

虹の角度に、水滴の大きさが入っていない

— 主虹 **42.078107** 度・副虹 **50.890758** 度は、霧粒でも雨粒でも同じ — それでも大きさは「色が
付くかどうか」を決めている — [論文325]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

虹はいつも同じ角度に出る。本稿が問うのは、その角度は何で決まっているのかである——答は、屈折率だけであって、水滴の大きさではないである。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、主虹は **42.078107** 度である。赤 **42.252933**、紫 **40.575405**、幅 **1.677527** 度（第2節）。第二に、副虹は色の順が逆である。赤 **50.575709** が紫 **53.605345** より内側（第3節）。第三に、あいだの **8.322776** 度は暗い（第3節）。第四に、これが本稿の芯である。停留の条件式に、半径 R が一文字も入っていない（第4節）。第五に、それでも大きさは効いている。霧では色が消えて白い虹になる（第5節）。第六に、分離子は「幾何光学が使えるか」であって、大きさそのものではない（第5節）。

本稿の射程（射程注記）：新しい数学定理も新しい法則も主張しない——デカルトの虹の理論、最小偏角、アレクサンダーの暗帯、ミー散乱による白虹はいずれも標準的である。光学を作らない——使うのは一つの停留条件と、一つの無次元数だけである。強度を計算しない——フレネル係数による明るさの配分には立ち入らない。本稿は角度だけを見る。過剰虹を扱わない——干渉による副次的な縞（過剰虹）はエアリー理論に属し、本稿では扱わない。屈折率に精度を主張しない——**1.3318 / 1.3330 / 1.3435** は代表的な波長での値であり、温度でも変わる。偏光を分けない——虹の光が強く偏光していることは事実として触れるにとどめる。既刊との関係：論文**321** は一つの長さが二つの問いに答えると示した——本稿は逆で、一つの長さ（半径）が、一方の問いにだけ答えない。論文**320** は分岐比が写像の形に依らないと示した——同じ型であり、ここでは角度が水滴の大きさに依らない。論文**315** はどの次元が特別かは問い方で変わると示した——本稿では、どの量が効くかが問い方で変わる。論文**219** は平らな板が焦点を結ぶと示した——どちらも「形が光を集める」話だが、**219** は人工の構造、本稿は球一つである。論文**210** はバルスの山が入る前に出ることがあると示した——どちらも停留点の話であり、見えているのは光線ではなく停留の位置である。論文**212** はどんな地図も必ず何かを歪めると示した——角度を保つか面積を保つかという選択が、そこでも本稿でも軸になっている。加えたのは三次までの虹の角度を解析解で計算したこと、副虹で色の順が逆になることを数で示したこと、暗帯の幅を **8.322776** 度と出したこと、分離子を大きさではなくサイズ因子に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：球形の水滴に光線が入射角 θ で入り、中で k 回反射して出る。屈折角を r とすると、光線の曲げられる総量（偏角）は

$$D(\theta) = 2\theta - 2(k+1)r + k\pi, \quad \sin \theta = n \sin r$$

観察 1.1

水滴には様々な入射角の光線が当たっている。滴の上端をかすめる線から、中心を通る線まで——偏角 D は入射角ごとに違う。

観察 1.2

それなら光はあらゆる方向へ散らばるはずである。それなのに、虹は帯として見える——何かがある一つの方向に光を溜めている。

問い：その方向は、何で決まっているのか。

2. 主虹は 42.078107 度である

設定： $D(\theta)$ が停留する（微分が零になる）ところで、隣り合う光線が同じ方向へ出る。そこに光が積み上がる。

観察 2.1

停留条件は解析的に解ける。 $dD/d\theta = 0$ から

$$\cos^2 \theta = \frac{n^2 - 1}{(k + 1)^2 - 1}$$

検算 2.2：一回反射（ $k = 1$ ）の場合（本稿で計算）。

波長	n	入射角	偏角 D	見える角度
赤（656.3 nm）	1.3318	59.480227°	137.747067°	42.252933°
平均	1.3330	59.410473°	137.921893°	42.078107°
紫（404.7 nm）	1.3435	58.801373°	139.424595°	40.575405°

観察 2.3

虹の幅は 1.677527 度である。満月の見かけの直径が約 0.5 度だから、月三つぶん強——細い帯である。

観察 2.4

赤が外側にある。42.252933 > 40.575405 だからである——屈折率が小さい色ほど、遠くに出る。

観察 2.5

入射角は 59 度あたりに集まっている。赤と紫で 0.68 度しか変わらない——ほとんど同じ場所に当たった光が、1.68 度を開いて出てくる。

3. 副虹は、色の順が逆である

検算 3.1：二回反射（ $k = 2$ ）と三回反射（ $k = 3$ ）。

k	赤	紫	幅
1（主虹）	42.252933°	40.575405°	1.677527°
2（副虹）	50.575709°	53.605345°	3.029636°
3	42.179415°	37.926285°	4.253130°

観察 3.2

副虹では赤と紫の大小が入れ替わっている。主虹は赤 > 紫、副虹は赤 < 紫——反射が一回増えただけで、色の順が逆になる。

観察 3.3

副虹の幅は主虹の **1.81** 倍である。3.029636/1.677527——その分だけ薄い（同じ光を広い角度に配るから）。

検算 3.4：主虹と副虹のあいだ。

角度	
主虹の外側（赤）	42.252933°
副虹の内側（赤）	50.575709°
あいだ	8.322776°

観察 3.5

この **8.322776** 度には、光が来ない。どの入射角の光もこの範囲へは出ないからである——アレクサンダーの暗帯であり、1700 年以上前から記録されている。

観察 3.6

三回反射の虹は 41.737347 度に出る。主虹とほぼ同じ角度だが、太陽の側に出る——太陽を背にして見る主虹とは、反対を向かねばならない。だから普通は見えない。

4. 芯：条件式に、半径が一文字も入っていない

観察 4.1

これが本稿の芯である。停留条件

$$\cos^2 \theta = \frac{n^2 - 1}{(k + 1)^2 - 1}$$

に現れるのは n と k だけである——水滴の半径 R が、どこにも無い。

検算 4.2：

水滴	半径	主虹の角度
雨粒	1 mm	42.078107°
霧雨	0.1 mm	42.078107°
霧	10 μm	42.078107°
雲粒	1 μm	42.078107°

観察 4.3

千分の一にしても、小数第六位まで同じである。近似ではなく、式に入っていないからである—— R は約分されて消えたのではなく、最初から現れない。

観察 4.4

理由は相似である。球はどの大きさでも同じ形であり、光線の道筋は半径を単位に取れば全部同じになる——角度は、長さの比しか見ない。

観察 4.5

論文320は「分岐比は写像の形に依らない」と書いた。同じ型である——そこでは形が答に入らず、ここでは大きさが答に入らない。

観察 4.6

では虹は、何を測っているのか。答は屈折率だけである——空にかかっているのは、水の屈折率の目盛りである。

5. 分離子：幾何光学が使えるかどうか

設定：ところが、霧の中では虹が白くなる。角度が同じなら、なぜ色が消えるのか。

検算 5.1：無次元のサイズ因子 $x = 2\pi R/\lambda$ ($\lambda = 550 \text{ nm}$)。

水滴	半径	$x = 2\pi R/\lambda$	何が効くか
雨粒	1 mm	11424.0	幾何光学
霧雨	0.1 mm	1142.4	幾何光学
霧	10 μm	114.2	回折（白虹）
雲粒	1 μm	11.4	回折（白虹）

観察 5.2

分離子—— x が 10^3 を超えるかどうか。超えていれば光線として扱えて色が分かれ、下回ると回折が角度を鈍らせて 1.68 度の幅を塗りつぶす——白虹になる。

観察 5.3

半径は、二つの問いに別々に答えている。

問い	半径は
どの角度に出るか	答えない（式に無い）
色が付くかどうか	答える（ x を通して）

観察 5.4

論文321の鏡像になっている。321では一つの長さが二つの問いに答えた——ここでは一つの長さが、片方の問いにだけ答える。どちらも「長さ単独では決まらない」という同じ規律に服している。

観察 5.5

論文300の判定基準を、角度と白虹に当てる。

基準	結果
恒等式を保つ対応があるか	無い。 x から角度は出ない
同じ量が現れるか	片方だけ。 R は x にしか入らない
変数を動かして一致し続けるか	しない。 R を変えると片方だけ動く

観察 5.6

三行とも別根を指している。同じ水滴の、同じ半径が、二つの独立な役目を持っている——一つの量が一つの役目とはかぎらない。

観察 5.7

最後に一つ——虹に大きさは無い。近づいても遠ざかっても **42.078107** 度のままで、端に着くことはできない——虹は場所ではなく、方向だからである。見る人が動けば、虹も同じだけ動く。

6. 点呼と結び

1. 主虹は **42.078107** 度（検算2.2）：赤 **42.252933**、紫 **40.575405**。
2. 幅は **1.677527** 度（観察2.3）：満月三つぶん強。
3. 副虹は色の順が逆（検算3.1）：赤 **50.575709** < 紫 **53.605345**。
4. 暗帯は **8.322776** 度（検算3.4）：光が来ない。
5. 三次は太陽の側（観察3.6）：**41.737347** 度だが振り返らねば見えない。
6. 条件式に R が無い（観察4.1）： n と k だけ。
7. 千分の一でも同じ（検算4.2）：小数第六位まで。
8. 理由は相似（観察4.4）：角度は比しか見ない。
9. x が 10^3 を切ると白虹（検算5.1）：霧は **114.2**。
10. 半径は片方の問いにだけ答える（観察5.3）：**321** の鏡像。

結び：水滴には様々な入射角の光線が当たっているのに、虹は帯として見える。光を溜めているのは偏角が停留する点であり、その条件は解析的に解けて $\cos^2 \theta = (n^2 - 1) / ((k + 1)^2 - 1)$ になる——主虹は **42.078107** 度、赤 **42.252933**、紫 **40.575405**、幅は **1.677527** 度で満月三つぶん強である。副虹では色の順が逆になり、赤 **50.575709** が紫 **53.605345** より内側に来る——反射が一回増えただけで大小が入れ替わる。あいだの **8.322776** 度にはどの入射角の光も出ないので暗い。そしてこの条件式には、水滴の半径が一文字も入っていない——**1 mm** の雨粒でも **1 μ m** の雲粒でも小数第六位まで同じ角度である。約分されて消えたのではなく、最初から現れない。球はどの大きさでも同じ形であり、角度は長さの比しか見ないからである。それでも大きさは効いている——無次元のサイズ因子 $x = 2\pi R / \lambda$ が 10^3 を切ると回折が **1.68** 度の幅を塗りつぶして白虹になる。霧は **114.2** である。分けるものは一つ——幾何光学が使えるかどうかであって、大きさそのものではない。半径は「どの角度に出るか」には答えず、「色が付くかどうか」には答える。論文**321**の鏡像になっている——**321**では一つの長さが二つの問いに答え、ここでは一つの長さが片方の問いにだけ答える。どちらも「長さ単独では何も決まらない」という同じ規律に服している。最後に一つ——虹に大きさは無い。近づいても遠ざかっても **42.078107** 度のままで、端に着くことはできない。虹は場所ではなく方向であり、見る人が動けば、虹も同じだけ動く。

参考文献

1. Descartes, R. (1637). *Les Météores*, Discours VIII: De l'arc-en-ciel. Leiden.
2. Airy, G. B. (1838). On the Intensity of Light in the Neighbourhood of a Caustic. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 6.
3. Nussenzveig, H. M. (1977). The Theory of the Rainbow. *Scientific American*, 236(4).
4. Lee, R. L. and Fraser, A. B. (2001). *The Rainbow Bridge: Rainbows in Art, Myth, and Science*. University Park: Pennsylvania State University Press.
5. Bohren, C. F. and Huffman, D. R. (1983). *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. New York: Wiley.
6. 山岸勇輝 (2026). パルスの山は、入る前に出ることがある [論文210]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22111747
7. 山岸勇輝 (2026). どんな地図も、必ず何かを歪める [論文212]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22112104
8. 山岸勇輝 (2026). 平らな板が、焦点を結ぶ [論文219]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22119788
9. 山岸勇輝 (2026). 三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
10. 山岸勇輝 (2026). どの次元が特別かは、問いごとに違う [論文315]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22208139
11. 山岸勇輝 (2026). カオスへの道は、写像が持っていない数を持っている [論文320]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209089
12. 山岸勇輝 (2026). 大気の厚さを決める長さが、大気が残るかどうかも決めている [論文321]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209154

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)