

二乗三乗の「法則」は、法則ではなく恒等式である

— 密度は **3.33** 倍しか動かないのに、面積と体積の比は **5000** 倍動く — 反例が無いのは、中身が無いからではない — [論文326]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

「二乗三乗の法則」は、大きくすると面積は二乗で、体積は三乗で増えると言う。本稿が問うのは、それは何という種類の言明かである——答は、経験則ではなく、恒等式であるである。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、形を変えても $1/L$ という依存は変わらない。係数は **1.0000** から **1.4900** の範囲（第2節）。第二に、反例が作れない。測ってから決まる言明ではないからである（第2節）。第三に、これが本稿の芯である。密度は **3.33** 倍しか動かないのに、面積/体積は **5000** 倍動く（第3節）。第四に、冷める時間は長さに比例する。**1 mm** と **1 m** で **1000** 倍（第4節）。第五に、飛ぶのに要する速さは長さの平方根。翼面荷重 **1200** 倍で速度は **34.6** 倍（第4節）。第六に、分離子は「その現象が面を通るか、体積で起きるか」である（第5節）。

本稿の射程（射程注記）：新しい数学定理も新しい法則も主張しない——二乗三乗の関係、等周不等式、ピオ数による集中系近似、翼面荷重はいずれも標準的である。生物学を作らない——使うのは一つの恒等式と、どの量が面を通るかという分類だけである。代謝の指数を扱わない——3/4乗則の当否は論文256の射程であり、本稿では立ち入らない。本稿は生物の指数を一つも主張しない。壊れ方を分類しない——座屈・破壊・降伏の切り分けは論文262が扱っており、本稿はそこへ入らない。熱伝達係数に精度を主張しない—— $h = 10 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ は桁を見るための値である。形の最適化をしない——どの形が有利かは扱わず、係数の幅だけを示す。既刊との関係：論文256は力学相似が厳密に成り立つ縮尺は1だけだと示した——256は無次元数を合わせられるかの話で、本稿はその手前である。256が「模型は本物にならない」なら、本稿は「なぜ比だけが動くのか」。論文262は壊れ方が三つあると示した——262は何が破壊を決めるか、本稿は何が大きさで動くかであり、別の問いである。論文321は一つの長さが二つの問いに答えると示した——本稿の L も、答えるのは比を通してだけである。論文325は虹の角度に半径が入らないと示した——そこでは相似が量を消し、ここでは相似が比を作る。同じ相似の、二つの顔である。論文264は格子で変わる数と変わらない数が同居すると示した——本稿は大きさで変わる量と変わらない量の同居であり、同じ型である。加えたのは等体積での表面積を三つの形で計算したこと、実測の密度と面積体積比を並べて動く幅を比べたこと、冷却時定数を四桁にわたって出したこと、分離子を「面を通るか体積で起きるか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：相似比 s で拡大すると、長さは s 、面積は s^2 、体積は s^3 になる。

検算 1.1：

倍率 s	面積比	体積比	面積/体積 の比
1	1	1	1.000000
2	4	8	0.500000
10	100	1000	0.100000
100	10000	10^6	0.010000
1000	10^6	10^9	0.001000

観察 1.2

これは実験の結果ではない。定規を当てて確かめたのではなく、相似の定義から出ている——測る前から決まっている。

問い：では、これは何という種類の言明なのか。

2. 反例が作れない

検算 2.1：形を変えてみる。体積を 1 に固定して、表面積を比べる（本稿で計算）。

形	表面積	球を 1 として
球	4.835976	1.000000
立方体	6.000000	1.240701
正四面体	7.205622	1.490004

観察 2.2

係数は 1.0000 から 1.4900 までしか動かない。形をどれだけ変えても一桁も動かない——そして $1/L$ という依存そのものは、一切変わらない。

観察 2.3

反例を作ろうとしても作れない。「大きくしたのに面積/体積が下がらなかった」という物体を持つてくることができない——相似でない変形なら、それはもう同じ形ではない。

観察 2.4

つまりこれは恒等式である。論文300 の言葉で言えば、両辺が同じものを別の書き方で書いている——経験則ではない。

観察 2.5

反例が無いことは、内容が無いことではない。内容は「どこに効くか」の側にある——恒等式そのものではなく、どの現象がどちらに乗るかが問題である。第5節がそれを扱う。

3. 芯：動かない量と、五千倍動く量が同居している

検算 3.1：実際の動物で、二つの量を並べる（体長と体重は代表値）。

	体長 [m]	体重 [kg]	体重/体長 ³	面積/体積 [1/m]
アリ	0.005	3×10^{-6}	24.0000	1200.0000
ネズミ	0.090	0.02	27.4348	66.6667
ネコ	0.500	4.0	32.0000	12.0000
ヒト	1.700	70.0	14.2479	3.5294
ゾウ	6.000	5000.0	23.1481	1.0000
シロナガスクジラ	25.000	150000.0	9.6000	0.2400

観察 3.2

これが本稿の芯である。体重は 3×10^{-6} kg から 150000 kg まで 5×10^{10} 倍動くのに、

量	動く幅	
体重/体長 ³ （密度に相当）	9.6000 ～ 32.0000	3.33 倍
面積/体積	0.2400 ～ 1200.0000	5000 倍

観察 3.3

同じ生き物たちの中に、動かない量と五千倍動く量が同居している。密度が動かないのはどれも水でできているから——変わっているのは材料ではなく、比である。

観察 3.4

論文264 は「同じ現象の中に、格子で変わる数と変わらない数が同居している」と書いた。同じ型である——そこでは格子が、ここでは大きさが、片方だけを動かす。

観察 3.5

だから「大きくすると別物になる」は正確ではない。別物になるのは物ではなく、物の中で効く比のほうである——材料は同じままで、順位だけが入れ替わる。

4. どちらに乘るかで、答が変わる

設定：面を通る現象は s^2 、体積で起きる現象は s^3 に乗る。その比は $1/s$ である。

検算 4.1：冷める時間（熱は面から逃げ、体積に溜まる）。 $\tau = \rho c_p (V/A)/h$ 、水として $h = 10 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ 。

一辺 L	V/A [m]	τ [秒]	τ [時間]
1 mm	0.000167	69.67	0.0194
1 cm	0.001667	696.67	0.1935
10 cm	0.016667	6966.67	1.9352
1 m	0.166667	69666.67	19.3519

観察 4.2

1 mm と 1 m で **1000** 倍である。材質も形も同じで、時間だけが千倍になる——同じスープでも、一口ぶんと寸胴では別の食べ物である。

検算 4.3：飛ぶのに要る速さ（揚力は翼面積 s^2 、重さは s^3 ）。

	体重 [kg]	翼面荷重 [N/m ²]	必要速度 [m/s]
アブラムシ	10 ⁻⁶	4.903	2.583
スズメ	0.03	36.775	7.073
ハクチョウ	10.0	140.095	13.806
旅客機	300000.0	5883.990	89.473

観察 4.4

翼面荷重が **1200** 倍でも、速度は **34.6** 倍しか要らない。 $\sqrt{1200} = 34.6$ ——恒等式が一つ挟まると、比の増え方が平方根に落ちる。

観察 4.5

アブラムシは **2.583 m/s** で飛べる。歩く速さより遅い——小さいものにとって空気は水のように濃い。

観察 4.6

どの表も、恒等式そのものは何も言っていない。言っているのは「熱は面を通る」「揚力は面が作る」「重さは体積が作る」という分類のほうである——数を出しているのは分類であって、恒等式ではない。

5. 分離子：面を通るか、体積で起きるか

観察 5.1

分離子——その現象が面を通るか、体積で起きるか。

現象	どちらに乘るか	大きくすると
熱が逃げる	面 s^2	相対的に不利
熱を作る・重さ	体積 s^3	相対的に有利
揚力・抗力	面 s^2	不利
骨にかかる力	体積 s^3 、支えるのは断面 s^2	不利
拡散で届く	面 s^2 、要る量は s^3	不利

観察 5.2

どの行も、同じ恒等式から出ている。違うのはどちらの列に置いたかだけである——置き場所を決めているのは物理であって、幾何ではない。

観察 5.3

だから間違えるとしたら、置き場所を間違える。恒等式が破れることはない——破れるのは分類のほうである。

観察 5.4

正直に書くべき点——本稿は生物の指数を一つも主張しない。代謝が $2/3$ 乗か $3/4$ 乗かは論文256の射程であり、本稿はそこへ入らない——本稿が言うのは、幾何の側は争点ではないということだけである。

観察 5.5

論文325との関係。どちらも相似の帰結である——325では相似が量（半径）を答から消し、本稿では相似が比（ $1/L$ ）を作る。同じ一つの性質の、二つの顔である。

観察 5.6

最後に一つ——「二乗三乗の法則」という呼び名が、話をややこしくしている。法則と呼ぶと世界がそう振る舞っているように聞こえるが、世界には選択の余地が無い——選択があるのは、どの現象をどちらに数えるかのほうである。名前が、内容の在り処を隠している。

6. 点呼と結び

1. 面積/体積は $1/s$ (検算1.1) : 相似の定義から出る。
2. 形を変えても係数は **1.0000~1.4900** (検算2.1) : 一桁も動かない。
3. 反例が作れない (観察2.3) : だから恒等式である。
4. 体重は 5×10^{10} 倍動く (検算3.1) : アリからクジラまで。
5. 密度は **3.33** 倍、比は **5000** 倍 (観察3.2) : 同じ生き物の中で。
6. 冷める時間は **1000** 倍 (検算4.1) : **1 mm** と **1 m**。
7. 翼面荷重 **1200** 倍で速度 **34.6** 倍 (観察4.4) : 平方根。
8. アブラムシは **2.583 m/s** (観察4.5) : 歩く速さより遅い。
9. 数を出しているのは分類 (観察4.6) : 恒等式ではない。
10. 破れるのは分類のほう (観察5.3) : 恒等式は破れない。

結び : 「二乗三乗の法則」は、大きくすると面積は二乗で体積は三乗で増えると言う。これは経験則ではなく、恒等式である——定規を当てて確かめたのではなく相似の定義から出ており、測る前から決まっている。体積を **1** に固定して形を変えても、表面積は球 **4.835976** ・立方体 **6.000000** ・正四面体 **7.205622** で係数は **1.0000** から **1.4900** までしか動かず、 $1/L$ という依存そのものは一切変わらない——「大きくしたのに面積/体積が下がらなかった」物体は持ってこられない。そして反例が無いことは、内容が無いことではない——アリからシロナガスクジラまで体重は 5×10^{10} 倍動くのに、体重/体長³ は **9.6000** から **32.0000** までの **3.33** 倍しか動かず、面積/体積は **0.2400** から **1200** までの **5000** 倍動く。変わっているのは材料ではなく、比である。恒等式の上に乗った現象だけが数を出す——冷める時間は **1 mm** と **1 m** で **1000** 倍になり、同じスープでも一口ぶんと寸胴では別の食べ物である。飛ぶのに要る速さは、翼面荷重が **1200** 倍でも $\sqrt{1200} = \mathbf{34.6}$ 倍しか増えず、アブラムシは歩く速さより遅い **2.583 m/s** で飛べる。分けるものは一つ——その現象が面を通るか、体積で起きるか。どの行も同じ恒等式から出ていて、違うのはどちらの列に置いたかだけであり、置き場所を決めているのは物理であって幾何ではない。だから恒等式が破れることはなく、破れるのは分類のほうである——なお代謝が $2/3$ 乗か $3/4$ 乗かは論文256の射程であり、本稿は生物の指数を一つも主張しない。論文325とは同じ相似の二つの顔である——325では相似が量を答から消し、ここでは相似が比を作る。最後に一つ——「法則」という呼び名が、話をややこしくしている。法則と呼ぶと世界がそう振る舞っているように聞こえるが、世界には選択の

余地が無い。選択があるのは、どの現象をどちらに数えるかのほうであり、名前が内容の在り処を隠している。

参考文献

1. Galilei, G. (1638). *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno à due nuove scienze*, Giornata Seconda. Leiden: Elzevir.
 2. Thompson, D'A. W. (1917). *On Growth and Form*. Cambridge: Cambridge University Press.
 3. Haldane, J. B. S. (1926). On Being the Right Size. *Harper's Magazine*, March.
 4. Vogel, S. (1988). *Life's Devices: The Physical World of Animals and Plants*. Princeton: Princeton University Press.
 5. Incropera, F. P. and DeWitt, D. P. (2002). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 5th edition. New York: Wiley.
 6. 山岸勇輝 (2026). 力学相似が厳密に成り立つ縮尺は、1 だけである [論文256]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22168919
 7. 山岸勇輝 (2026). 「壊れる」は三つあり、強度では決まらない [論文262]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22169671
 8. 山岸勇輝 (2026). 同じ現象の中に、格子で変わる数と変わらない数が同居している [論文264]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22169720
 9. 山岸勇輝 (2026). 三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
 10. 山岸勇輝 (2026). 大気の厚さを決める長さが、大気が残るかどうかを決めている [論文321]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209154
 11. 山岸勇輝 (2026). 虹の角度に、水滴の大きさは入っていない [論文325]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209848
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)