

二つの曲線は **0.083** パーセントしか違わず、それでも別物である

— 懸垂線と放物線を分けているのは、形ではなく「どちらの長さで荷重を数えるか」である — [論文327]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

垂れた鎖の形と、吊り橋のケーブルの形は、目では区別がつかない。本稿が問うのは、では何が二つを分けているのかである——答は、形ではなく、荷重をどちらの長さで数えるかである。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、原点では二次まで完全に一致する。 $x = 0.1$ で差は **0.083292** パーセント（第2節）。第二に、遠くでは別物になる。 $x = 5$ で **82.925818** パーセント（第2節）。第三に、差は四次の項から出る。 $x^4/24$ 対 0 （第2節）。第四に、これが本稿の芯である。分けているのは、弧長で数えるか水平長で数えるかである（第3節）。第五に、実際の吊り橋では差は **0.082674** パーセントしかない（第4節）。第六に、分離子は「桁とケーブル、どちらが重いか」である（第5節）。

本稿の射程（射程注記）：新しい数学定理も新しい法則も主張しない——懸垂線の方程式、放物線ケーブルの吊り橋理論、両者のテイラー展開はいずれも標準的である。構造設計をしない——使うのは二つの曲線と、一つの測度の違いだけである。たわみを扱わない——ケーブルの伸び、温度変化、活荷重によるたわみには立ち入らない。本稿は理想化された静止形状だけを見る。どちらが正しいかを判定しない——実際の橋は両者のあいだにあり、本稿はその位置を決めない。数値に工学上の精度を主張しない——たるみ比は形を比べるための値であって、特定の橋のものではない。最適形状を論じない——どちらが構造として有利かは扱わない。既刊との関係：論文198は「まっすぐ」は「最短」を意味しないと示した——198は同じ曲線に二つの性格があると言い、本稿は二つの曲線が同じに見えると言う。向きが逆である。論文326は二乗三乗が恒等式だと示した——どちらも「見かけが同じでも中身が違う」型だが、326は比の話、本稿は関数の話である。論文300は同根か別根かは判定できると示した——本稿は「数値が近いだけでは同根でない」の実例になっている。論文245は二つの極限が順序を書くまで答を持たないと示した——ここでも、どの測度で積分するかを書くまで曲線が決まらない。論文183は同じ表が二つの正しい答を持つと示した——同じ形が二つの正しい方程式を持つという、対になる例である。加えたのは両曲線の差を六点で計算したこと、差が四次から出ることを明示したこと、たるみ比ごとの最大差を出したこと、分離子を測度の違いに置いたことである。

1. 記法と問い

設定：自重だけで垂れた鎖は懸垂線になる。

$$y = a \cosh(x/a) - a$$

桁が重い吊り橋のケーブルは放物線になる。

$$y = \frac{x^2}{2a}$$

観察 1.1

`cosh` を展開すると

$$a \cosh(x/a) - a = \frac{x^2}{2a} + \frac{x^4}{24a^3} + \frac{x^6}{720a^5} + \cdots$$

最初の項が、放物線そのものである——二次まで完全に一致する。

問い：では、二つは何が違うのか。

2. 0.083 パーセントと 82.9 パーセント

検算 2.1： $a = 1$ として、二つの高さを比べる（本稿で計算）。

x	懸垂線	放物線	差	差/懸垂線
0.1	0.00500417	0.00500000	0.00000417	0.083292%
0.5	0.12762597	0.12500000	0.00262597	2.057548%
1.0	0.54308063	0.50000000	0.04308063	7.932641%
2.0	2.76219569	2.00000000	0.76219569	27.593834%
3.0	9.06766200	4.50000000	4.56766200	50.373095%
5.0	73.20994852	12.50000000	60.70994852	82.925818%

観察 2.2

同じ二つの曲線が、0.08 パーセントから 82.9 パーセントまで開く。どちらの数字も同じ二本について正しい——「どれだけ違うか」は、どこを見るかを言わないと決まらない。

観察 2.3

差は四次の項から出ている。 $x^4/(24a^3)$ 対 0——一次も二次も三次も一致しているので、近くでは見分けようがない。

観察 2.4

近似が良いのではなく、一致しているのである。放物線は懸垂線の二次のテイラー多項式そのものであって、当てはめた曲線ではない——偶然近いのではない。

観察 2.5

論文300 は「数値の一致だけでは同根と見なさない」と書いた。本稿はその実例である——0.083 パーセントの一致は、同じものである証拠にならない。

3. 芯：どちらの長さで、荷重を数えるか

設定：どちらの曲線も、同じ釣り合いの式から出る。水平張力 H が一定で、

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = w$$

w は「単位長さあたりの重さ」である。

観察 3.1

これが本稿の芯である。その「単位長さ」が二通りある。

何が重いか	荷重を数える長さ	出る曲線
ケーブル自身	弧長 ds	懸垂線
吊られた桁	水平長 dx	放物線

観察 3.2

方程式は一文字も変わらない。違うのは w がどちらの微分に対して一定かだけである——形の違いは、測度の違いから出ている。

観察 3.3

弧長で一定なら、傾いた所ほど水平方向に重くなる。 $ds = \sqrt{1+y'^2}dx$ だから——端のほうが多分に重く、だから懸垂線のほうが速く立ち上がる。

観察 3.4

表2.1 の差は、全部この一点から出ている。 $x = 5$ で 82.9 パーセント開くのは、そこでは傾きが大きく、 ds と dx が大きく違うから—— x が小さいところでは $\sqrt{1+y'^2} \approx 1$ で、二つは同じになる。

観察 3.5

論文245 は「二つの極限は、順序を書くまで答を持たない」と書いた。同じ規律である——ここでは「どの測度で積分するか」を書くまで、曲線が決まらない。

観察 3.6

だから「懸垂線に近い放物線」という言い方は、順序が逆である。どちらも別々の物理から出た正確な答であって、片方がもう片方の近似なのではない——近似関係は、後から数学が見つけたものである。

4. 実際の橋では、0.083 パーセントしか違わない

検算 4.1：たるみ f （半スパンを 1 とする）ごとに、二曲線の最大差を計算する。

たるみ f	懸垂線の a	最大差	差/たるみ
0.02	25.0033	0.00000067	0.003332%
0.05	10.0083	0.00001040	0.020790%
0.10	5.0166	0.00008267	0.082669%
0.20	2.5326	0.00064620	0.323100%
0.35	1.4835	0.00326377	0.932505%
0.50	1.0743	0.00877195	1.754390%

観察 4.2

実際の吊り橋のたるみ比は 1/10 前後である。そこでの最大差はたるみの **0.082674** パーセント——スパン 1000 m・たるみ 100 m の橋なら、**8.3 cm** である。

観察 4.3

8.3 cm は、施工の誤差より小さいこともある。測って区別することが、実務では難しい——それでも二つは別の曲線である。

観察 4.4

たるみが浅いほど見分けがつかない。 $f = 0.02$ では **0.003332** パーセント——張った紐ほど、どちらの理論も同じ答を出す。

観察 4.5

つまり「区別できるか」は精度の問題で、「別物か」は定義の問題である。二つは独立している——測って同じでも、別物でありうる。

5. 分離子：桁とケーブル、どちらが重いか

観察 5.1

分離子——吊られている荷重と、ケーブル自身の重さの比。

状況	支配するのは	形は
何も吊っていない鎖	自重（弧長）	懸垂線
桁が圧倒的に重い橋	桁（水平長）	放物線
両方が同程度	両方	どちらでもない

観察 5.2

三行目が実際の橋である。どちらの理想形でもない——本稿はその位置を決めない。

観察 5.3

論文183 は「同じ表が、二つの正しい答を持つ」と書いた。本稿は対になっている——同じ形が、二つの正しい方程式を持つ。

観察 5.4

論文198 との向き。

何が同じで、何が違うか

論文198	一つの曲線 が二つの性格（まっすぐ／最短）を持つ
本稿	二つの曲線 が一つの見かけ を持つ

観察 5.5

向きがちょうど逆である。198 では一つを二つに分け、本稿では二つが一つに見える——どちらも「見た目は根拠にならない」という同じ規律に服している。

観察 5.6

正直に書くべき点——本稿はどちらが構造として良いかを言わない。曲線の違いと、設計としての優劣は別の問いである——後者には立ち入らない。

観察 5.7

最後に一つ——ガリレオは、垂れた鎖を放物線だと書いた。間違いだが、0.083 パーセントの間違いである——目で見えて直せる誤りではなく、 $\cosh$ という関数がまだ無かったのだから、直しようもなかった。正しい形を書くには、書くための言葉が先に要る。

6. 点呼と結び

1. 二次まで完全一致（観察1.1）：放物線は $\cosh$ の二次項そのもの。
2. $x = 0.1$ で 0.083292 パーセント（検算2.1）：見分けられない。
3. $x = 5$ で 82.925818 パーセント（検算2.1）：同じ二本について。
4. 差は四次から（観察2.3）： $x^4/24a^3$ 対 0。
5. 方程式は一文字も違わない（観察3.2）：測度だけが違う。
6. 弧長なら端が重い（観察3.3）： $ds = \sqrt{1+y'^2}dx$ 。
7. 実橋で 0.082674 パーセント（観察4.2）：1000 m の橋で 8.3 cm。
8. 区別できるかと別物かは独立（観察4.5）：精度と定義。
9. 198 と向きが逆（観察5.4）：一つを二つに、二つを一つに。

10. ガリレオの誤りは **0.083** パーセント（観察5.7）：言葉が無かった。

結び：垂れた鎖と吊り橋のケーブルは、目では区別がつかない。**cosh** を展開すると最初の項が放物線そのもので、二次まで完全に一致する—— $a = 1$ とすると $x = 0.1$ での差は **0.083292** パーセント、 $x = 5$ では **82.925818** パーセントであり、同じ二本について両方とも正しい。「どれだけ違うか」は、どこを見るかを言わないと決まらない。差は四次の項から出る——一次も二次も三次も一致しているので近くでは見分けようがなく、放物線は懸垂線の二次のテイラー多項式そのものであって、当てはめた曲線ではない。そして二つを分けているのは、形ではなく測度である——どちらも $Hy'' = w$ という同じ釣り合いから出て、違うのは w が弧長 ds について一定か、水平長 dx について一定かだけである。弧長で一定なら傾いた所ほど水平方向に重くなり、だから懸垂線のほうが速く立ち上がる。だから「懸垂線に近い放物線」という言い方は順序が逆である——どちらも別々の物理から出た正確な答であって、近似関係は後から数学が見つけたものである。実際の吊り橋のたるみ比 $1/10$ では、最大差はたるみの **0.082674** パーセント——スパン 1000 m ・たるみ 100 m の橋で **8.3 cm** であり、施工の誤差より小さいこともある。それでも二つは別の曲線である。分けるものは一つ——吊られた桁とケーブル自身の、どちらが重いか。実際の橋はそのあいだにあり、本稿はその位置を決めない。論文198とは向きがちょうど逆である——198は一つの曲線が二つの性格を持つと言い、本稿は二つの曲線が一つの見かけを持つと言う。どちらも「見た目は根拠にならない」という同じ規律に服している。最後に一つ——ガリレオは垂れた鎖を放物線だと書いた。間違いだが、**0.083** パーセントの間違いである。目を見て直せる誤りではなく、**cosh** という関数がまだ無かったのだから直しようもなかった。正しい形を書くには、書くための言葉が先に要る。

参考文献

1. Galilei, G. (1638). *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno à due nuove scienze*, Giornata Seconda. Leiden: Elsevir.
2. Bernoulli, Joh., Bernoulli, Jac. and Huygens, C. (1691). Solutions to the problem of the catenary. *Acta Eruditorum*, June.
3. Irvine, H. M. (1981). *Cable Structures*. Cambridge: MIT Press.
4. Gere, J. M. and Timoshenko, S. P. (1997). *Mechanics of Materials*, 4th edition. Boston: PWS.
5. 山岸勇輝 (2026). 同じ表が、二つの正しい答を持つ [論文183]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22104230
6. 山岸勇輝 (2026). 「まっすぐ」は「最短」を意味せず、柵は二つある [論文198]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22107954
7. 山岸勇輝 (2026). 二つの極限は、順序を書くまで答を持たない [論文245]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22159739
8. 山岸勇輝 (2026). 三百本目の点呼——同根か別根かは、判定できる [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
9. 山岸勇輝 (2026). 二乗三乗の「法則」は、法則ではなく恒等式である [論文326]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209992

