

足しているのは値ではなく、精度である

— $\sigma = (1, 2, 5)$ の三台を融合すると **0.880451**、最悪の一台を捨てても悪化は **1.5874** パーセント —
ただし完全に相関していれば、三台は一台と同じである — [論文334]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

精度の違うセンサを何台か並べて、一つの答を作る。本稿が問うのは、そのとき何が足し合わされているのかである——答は、値ではなく、分散の逆数である。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、 $\sigma = (1, 2, 5)$ を融合すると **0.880451** で、最良の一台より **11.9549** パーセント良い（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。重みは分散の逆数に比例し、 $\sigma = 5$ の一台は全体の **3.1008** パーセントしか担わない（第3節）。第三に、だから最悪の一台を捨てても、悪化は **1.5874** パーセントにとどまる（第3節）。第四に、同じ精度を n 台並べると $1/\sqrt{n}$ で、 $n = 4$ でちょうど **0.500000** である（第2節）。第五に、相関があると効果は消える。 $\rho = 0.99$ の二台は **0.997497** で、一台と実質的に同じである（第4節）。第六に、分離子は「誤差が独立か、相関しているか」である（第5節）。

本稿の射程（射程注記）：新しい数学定理も新しい法則も主張しない——逆分散重み付け、最良線形不偏推定量、相関のある場合の分散の式はいずれも標準的である。推定論を作らない——最尤法やベイズ推定の一般論には立ち入らない。一つの式と、その式が何を無視しているかだけを見る。カルマンフィルタを実装しない——時間発展を持つ逐次推定には入らない。本稿が扱うのは一時点の融合だけである。触れるにとどめる。外れ値を扱わない——頑健統計や故障したセンサの検出には立ち入らない。どのセンサも仕様どおりに動いているとする。偏りを扱わない——各センサは不偏とする。系統誤差の合成は主題にしない。センサを設計しない——個々のセンサの物理には入らない。既刊との関係：論文322は同じ一つのセンサ誤差が位置には三つの別々の幕で届くと示した——そこでは射程注記が「カルマンフィルタを扱わない、外部観測との融合には立ち入らない」と明示しており、本稿はその席に座る。322が一台の誤差の行き先を追ったのに対し、本稿は複数台の誤差の合わせ方を見る。論文317は有意水準が一回あたりの約束だと示した——そこでは回数を増やすと悪くなり、ここでは台数を増やすと良くなる。どちらも「独立であること」が前提になっている。論文300は同根か別根かは判定できると示した——本稿の $1/\sqrt{n}$ と論文317の多重比較は、同じ独立性の仮定から出ている。論文221は最後の桁を一つ変えると固有値が0.16動くと示した——そこでは誤差が増幅され、ここでは平均で抑えられる。加えたのは重みの内訳を百分率で出したこと、最悪の一台を捨てたときの悪化を数で出したこと、相関を入れて効果が消える様子を段階的に示したこと、分離子を「独立か相関か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：同じ量 x を、 n 台のセンサが独立に測る。 i 番目の測定値を x_i 、その標準偏差を σ_i とする。重み w_i をつけて $\hat{x} = \sum w_i x_i$ （ただし $\sum w_i = 1$ ）と作るとき、 $\hat{x}$ の分散を最小にする重みは

$$w_i = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum_j 1/\sigma_j^2}, \quad \frac{1}{\sigma_{\text{融合}}^2} = \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}$$

である。

観察 1.1

右の式の形に注目する。足し算になっているのは σ でも σ^2 でもなく、 $1/\sigma^2$ である——分散の逆数が、素直に足される量である。

観察 1.2

$1/\sigma^2$ には名前がついている。統計では精度と呼ぶ——つまり足しているのは、測定値でも誤差でもなく、精度である。

観察 1.3

本稿の測り方を先に固定する。センサはすべて不偏で、誤差は独立とする——この二つの仮定が、後で分離子になる。

問い：精度の違う何台かを合わせたとき、何がどれだけ効くのか。

2. 三台を融合すると 0.880451 になる

検算 2.1： $\sigma = (1, 2, 5)$ の三台について（本稿で計算）。

量	値
$\sum 1/\sigma_i^2$	$1 + 0.25 + 0.04 = 1.29$
融合後の σ	0.880451
最良の一台だけ ($\sigma = 1$)	1.000000
融合による改善	11.9549 パーセント

観察 2.2

融合後は、最良の一台より必ず良くなる。どんなに悪いセンサを足しても、 $\sum 1/\sigma_i^2$ は増えるだけだからである——足して悪くなることは、この式の下では起こらない。

観察 2.3

しかし改善は **11.9549** パーセントしかない。台数を三倍にしたのに——二台目と三台目が悪すぎるからである。

検算 2.4：同じ精度のセンサを n 台並べた場合（本稿で計算）。

台数 n	融合後の σ	一台あたりの寄与
1	1.000000	—
2	0.707107	29.29 パーセント改善
4	0.500000	50.00 パーセント改善
9	0.333333	66.67 パーセント改善
100	0.100000	90.00 パーセント改善

観察 2.5

$n = 4$ でちょうど半分になる。 $1/\sqrt{4} = 0.500000$ ——誤差を半分にするには四台、十分の一にするには百台が要る。

観察 2.6

これは標本平均の標準誤差 $\sigma/\sqrt{n}$ とまったく同じである。 $n = 9$ で 0.333333 は $1/3$ である——「何台のセンサ」と「何回の測定」は、この式の上では区別がない。

3. 芯：重みは分散の逆数で、悪いセンサはほとんど担わない

検算 3.1： $\sigma = (1, 2, 5)$ の三台の重みを百分率で出す（本稿で計算）。

センサ	$1/\sigma^2$	重み
$\sigma = 1$	1.0000	77.5194 パーセント
$\sigma = 2$	0.2500	19.3798 パーセント
$\sigma = 5$	0.0400	3.1008 パーセント

観察 3.2

これが本稿の芯である。 σ が 5 倍悪いセンサの重みは、5 分の 1 ではなく 25 分の 1 である——二乗で効くので、悪いセンサは急速に無視される。

検算 3.3：最悪の一台 ($\sigma = 5$) を捨てたらどうなるか（本稿で計算）。

構成	融合後の σ
三台すべて	0.880451
$\sigma = 5$ を捨てる	0.894427
悪化	1.5874 パーセント

観察 3.4

捨てても 1.5874 パーセントしか悪くならない。三台のうち一台を丸ごと外して、この程度である——そのセンサの配線・電源・較正・故障の面倒を、1.5874 パーセントの精度で買っていたことになる。

観察 3.5

逆に言えば、悪いセンサを足しても害はない。重みが自動的に小さくなるので——「精度の低いセンサは混ぜないほうがよい」は、この式の下では誤りである。ただしそれは、 σ_i を正しく知っている場合に限る。

検算 3.6： σ_i を間違えたらどうなるか。 $\sigma = 5$ のセンサが、自分は $\sigma = 1$ だと誤って申告した場合（本稿で計算）。

	三台目の重み	融合後と称する σ	実際の σ
正しい申告	3.1008 パーセント	0.880451	0.880451
誤った申告	44.4444 パーセント	0.666667	2.277100

観察 3.7

三台目の重みは **3.1008** から **44.4444** パーセントへ、**14.33** 倍に跳ね上がる。そして融合後の σ を **0.666667** と称するのにな、実際には **2.277100** である——称する値の **3.4157** 倍悪い。

観察 3.8

正しく組んだ場合の **0.880451** よりも悪い。**2.277100** は **2.59** 倍である——申告を誤ると、そのセンサを最初から捨てておくより悪くなる。式が守ってくれるのは、各センサが自分の悪さを正しく申告している場合だけである。

観察 3.9

論文322 が空けた席に、これが座る。322 は一つのセンサ誤差が位置に三つの別々の幕で届くと書き、射程注記で「外部観測との融合には立ち入らない」と明示した——322 は誤差の行き先を追い、本稿は誤差の合わせ方を見る。

4. 相関があると、効果は消える

設定：第2節と第3節は、誤差が独立であることを前提にしていた。同じ $\sigma = 1$ の二台が相関係数 ρ で相関しているとき、単純平均の分散は $(1 + \rho)/2$ になる。

検算 4.1： ρ を動かす（本稿で計算）。

相関 ρ	融合後の σ	一台からの改善
0.00	0.707107	29.29 パーセント
0.50	0.866025	13.40 パーセント
0.90	0.974679	2.53 パーセント
0.99	0.997497	0.25 パーセント
1.00	1.000000	0.00 パーセント

観察 4.2

$\rho = 1$ で改善が完全に消える。二台が同じ誤差を持つなら、二台目は情報を一つも足していない——台数は 2 でも、実質の台数は 1 である。

観察 4.3

$\rho = 0.9$ でも、もう改善は 2.53 パーセントしかない。独立なら 29.29 パーセントだったものが——相関が高いことは、台数を増やす意味を先に消してしまう。

観察 4.4

ここが最も危ないところである。式は ρ を見ずに $1/\sqrt{n}$ を返す——独立だと思い込んで n を増やすと、実際には出ていない精度を出たと報告することになる。

観察 4.5

相関は、同じ型のセンサを並べたときに入りやすい。同じ温度ドリフト、同じ電源のノイズ、同じ較正の癖——台数を増やす一番簡単な方法（同じものを買ひ足す）が、一番相関を入れやすい方法でもある。

観察 4.6

論文317 との対をなす。317 は「有意水準は一回あたりの約束であって研究あたりではない」と書いた——そこでは独立な試行を重ねると偽陽性が積み上がり、ここでは独立な測定を重ねると誤差が減る。同じ独立性の仮定が、片方では危険を作り、片方では利益を作る。

5. 分離子：誤差が独立か、相関しているか

観察 5.1

分離子——台数を増やしたとき、増えているのが独立な情報か、同じ情報の写しか。

	n 台の効果	$\sigma = 1$ の二台で	増えているもの
独立	$1/\sqrt{n}$	0.707107	情報
完全相関	変わらない	1.000000	台数だけ

観察 5.2

分離子は、センサの精度の側にはない。どのセンサも $\sigma = 1$ で同じなのに、 ρ だけで結果が 0.707107 にも 1.000000 にもなる——カタログに載っているのは σ であって ρ ではない。

観察 5.3

ρ は一台では測れない。同時に動かして比べなければ出てこない量である——個々のセンサをどれだけ丁寧に較正しても、 ρ は分らない。

観察 5.4

正直に書くべき点——相関は必ずしも害ではない。 ρ が負なら、独立より良くなる—— $\rho = -1$ の二台なら分散は 0 になる。実際にそんな組は作りにくい、式の上ではそうである。相関が悪いのではなく、正の相関が悪い。

観察 5.5

分離子は動かせる。別の原理のセンサを混ぜれば ρ は下がる——同じセンサを二台買うより、精度の劣る別方式を一台足すほうが良くなる場合がある。 σ を下げるのと ρ を下げるのは、別の投資である。

観察 5.6

最後に一つ——この式が答えるのは「どれを信じるか」ではない。どのセンサも捨てず、どれも信じきらず、自分の悪さの申告に応じて席を配る——選別ではなく配分であり、そして配分の根拠は測定値ではなく、測定値の散らばりのほうである。

6. 点呼と結び

1. 三台の融合で **0.880451** (検算2.1) : 最良の一台より **11.9549** パーセント良い。
2. 足して悪くなることはない (観察2.2) : $\sum 1/\sigma^2$ は増えるだけ。
3. $n = 4$ でちょうど **0.500000** (検算2.4) : 半分にするには四台。
4. 標本平均の標準誤差と同じ式 (観察2.6) : 台数と回数に区別が無い。
5. $\sigma = 5$ の重みは **3.1008** パーセント (検算3.1) : 5 分の 1 ではなく 25 分の 1。
6. 最悪を捨てても悪化 **1.5874** パーセント (検算3.3) : 一台を丸ごと外して。
7. 申告を誤ると **0.666667** と称して実は **2.277100** (検算3.6) : 捨てるより悪い。
8. $\rho = 0.99$ で **0.997497** (検算4.1) : 実質一台と同じ。
9. $\rho = 0.9$ でも改善は **2.53** パーセント (観察4.3) : 独立なら **29.29**。
10. ρ はカタログに載っていない (観察5.2) : 一台では測れない。

結び : 精度の違うセンサを合わせるとき、足し合わされているのは値でも誤差でもなく、分散の逆数、すなわち精度である—— $1/\sigma_{\text{融合}}^2 = \sum 1/\sigma_i^2$ という形がそれを言っている。 $\sigma = (1, 2, 5)$ の三台なら融合後は **0.880451** で、最良の一台より **11.9549** パーセント良い。どんなに悪いセンサを足しても和は増えるだけなので、足して悪くなることはこの式の下では起こらない。そして重みは二乗で効く—— σ が 5 倍悪いセンサの重みは 5 分の 1 ではなく **3.1008** パーセント、すなわち 25 分の 1 である。だから最悪の一台を丸ごと捨てても、悪化は **1.5874** パーセントにとどまる——そのセンサの配線・電源・較正・故障の面倒を、**1.5874** パーセントの精度で買っていたことになる。同じ精度を n 台並べれば $1/\sqrt{n}$ で、 $n = 4$ でちょうど **0.500000** である——これは標本平均の標準誤差 $\sigma/\sqrt{n}$ とまったく同じ式で、「何台のセンサ」と「何回の測定」に区別が無い。ただし、以上はすべて誤差が独立であることの上に立っている——同じ $\sigma = 1$ の二台でも、相関 ρ を入れると $\rho = 0$ で **0.707107**、 $\rho = 0.9$ で **0.974679**、 $\rho = 0.99$ で **0.997497**、 $\rho = 1$ で **1.000000** になる。 $\rho = 1$ では改善が完全に消え、二台目は情報を一つも足していない。 $\rho = 0.9$ でも改善はもう **2.53** パーセントしかない。ここが最も危ない——式は ρ を見ずに $1/\sqrt{n}$ を返すので、独立だと思い込んで台数を増やすと、実際には出ていない精度を出たと報告することになる。そして台数を増やす一番簡単な方法 (同じものを買ひ足す) が、一番相関を入れやすい方法でもある。分けるものは一つ——増えているのが独立な情報か、同じ情報の写しか。分離子はセンサの精度の側にはない——どれも $\sigma = 1$ で同じなのに、 ρ だけで結果は **0.707107** にも **1.000000** にもなる。そしてカタログに載っているのは σ であって ρ ではなく、 ρ は一台では測れない。正直に書いておく——相関そのものが害なのではない。 ρ が負なら独立より良くなり、 $\rho = -1$ なら分散は 0 になる。悪いのは正の相関である。そして別の原理のセンサを混ぜれば ρ は下がるので、同じセンサを二台買うより、精度の劣る別方式を一台足すほうが良くなる場合がある。 σ を下げるのと ρ を下げるのは、別の投資である。最後に一つ——この式が答えるのは「どれを信じるか」ではない。どのセンサも捨てず、どれも信じきらず、自分の悪さの申告に応じて席を配る。選別ではなく配分であり、そして配分の根拠は測定値ではなく、測定値の散らばりのほうである。

参考文献

1. Gauss, C. F. (1823). *Theoria Combinationis Observationum Erroribus Minimis Obnoxiae*. Göttingen: Dieterich.
2. Aitken, A. C. (1935). On Least Squares and Linear Combination of Observations. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, 55.
3. Kalman, R. E. (1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(1).
4. Bar-Shalom, Y., Li, X.-R., Kirubarajan, T. (2001). *Estimation with Applications to Tracking and Navigation*. New York: Wiley.
5. Cochran, W. G. (1937). Problems Arising in the Analysis of a Series of Similar Experiments. *Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society*, 4(1).
6. 山岸勇輝 (2026). 最後の桁を一つ変えると、固有値が 0.16 動く [論文221]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22120012
7. 山岸勇輝 (2026). 三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
8. 山岸勇輝 (2026). 有意水準は「一回あたり」の約束であって、研究あたりではない [論文317]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22208819
9. 山岸勇輝 (2026). 同じ一つのセンサ誤差が、位置には三つの別々の幕で届く [論文322]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209240

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)