である

— 同じ探索が、一山の関数では **186.18** 倍速く、構造の無い関数では **0.9645** 倍に負ける — 平均される側の集合は $10^{-113.79}$ しか構造を含まない — [論文324]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

ノーフリーランチ定理は「すべての問題で平均すれば、どの探索も同じ」と言う。本稿が問うのは、その平均は何の上で取られているのかである——答は、ほとんど構造を含まない集合の上である。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、構造を使う探索は、構造があれば速い。 $N = 16384$ で **186.18** 倍（第2節）。第二に、その速さ是对数で、乱択は線型である。 $17 \rightarrow 44$ 対 $32 \rightarrow 8192$ （第2節）。第三に、これが本稿の芯である。同じ探索が、構造の無い関数では乱択に負ける——**0.9645** 倍（第3節）。第四に、平均される集合の中で、構造は $10^{-113.79}$ しかない（第4節）。第五に、定理は正しく、そして測度の話である（第4節）。第六に、分離子は「何を最大にするか」ではなく「何の上で平均するか」である（第5節）。

本稿の射程（射程注記）：新しい数学定理も新しい法則も主張しない——ノーフリーランチ定理、三分探索の計算量、コルモゴロフ複雑性の計数論法はいずれも標準的である。定理を証明しない——本稿は定理の内容を数で見せるだけであり、証明にも一般化にも立ち入らない。定理を反駁しない——定理は正しい。本稿が言うのは、その主語が何かということだけである。帳尻を測ったとは言わない——測ったのは二つの算法の一つの対であり、全算法・全関数にわたる厳密な収支は定理のものであって、本稿の測定ではない。探索算法を設計しない——遺伝的算法・焼きなまし・ベイズ最適化には立ち入らない。実問題の分布を主張しない——現実の問題がどの測度に従うかは、本稿では決めない。既刊との関係：論文311は「正しい上界と、予測に使える上界は別である」と示した——311は何を最大にするかの話で、本稿は何の上で平均するかの話である。目的関数と測度という、別の場所に立っている。論文186は代理を強く最適化するほど目標が悪くなる場合を示した——186は目標と代理の乖離、本稿は問題集合の測り方であり、どちらも「最適化が効く前提」を問うている。論文315はどの次元が特別かは問い方で変わると示した——本稿はどの算法が優れているかは問題の測り方で変わるという、同じ型である。論文320は分岐比が地図の形に依らないと示した——本稿の186.18倍は形に強く依るという、反対側の例である。論文323は三原色の三が受容器の個数から来ると示した——どちらも「その数はどこから来たか」を問う。加えたのは三分探索と乱択を五つの規模で走らせたこと、構造がある側と無い側で符号が逆転することを測ったこと、一山の関数の割合を $10^{-113.79}$ と数えたこと、分離子を測度に置いたことである。

1. 記法と問い

設定： N 個の点それぞれに値がついた関数を探索する。評価回数を予算とし、最大値を見つけたい。

観察 1.1

ノーフリーランチ定理は、すべての関数について一様に平均すれば、どの探索も同じ成績になると述べる。これは正しい。

問い：では、その「すべての関数」とは何か。

観察 1.2

定理は算法について何かを言っているように読めるが、実は問題の集合について言っている——主語がどちらかで、意味が変わる。

2. 構造を使えば、構造がある所では速い

設定：一山の関数（単峰）に、三分探索をかける。二点を測れば頂上のある側が分かるので、区間が縮む。

検算 2.1：厳密な最大値に到達するまでの評価回数（本稿で計算、各 4000 試行）。

<i>N</i>	三分探索	乱択 (<i>N</i> /2)	比
64	17.000	32.0	1.88 倍
256	24.000	128.0	5.33 倍
1024	30.000	512.0	17.07 倍
4096	37.000	2048.0	55.35 倍
16384	44.000	8192.0	186.18 倍

観察 2.2

三分探索は 100.00% の試行で厳密な最適に届いた。どの規模でも外さない——単峰であることが分かっているならば、これは保証である。

観察 2.3

増え方が違う。三分探索は 17 → 44（対数）、乱択は 32 → 8192（線型）——規模を 256 倍にして、比は 1.88 倍から 186.18 倍にひらいた。

観察 2.4

比は上限なく育つ。論文303 が「指数が相手なら何倍かでなくどの *n* で交差するかを書け」と言った場所と同じ形である——ここでは交差はなく、ひらき続ける。

3. 芯：同じ探索が、構造の無い所では負ける

設定：今度は値を一様乱数で与える。同じ三分探索を、同じ予算でかける。

検算 3.1：到達した最大値の平均（各 20000 試行）。

N	予算	三分探索	乱択	比
64	23	58.6623	60.8210	0.9645
256	30	242.2745	247.2238	0.9800
1024	37	984.5823	996.7134	0.9878

観察 3.2

これが本稿の芯である。符号が反転している——構造がある側では186.18 倍勝ち、無い側では0.9645 倍に負ける。同じ算法である。

観察 3.3

負ける理由が分かる。三分探索は区間を狭めることに評価を使うが、値が乱数ならその区間に意味が無い——狭めた分だけ、見えていない領域が増える。

観察 3.4

これがノーフリーランチの帳尻が見えた姿である。構造での利得はどこかで払われている——定理はその収支が厳密にゼロだと言う。

観察 3.5

正直に書くべき点——本稿は帳尻を測ったのではない。測ったのは二つの算法の一つの対であって、全算法・全関数の厳密な収支は定理のものである——本稿が示したのは向きであって、量ではない。

4. 平均される側の集合は、ほとんど構造を含まない

検算 4.1： N 点の関数のうち、単峰なものの割合。

N	全関数	単峰なもの	割合
64	$10^{115.60}$	64	$10^{-113.79}$
256	$10^{616.51}$	256	$10^{-614.10}$

観察 4.2

$10^{-113.79}$ である。宇宙の原子の数の逆数より、はるかに小さい——一様に一つ引いたら、単峰であることは実質的に起こらない。

検算 4.3：もっと弱い意味の構造でも同じである。 $N = 64$ の関数一つを書くには 384 ビット要る。

k ビット縮められる	そういう関数の割合（上限）
8	3.9062×10^{-3}
32	2.3283×10^{-10}
128	2.9387×10^{-39}
256	8.6362×10^{-78}

観察 4.4

k ビット縮められる対象は、多くとも 2^{-k} しかない。これは数え上げだけから出る—— 2^{n-k} 個の短い記述しか無いのだから、それ以上は入らない。

観察 4.5

「構造がある」とは「短く書ける」ということである。そして短く書けるものは、定義からしてほとんど無い——一様測度の下では、構造は測度ゼロに近い。

観察 4.6

定理は正しく、そして測度の話である。一様に平均すればどの算法も同じ——その平均を支配しているのは、誰も出題したことのない関数たちである。

5. 分離子：何を最大にするかではなく、何の上で平均するか

観察 5.1

分離子——問題の集合にどの測度を入れるか。

測度	結論	正しさ
一様	どの探索も同じ	正しい
構造に偏る	構造を使う探索が勝つ	正しい

観察 5.2

二行は矛盾していない。同じ算法・同じ関数・同じ予算で、測度だけが違う——結論の違いは、算法の性質ではなく、問いの立て方から来ている。

観察 5.3

ここが論文311 と分かれる場所である。

何を動かすと結論が変わるか		圏
論文311	何を最大にするか	目的関数
本稿	何の上で平均するか	測度

観察 5.4

311 は効率と仕事率という二つの目的を並べた。本稿は目的の一つに固定したまま、問題の集合を替えている——論文300 の基準に当てると別根であり、翻訳は構成できない。

観察 5.5

論文300 は「値の一致だけでは同根と見なさない」と書いた。本稿の反転も同じ規律に服する——186.18 倍と 0.9645 倍が同じ算法から出ることの理由が、区間の意味の有無として名指せている。

観察 5.6

正直に書くべき点——現実の問題がどの測度に従うかを、本稿は決めない。一様でないことは示せても、何であるかは示せない——そこは経験の領域である。

観察 5.7

最後に一つ——「ただ飯は無い」は、食堂の話ではなく、献立表の話である。定理が数えている献立の $10^{-113.79}$ しか、我々が食べたことのある料理は載っていない——そして我々が実際に払っているのは、載っていない料理への代金である。

6. 点呼と結び

1. $N = 16384$ で 186.18 倍（検算2.1）：単峰なら。
2. 100.00% で厳密最適（観察2.2）：三分探索は外さない。
3. $17 \rightarrow 44$ 対 $32 \rightarrow 8192$ （観察2.3）：対数と線型。
4. 構造が無いと 0.9645 倍（検算3.1）：同じ算法が負ける。
5. 区間に意味が無いから（観察3.3）：狭めるほど損。
6. 測ったのは向きであって量ではない（観察3.5）：収支は定理のもの。
7. 単峰は $10^{-113.79}$ （検算4.1）： $N = 64$ で。
8. k ビット縮まるのは 2^{-k} （観察4.4）：数え上げだけから。
9. 測度だけが違う（観察5.2）：算法の性質ではない。

10. 311 とは圏が違う（観察5.3）：目的関数と測度。

結び：ノーフリーランチ定理は「すべての問題で平均すれば、どの探索も同じ」と言う。定理は正しい——本稿が問うのはその平均が何の上で取られているのかであり、答はほとんど構造を含まない集合の上である。一山の関数に三分探索をかけると、 $N = 16384$ で **186.18** 倍速く、**100.00%** の試行で厳密な最適に届く——評価回数は $17 \rightarrow 44$ と対数で増え、乱択は $32 \rightarrow 8192$ と線型で増えるので、規模を **256** 倍にすると比は **1.88** 倍から **186.18** 倍にひらき、上限なく育つ。ところが同じ三分探索を、値が乱数の関数にかけると乱択に負ける——**0.9645** 倍であり、符号が反転している。区間を狭めることに評価を使うのに、その区間に意味が無いからである。これがノーフリーランチの帳尻が見えた姿である——ただし本稿が測ったのは二つの算法の一つの対であって、厳密な収支は定理のものである。示したのは向きであって、量ではない。そして平均される側を数えると、 $N = 64$ で単峰な関数は全体の $10^{-113.79}$ しかない——もっと弱い構造でも同じで、 k ビット縮められる対象は多くとも 2^{-k} しかなく、これは数え上げだけから出る。「構造がある」とは「短く書ける」ことであり、短く書けるものは定義からしてほとんど無い。分けるものは一つ——問題の集合にどの測度を入れるか。一樣なら「どの探索も同じ」で正しく、構造に偏るなら「構造を使う探索が勝つ」でやはり正しい。二行は矛盾しておらず、違いは算法の性質ではなく問いの立て方から来ている。論文311が「正しい上界と予測に使える上界は別である」と書いた場所とは圏が違う——311は何を最大にするか、本稿は何の上で平均するかであり、目的関数と測度は別根で、翻訳は構成できない。最後に一つ——「ただ飯は無い」は食堂の話ではなく、献立表の話である。定理が数えている献立の $10^{-113.79}$ しか我々が食べたことのある料理は載っておらず、我々が実際に払っているのは、載っていない料理への代金である。

参考文献

1. Wolpert, D. H. and Macready, W. G. (1997). No Free Lunch Theorems for Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1).
2. Schaffer, C. (1994). A Conservation Law for Generalization Performance. *Proceedings of the Eleventh International Conference on Machine Learning*.
3. Li, M. and Vitányi, P. (2019). *An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications*, 4th edition. Cham: Springer.
4. Igel, C. and Toussaint, M. (2005). A No-Free-Lunch Theorem for Non-Uniform Distributions of Target Functions. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 3(4).
5. 山岸勇輝 (2026). 代理を強く最適化するほど、目標が悪くなる場合がある [論文186]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22105530
6. 山岸勇輝 (2026). 三百本目の点呼——同根か別根かは、判定できる [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
7. 山岸勇輝 (2026). 比ではなく、対数を報告せよ [論文303]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22172026
8. 山岸勇輝 (2026). 正しい上界と、予測に使える上界は、別のものである [論文311]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22174391
9. 山岸勇輝 (2026). どの次元が特別かは、問い方で変わる [論文315]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22208139
10. 山岸勇輝 (2026). カオスへの道は、写像が持っていない数を持っている [論文320]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209089

11. 山岸勇輝 (2026). 三原色の「三」は、光の性質ではない [論文323]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209319

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)