

穴の大きさは、応力集中の式に入っていない

— 面積が **10000** 倍ちがう二つの楕円孔が、同じ $K_t = 21.0$ を持つ — 入っているのは尖り a/b だけで、円孔で **3.0**、 $a/b = 100$ で **201.0** — [論文343]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

板に穴を開けると、その縁で応力が高くなる。本稿が問うのは、どれだけ高くなるかを決めているのは何かである——答は、穴の大きさではなく、尖りだけである。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、楕円孔の応力集中係数は $K_t = 1 + 2a/b$ で、大きさが入っていない（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。面積が **10000** 倍ちがう二つの穴が、同じ $K_t = 21.0$ を持つ（第2節）。第三に、円孔では $K_t = 3.0$ で、これは穴の大きさに一切依らない（第2節）。第四に、 a/b を **100** 倍にすると K_t は **67** 倍になる。**3.0** から **201.0** へ（第2節）。第五に、同じ楕円を **90** 度回すと、 K_t は **21.0** から **1.2** に落ちる（第4節）。第六に、分離子は「面積か、尖りか」である（第5節）。

本稿の射程（射程注記）：新しい数学定理も新しい法則も主張しない——インギリスの楕円孔解、応力集中係数 $K_t = 1 + 2a/b$ 、曲率半径による表現 $K_t = 1 + 2\sqrt{a/\rho}$ はいずれも標準的である。弾性論を作らない——解の導出、複素応力関数、境界条件の扱いには立ち入らない。式は与えられたものとして使う。破壊力学を作らない——応力拡大係数 K_I やき裂進展則には入らない。触れるにとどめる。塑性を扱わない——実際の材料は降伏するので、 K_t が **201** でも応力が **201** 倍にはならない。弾性の範囲だけを見る。有限幅を扱わない——無限平板の解を使う。板幅に対して穴が大きい場合は別の補正が要る。疲労を扱わない——繰り返し荷重下の切欠き係数には立ち入らない。既刊との関係：論文325は虹の角度に水滴の大きさが入っていないと示した——本稿はまったく同じ型で、応力集中に穴の大きさが入っていない。どちらも「相手の大きさが式に入る道が無い」。論文326は二乗三乗の「法則」が恒等式だと示した——そこでも寸法の効き方が幾何から決まっていた。論文344は強度が体積の関数であって材料の定数ではないと示す——そこでは大きさが効き、本稿では効かない。同じ「材料の破壊」の中で、大きさが効く量と効かない量が並んでいる。論文342は同じ二材料が向きだけで **16.93** 倍ちがうと示した——そこでも本稿でも、向きが答を変えている。加えたのは二つの表現（ a/b と曲率半径）が厳密に一致することを確認したこと、面積が 10^4 倍ちがう二つで K_t が同じになることを明示したこと、同じ楕円を **90** 度回したときの落差を出したこと、分離子を「面積か尖りか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：無限に広い平板を一様に引っ張り、その中に長半径 a 、短半径 b の楕円孔を、 a が引張方向に垂直になるように開ける。孔の縁の最大応力は

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 \left(1 + \frac{2a}{b} \right), \quad K_t = 1 + \frac{2a}{b}$$

である（インギリス、1913 年）。

観察 1.1

右辺に a と b は比としてしか現れない。 a と b を同じ倍率で大きくしても K_t は変わらない——つまり穴の大きさが、式に入っていない。

観察 1.2

素朴には、大きい穴のほうが危ないと思う。断面積が減るから弱くなるのは確かだが——それは平均応力の話であって、集中の話ではない。二つは別の量である。

観察 1.3

本稿の測り方を先に固定する。無限平板、線形弾性、一軸引張とする——有限幅の補正も塑性も入れない。

問い： K_t を決めているのは、穴の何か。

2. 面積が 10000 倍ちがう二つが、同じ K_t を持つ

検算 2.1： a/b ごとに K_t を出し、曲率半径による表現とも突き合わせる（本稿で計算）。

a/b	$K_t = 1 + 2a/b$	曲率半径 $\rho = b^2/a$ ($a = 1$)	$1 + 2\sqrt{a/\rho}$
1 (円孔)	3.0	1.000000	3.0000
2	5.0	0.250000	5.0000
5	11.0	0.040000	11.0000
10	21.0	0.010000	21.0000
100	201.0	0.000100	201.0000

観察 2.2

自己検査を二つ置く。(a) 円孔で $K_t = 3.0$ となり、これは古典的な既知値である。(b) 二つの表現が全行で厳密に一致する（最大ずれ 0）——独立に知られた一件と、独立な二つの式の突合せで、道具を試してから読む。

検算 2.3： a/b を同じにしたまま、穴の大きさだけを変える（本稿で計算）。

a	b	孔の面積 πab	K_t
1	0.1	0.314159	21.0
100	10	3141.592654	21.0
比		10000 倍	1.0000 倍

観察 2.4

これが本稿の芯である。面積が 10000 倍ちがう二つの穴が、同じ 21.0 を持つ—— 0.3 mm^2 の傷と 3000 mm^2 の孔が、縁では同じ倍率で応力を上げる。

観察 2.5

円孔の 3.0 は、直径に一切依らない。髪の毛ほどの丸穴も、拳が入る丸穴も、縁の応力は 3 倍である——「小さいから大丈夫」は、集中については成り立たない。

観察 2.6

a/b を 100 倍にすると K_t は 67 倍になる。3.0 から 201.0 へ——同じ面積のまま形だけを細長くすれば、応力は 67 倍になる。

3. 尖りは、曲率半径として測っても同じことである

観察 3.1

楕円の長軸の端での曲率半径は $\rho = b^2/a$ である。これを使うと $K_t = 1 + 2\sqrt{a/\rho}$ と書ける——第2節の表で、二つの表現は全行で一致した。

観察 3.2

だが $\sqrt{a/\rho}$ には a が残っている。形の上では大きさが入っているように見える——ところが $\rho = b^2/a$ を代入すれば a は消える。二つの表現は、同じ一つの量を二通りに書いただけである。

観察 3.3

この書き換えには、実務上の意味がある。 ρ は測れるが、 a と b が定義できない形（切欠き、溶接止端、隅肉）でも ρ は測れる——だから設計では曲率半径のほうが使われる。

観察 3.4

$b \rightarrow 0$ の極限で $K_t \rightarrow \infty$ である。尖りを無限にすればよいので、き裂は弾性論の中では無限の応力を持つ——ここで K_t という量そのものが使えなくなり、破壊力学は別の量（応力拡大係数）に乗り換える。

観察 3.5

そしてそこで初めて、大きさが入ってくる。応力拡大係数は $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$ で、 a が単独で現れる—— K_t には入らなかった大きさが、 K_I には入る。どちらを使うかで、大きさが効くかどうかが変わる。

観察 3.6

正直に書くべき点——実際の材料では $K_t = 201$ が 201 倍の応力にならない。降伏点に達すれば塑性変形が起きて先端が丸まる—— K_t は弾性解であり、上限を与えるが実測値ではない。

4. 同じ楕円を 90 度回すと、21.0 が 1.2 になる

検算 4.1：同じ楕円孔を、引張方向に対して 90 度回す（本稿で計算）。

向き	a/b	K_t
長軸が引張に垂直	10	21.0
長軸が引張に平行	0.1	1.2
比		17.5 倍

観察 4.2

同じ穴、同じ面積、同じ材料で、向きだけで 17.5 倍ちがう。1.2 は、集中がほとんど無いということである——細長い穴は、引張方向に寝かせれば無害に近い。

観察 4.3

だから穴の向きは、設計の変数である。同じ軽量化を、危険な向きでも安全な向きでも実現できる——航空機の窓が角丸になっているのは、この a/b を小さく保つためである。

観察 4.4

論文342 との対をなす。342 は同じ二材料が向きだけで 16.932376 倍ちがうと書いた——本稿では同じ穴が向きだけで 17.5 倍ちがう。偶然にも近い数だが、片方は剛性の境界の比、もう片方は応力集中の比で、根は別である。

観察 4.5

論文325 と同じ型である。325 は虹の角度に水滴の大きさが入らないと書いた——ここでは応力集中に穴の大きさが入らない。どちらも、相似な図形が同じ答を返す。

5. 分離子：面積か、尖りか

観察 5.1

分離子——危険を測っている量が、断面の欠損（面積）か、縁の曲率（尖り）か。

	効く量	大きさは入るか	例
平均応力の上昇	欠損面積	入る	大きな丸穴
応力集中 K_t	a/b （尖り）	入らない	小さな鋭い傷

観察 5.2

二つは、別の向きに危険を並べる。面積で言えば大きな丸穴が危なく、集中で言えば小さな鋭い傷が危ない——どちらが致命的かは、材料が脆いか延性かで決まる。

観察 5.3

分離子は動かせる。鋭い傷の先端に丸穴を開ければ a/b が下がり、 K_t が落ちる——面積を増やして安全にする、という一見矛盾した処置が成り立つ。ストップホールと呼ばれる実際の手法である。

観察 5.4

これが本稿の実務的な核である。穴を開けて安全になるのは、危険を測っている量が面積ではないからである——分離子を取り違えていると、この処置は理解できない。

観察 5.5

正直に書くべき点——ストップホールが常に有効なわけではない。疲労では応力の繰り返しが効き、静的な K_t だけでは決まらない——本稿が言うのは K_t が下がることであって、寿命が延びることではない。

観察 5.6

最後に一つ——この式が言っているのは、危険が「どれだけ材料が失われたか」で測れないということである。失われた面積が同じでも、失われ方の形で 67 倍ちがう——量ではなく、輪郭が決めている。

6. 点呼と結び

1. $K_t = 1 + 2a/b$ に大きさが入らない（観察1.1）： a と b は比としてしか現れない。
2. 円孔で $K_t = 3.0$ （検算2.1）：古典的な既知値。
3. 二つの表現が全行で厳密に一致（観察2.2）：最大ずれ 0。
4. 面積 10000 倍で K_t が同じ 21.0（検算2.3）：本稿の芯。
5. 円孔の 3.0 は直径に依らない（観察2.5）：「小さいから大丈夫」は成り立たない。
6. a/b を 100 倍で K_t が 67 倍（観察2.6）：3.0 から 201.0。
7. $b \rightarrow 0$ で $K_t \rightarrow \infty$ （観察3.4）：そこで K_t が使えなくなる。
8. $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$ には a が入る（観察3.5）：どちらを使うかで変わる。
9. 90 度回すと 21.0 が 1.2（検算4.1）：17.5 倍。
10. ストップホールは面積を増やして安全にする（観察5.3）：分離子が面積でないから。

結び：板の楕円孔の縁では応力が $K_t = 1 + 2a/b$ 倍になり、右辺に a と b は比としてしか現れない——つまり穴の大きさが、式に入っていない。面積が 10000 倍ちがう二つの楕円孔が、同じ $K_t = 21.0$ を持つ——0.314159 の傷と 3141.592654 の孔が、縁では同じ倍率で応力を上げる。円孔の 3.0 も直径に一切依らず、髪の毛ほどの丸穴も拳が入る丸穴も縁の応力は 3 倍である。「小さいから大丈夫」は、集中については成り立たない。入っているのは尖りだけである—— a/b を 100 倍にすれば K_t は 3.0 から 201.0 へ 67 倍になる。曲率半径で書き直しても同じで、 $K_t = 1 + 2\sqrt{a/\rho}$ は全行で $1 + 2a/b$ と一致した—— $\sqrt{a/\rho}$ には a が残っているように見えるが、 $\rho = b^2/a$ を代入すれば消える。二通りに書いた同じ一つの量である。そして $b \rightarrow 0$ の極限で $K_t \rightarrow \infty$ になる——き裂は弾性論の中で無限の応力を持ち、そこで K_t という量そのものが使えなくなる。破壊力学が乗り換える先の応力拡大係数 $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$ には、 a が単独で現れる—— K_t には入らなかった大きさ

が、 K_I には入る。どちらを使うかで、大きさが効くかどうかが変わる。同じ楕円を 90 度回すと 21.0 が 1.2 になる——同じ穴、同じ面積、同じ材料で 17.5 倍である。細長い穴は引張方向に寝かせれば無害に近く、航空機の窓が角丸なのは a/b を小さく保つためである。分けるものは一つ——危険を測っている量が、断面の欠損（面積）か、縁の曲率（尖り）か。面積で言えば大きな丸穴が危なく、集中で言えば小さな鋭い傷が危ない。そして分離子は動かせる——鋭い傷の先端に丸穴を開ければ a/b が下がり K_t が落ちる。面積を増やして安全にするという一見矛盾した処置（ストップホール）が成り立つのは、危険を測っている量が面積ではないからである。正直に書いておく——実際の材料は降伏するので $K_t = 201$ が 201 倍の応力にはならない。 K_t は弾性解であって上限を与えるにすぎない。ストップホールも常に有効ではなく、疲労では応力の繰り返しが効くので、本稿が言うのは K_t が下がることであって寿命が延びることではない。最後に一つ——この式が言っているのは、危険が「どれだけ材料が失われたか」では測れないということである。失われた面積が同じでも、失われ方の形で 67 倍ちがう。量ではなく、輪郭が決めている。

参考文献

1. Inglis, C. E. (1913). Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners. *Transactions of the Institution of Naval Architects*, 55.
 2. Griffith, A. A. (1921). The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 221.
 3. Irwin, G. R. (1957). Analysis of Stresses and Strains near the End of a Crack Traversing a Plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24.
 4. Peterson, R. E. (1974). *Stress Concentration Factors*. New York: Wiley.
 5. Timoshenko, S. P., Goodier, J. N. (1970). *Theory of Elasticity*, 3rd edition. New York: McGraw-Hill.
 6. 山岸勇輝 (2026). 虹の角度に、水滴の大きさは入っていない [論文325]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209848
 7. 山岸勇輝 (2026). 二乗三乗の「法則」は、法則ではなく恒等式である [論文326]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209992
 8. 山岸勇輝 (2026). 同じ二材料を同じ割合で混ぜて、剛性が 16.93 倍ひらく [論文342]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22682160
 9. 山岸勇輝 (2026). 強度は材料の定数ではなく、体積の関数である [論文344]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22682232
-

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)