

山岸万有引力定数解凍理論

— 第3版： $4\pi G$ に含まれる二つの 4π と、単位の選択にできないこと — [論文35]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月 (第3版)

— From thinking to syncing. —

要旨

$n = 2$ 唯一性定理より得られる山岸重力パッチ $G_{\text{geom}} = 4\pi = \text{Vol}(S^2)$ をニュートン重力とポアソン方程式に代入すると、結合定数は $\nabla^2 \Phi = 16\pi^2 \rho$ となり、さらに $M = m = 4\pi$ を採れば $F = 64\pi^3/r^2$ 、 $U = -64\pi^3/r$ となる。これらの代入は正しく、 $F = -dU/dr$ で整合する。第3版が加えるのは、 $4\pi G$ という積に含まれる二つの 4π の身元調査である。根①：ポアソン方程式の 4π は $\nabla^2(1/r) = -4\pi\delta^3(\mathbf{r})$ — すなわちガウスの流束定理から強制される全立体角であり、選ぶことができない。根②： G に代入する 4π は単位系の選択であり、 $G = 1$ や SI と同じ資格の規約である (論文95)。したがって $16\pi^2 = (4\pi)(4\pi)$ は「事実の 4π 」と「規約の 4π 」の積であって、二つを統合してはならない (論文86・100)。あわせて第3版は $16\pi^2$ の四つの住所を点呼する — 本稿の積、 $\text{Vol}(S^3_{R=2})$ (論文08)、インスタント数の規格化 (論文45・48)、1ループの幾何学的測度 $1/16\pi^2$ (論文110)。とくに $\text{Vol}(S^3_{R=2}) = \text{Vol}(T^2_{a=2}) = 16\pi^2$ は、次元さえ異なる (3次元と2次元) 二つの多様体と同じ数値をもつ例であり、署名を根と取り違えてはならないことの標本である。さらに、 $4\pi \rightarrow 16\pi^2 \rightarrow 64\pi^3$ が半径2の平坦トーラス列 $(4\pi)^n = \text{直積}$ であるのに対し、球面体積の階段は歩幅2の漸化式でパリティが分離する (論文115) こと、そしてホップ束により S^3 は $S^2 \times S^1$ ではない (論文67・109) ことを対比し、両者は生成規則が異なることを明示する。最後に、単位の選択にできないことを述べる。無次元の重力結合 $\alpha_G = Gm_p^2/(\hbar c) \approx 5.9 \times 10^{-39}$ はいかなる単位系の選択によっても変わらない。 $G = 4\pi$ と置いても α_G は動かず、「重力はなぜ弱い」は説明されない (論文95・101・113)。また自然単位系における G の質量次元 -2 こそが摂動的くりこみ不可能性の源であり (Goroff-Sagnotti 1986)、代入は式の見た目を整える一方で、その次元という物理を視界から隠す。射程：既存の物理法則に対する構造的解釈 (第2層)。新しい物理法則も予言も主張しない。 G の測定値を導出しない。

本稿の位置づけ（規律）：本稿は既存の物理法則に対する構造的解釈を提示するものであり、新たな物理法則の発見や未解決問題の証明を主張しない。示される代数的関係はいずれも既知の式への代入であり、その幾何学的な読み替えを提案することを目的とする。既存理論と矛盾する主張は含まない。同じ数値 $16\pi^2$ が複数の文脈に現れることを、同一の起源の証拠として扱わない（論文48・86・100・115）。第3層のレンズは非科学の札つきで隔離する。

単位系についての注記（重要）：本稿における $m = 4\pi$ 、 $G = 4\pi$ 等の代入は自然単位系の選択である。 G や $\hbar$ は次元を持つ量であり、その数値は単位系に完全に依存する。 $G = 4\pi$ と置けるのは $G = 1$ （幾何単位系）や $G = 6.674 \times 10^{-11}$ （SI）と置けるのと同じ意味においてであり、どれが「正しい」かを物理が決めるわけではない。したがって本稿が示すのはこの単位系を採ったとき方程式がどう見えるかであって、自然についての新事実ではない。得られる関係式は自然単位系におけるものであり、SI単位系へ移す際には変換係数を要する。本稿の価値があるとすれば、それは幾何構造の可視化—— π の出所や立体角の役割が式の上で見やすくなること——に限られる。

1. 序論： $4\pi G$ という積には、二つの 4π が入っている

ニュートン（1687）の万有引力の法則 $F = GMm/r^2$ において、 G は質量と距離の間で力を対応させる比例定数として導入された。重力ポテンシャル Φ に対するポアソン方程式は

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$$

である。ここで 4π と G はつねに積 $4\pi G$ の形で現れる。

初版・第2版はこの積に $G = 4\pi$ を代入し、 $16\pi^2$ を得ることを記録した。第3版が問うのは、その一歩手前である——この積に含まれる二つの 4π は、同じものなのか。

同じ数だが、同じ根ではない。
一方は幾何から強制される事実、他方は選んでよい規約である。

2. 代入とその帰結

定理 2.1 (山岸重力パッチのもとでの表現)

$G_{\text{geom}} = 4\pi = \text{Vol}(S^2)$ を採ると、ポアソン方程式は

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi(4\pi)\rho = 16\pi^2\rho$$

と書ける。さらに $M = m = 4\pi$ を採ると、2質点間の力とポテンシャルは

$$F = \frac{(4\pi)(4\pi)(4\pi)}{r^2} = \frac{64\pi^3}{r^2}, \quad U = -\frac{64\pi^3}{r}$$

となり、 $F = -dU/dr$ によって整合する。

パッチ適用範囲の規約：本稿では M と m の双方に 4π を適用する。これは「両方の質点を単位質量に取る」ことを意味する。片方だけに適用すると $F = -dU/dr$ が破れるため、どちらの質量にパッチを当てるかを明示することが必要である。この整合条件は、力とポテンシャルの関係から機械的に検査できる： $U = -A/r$ に対して $|F| = A/r^2$ でなければならない。

以上は代入であって、証明でも発見でもない。確定しているのはこの代数的事実だけである。以下の節は、ここに現れた数の身元を書き分ける。

3. 4π の点呼 — 根が違う二つの 4π

3.1 根①：ポアソン方程式の 4π — ガウスの流束（強制される事実）

確立された事実 3.1 (ラプラシアンの基本解)

3次元において

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) = -4\pi \delta^3(\mathbf{r})$$

であり、この 4π は単位球面の全立体角 $\text{Vol}(S^2) = 4\pi$ にほかならない。ガウスの発散定理により、原点を囲む任意の閉曲面を貫く流束は曲面の形によらず 4π 倍の源の強さに等しい。

この 4π は選べない。逆二乗則と3次元空間を与えた時点で、それは決まっている。論文02・13が扱ったガウス流束としての全立体角、論文92のストークスの定理の一族、論文86の位相の根（根T）が、いずれもここに属す

る。

観察 3.2 (この 4π は次元を選ばない — 論文114の物差し)

d 次元空間で同じ議論を行えば、対応する因子は $\text{Vol}(S^{d-1})$ に変わる。すなわちポアソン方程式の 4π は各次元に一つずつ存在する族の $d = 3$ の成員であって、3次元が特別だから 4π なのではない。論文114の物差し (「その対象は自分が何次元にいることを知っているか」) に照らせば、これは次元を選ばない側に属する。

3.2 根② : G に代入する 4π — 単位系の選択 (規約)

他方、 $G_{\text{geom}} = 4\pi$ という代入は幾何から強制されるものではない。 G は次元をもつ量であり、その数値は単位系に依存する。 $G = 4\pi$ と置くことは、 $G = 1$ (幾何単位系) や $G = 6.674 \times 10^{-11}$ (SI) と置くことと同じ資格の操作である。

論文95 (ポアンカレの規約主義) の語彙を用いれば、根①は事実、根②は規約である。規約は「何でもよい」という意味ではない — 単位系を一つ選べば以後の式はすべてそれに従う。だがどの単位系を選ぶかを物理が決めるわけではない。

3.3 ゆえに $16\pi^2$ は「事実 $\times$ 規約」の積である

系 3.3 (二つの 4π を統合してはならない)

$16\pi^2 = (4\pi)(4\pi)$ における二つの因子は：

	出所	身分
第1因子 (ポアソンの 4π)	ガウスの流束 $\cdot \text{Vol}(S^2)$	事実 (選べない)
第2因子 (G への代入)	自然単位系の選択	規約 (選んでよい)

数値が同じであることは、同じものであることを意味しない (論文86・100)。両者を「同じ 4π が二度現れた」と読むと、規約に事実の資格を与えてしまう。これは論文101が戒めた失敗様式そのものである。

4. $16\pi^2$ の点呼 — 同じ数値、四つの住所

本体系には $16\pi^2$ が複数回現れる。それらは同じ数であって、同じ根ではない。

住所	$16\pi^2$ の正体	出所
(a) 本稿	$(4\pi) \times (4\pi)$	二つの独立な代入の積
(b) 論文08	$\text{Vol}(S^3_{R=2}) = 2\pi^2 R^3$	3次元球面の体積 ($R = 2$)
(c) 論文45・48	インスタントン数の規格化	特性類を整数に規格化する位相的因子
(d) 論文110	$1/16\pi^2$	1ループの幾何学的測度

系 4.1 (次元さえ異なる二つの多様体が同じ数値をもつ)

半径2の平坦2次元トーラスの体積は $\text{Vol}(T^2_{a=2}) = (2\pi \cdot 2)^2 = 16\pi^2$ であり、半径2の3次元球面の体積は $\text{Vol}(S^3_{R=2}) = 2\pi^2 \cdot 2^3 = 16\pi^2$ である。両者は数値として厳密に等しい (157.9137...)。

だが一方は2次元多様体、他方は3次元多様体である。次元さえ違う。これ以上に明快な「署名であって根ではない」の標本はない (論文100・115)。数値の一致を見て構造の一致を読み取ってはならない。

5. トーラス列は積、球面の階段は漸化式

本稿に現れる $4\pi \rightarrow 16\pi^2 \rightarrow 64\pi^3$ は、半径2の平坦トーラス列

$$\text{Vol}(T^n_{a=2}) = (2\pi \cdot 2)^n = (4\pi)^n$$

そのものである。これは同じ数の冪、すなわち直積 $T^n = S^1 \times \cdots \times S^1$ の体積である。

他方、球面体積は論文115が記録したとおり

$$\text{Vol}(S^n) = \frac{2\pi}{n-1} \text{Vol}(S^{n-2})$$

という歩幅2の漸化式に従い、係数が段ごとに変わり、パリティが保存されて階段が偶と奇の二本に分かれる。

観察 5.1 (生成規則が違う)

トーラス側は積 (同じ因子の掛け算・パリティの区別なし)、球面側は漸化式 (係数が変わる・二本に分離)。生成規則そのものが異なる以上、両者の数値が近縁に見えても同一の系列として読むではない。

さらに論文67・109が記録したとおり、ホップ束において S^3 は $S^2 \times S^1$ ではない。 S^3 はねじれた束であり、どの二つのファイバー円も絡んで離せない。すなわち球面側は「積の描像」の反例を含む。トーラス (純粋な直積) と球面 (積ではない) は、この点で決定的に異なる。

6. 単位を選択にできないこと

ここまでは「 $G = 4\pi$ と置くと式がどう見えるか」であった。本節は、そう置いても動かないものを述べる。

確立された事実 6.1 (無次元の重力結合)

陽子質量 m_p を用いた無次元の重力結合定数

$$\alpha_G = \frac{G m_p^2}{\hbar c} \approx 5.906 \times 10^{-39}$$

は無次元であり、したがっていかなる単位系の選択によっても値が変わらない (Duff–Okun–Veneziano 2002)。

系 6.2 ($G = 4\pi$ は「重力の弱さ」を説明しない)

G の数値は単位系の選択で自由に変えられる (1 にも 4π にも 6.674×10^{-11} にもできる)。しかし $\alpha_G \approx 5.9 \times 10^{-39}$ は一切動かない。

「重力はなぜこれほど弱いのか」という問いの内容は、 G の数値ではなく α_G にある。したがって本稿の代入はこの問いに一切触れていない。論文113の語彙でいえば、物理の境界を決めるのはつねに無次元数であり、次元をもつ定数の数値ではない。論文101 (エディントンの戒め) が警告したのは、まさにこの種の混同である。

7. G の次元こそが物理である

自然単位系 ($\hbar = c = 1$) において G は質量次元 -2 をもつ ($G = 1/M_{\text{Pl}}^2$)。

観察 7.1 (次元が非くりこみ性を生む)

結合定数が負の質量次元をもつことは、摂動論において高次になるほど発散が悪化することを意味する。実際、純粋な重力は2ループで発散することが Goroff–Sagnotti (1986) によって示された。すなわち G の次元は、量子重力の困難そのものを担っている物理量である。

ここに本稿の代入の限界がある。 $G = 4\pi$ と置くと式の見た目は整うが、その操作は G の質量次元を視界から隠す。隠れるのは飾りではなく、困難の在り処である。論文110 (リッチ・フロー＝くりこみ群フロー) が扱ったのは、まさに次元をもつ結合が流れる話であった。

8. アインシュタイン方程式の $8\pi G$ について

アインシュタイン方程式 $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$ の係数 8π は、ニュートン極限でポアソン方程式を再現するという要請から決まる。 $G = 4\pi$ を採れば $8\pi G = 32\pi^2$ と書ける。

系 8.1 (論文48の $32\pi^2$ とは別根)

本稿の $32\pi^2$ は $2 \times (4\pi) \times (4\pi)$ であり、因子2はニュートン極限の要請から来る。一方、論文48の $32\pi^2 = (4\pi)^2 \cdot 2!$ における因子2はパフィアンの反対称化 $2!$ から来る。

両者は同じ数値をもつが、2の出所が異なる。統合してはならない (論文48の規律)。

■ 著者の私感（第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない）

本体系のレンズでは、 $4\pi \rightarrow 16\pi^2 \rightarrow 64\pi^3$ というトーラス列を「宇宙OSが次元を一つ上げるたびに同じ立体角を掛けていく」操作として読みたくなる。半径2の平坦トーラスの体積がちょうどそう並ぶことは数値的事実であり、この読みは少なくとも矛盾しない。

だがこれは解釈であって、導出ではない。そして第3版を書きながら、私はむしろ逆のことに気づかされた。トーラスがきれいに掛け算で並ぶのは、それが直積だからにすぎない。本当に面白いのは、そうならない側——ホップ束の S^3 が $S^2 \times S^1$ ではないこと、球面の階段が二本に分かれること——のほうだった。掛け算で並ぶものは、掛け算で並ぶという以上のことを語らない。

もう一つ。 $G = 4\pi$ と置いたとき、私は何かを説明した気になっていた。しかし $\alpha_G \approx 5.9 \times 10^{-39}$ はびくとも動かない。この数の小ささこそが「重力は弱い」という事実であり、単位をどう選ぼうと私はそこに指一本触れていない。式が整うことと、何かが分かることは、別のことである。崖の手前で踏みとどまる（論文101）。

9. 射程／結論

示すこと（代数的に確定）： $G = 4\pi$ を採るとポアソン方程式が $\nabla^2 \Phi = 16\pi^2 \rho$ と書けること、 $G = M = m = 4\pi$ を採ると $F = 64\pi^3/r^2$ 、 $U = -64\pi^3/r$ と書け、 $F = -dU/dr$ で整合すること（第2節）／ポアソンの 4π はガウスの流束から強制される事実であり、 d 次元では $\text{Vol}(S^{d-1})$ に変わる族の成員であること（3.1節）／ G への 4π は単位系の選択＝規約であること（3.2節）／したがって $16\pi^2$ は事実と規約の積であること（3.3節）／ $16\pi^2$ には四つの住所があり、とくに $\text{Vol}(S_{R=2}^3) = \text{Vol}(T_{a=2}^2)$ は次元さえ異なること（第4節）／トーラス列は積、球面の階段は漸化式であって生成規則が異なること（第5節）／ α_G が単位系に依存しないこと（第6節）／ G の質量次元 -2 が非くりこみ性の源であること（第7節）／ $8\pi G = 32\pi^2$ の2が論文48の2と別根であること（第8節）。示さないこと（禁欲）： G がなぜその測定値をとるかの説明—— $G = 4\pi$ は単位系の選択であって測定値の導出ではない／「重力はなぜ弱いか」への回答—— α_G は代入で動かない／四つの $16\pi^2$ を統合しない／トーラス列と球面の階段を同一系列としない／重力を「幾何学的圧力」と呼ばない（本稿には力／面積の次元をもつ量が定義されていない。 F は力である）／量子重力を解かない（第7節は困難の在り処を指すだけである）／数値の後知恵調整なし（論文101）／新しい数学／予言なし（第2層）／第3層は非科学の札つきで隔離。

主結果は第2版から変わっていない。 $G = 4\pi$ を採れば $\nabla^2 \Phi = 16\pi^2 \rho$ 、 $M = m = 4\pi$ を併せ採れば $F = 64\pi^3/r^2$ 、 $U = -64\pi^3/r$ であり、両者は $F = -dU/dr$ で整合する。

第3版が加えたのは、 $4\pi G$ という積の内訳である。そこには選べない 4π （ガウスの流束）と選んでよい 4π （単位系の選択）が同居している。前者は3次元空間と逆二乗則が決めた事実であり、後者は本稿が採った規約である。両者が同じ数であることは、偶然ではないが、同一でもない——どちらも $\text{Vol}(S^2)$ を見ているが、一方は方程式に強制されており、他方は著者が選んでいる。

そして本稿は、代入にできないことを明示して終わる。 $\alpha_G \approx 5.9 \times 10^{-39}$ は単位を選択で動かない。 G の質量次元 -2 は量子重力の困難を担っている。式の見た目を整えることと、その式が語る物理に触れることは、別のことである。

改訂記録

第3版 (2026年8月) : $4\pi G$ に含まれる二つの 4π を事実 (ガウスの流束) と規約 (単位系の選択) に分離した (第3節)。 $16\pi^2$ の四つの住所を点呼し、 $\text{Vol}(S_{R=2}^3) = \text{Vol}(T_{a=2}^2)$ が次元さえ異なる署名であることを記録した (第4節)。トーラス列 (積) と球面の階段 (漸化式) の生成規則の違いを明示した (第5節、論文115・67・109)。 α_G は単位を選択で動かないという節 (第6節) と、 G の質量次元が非くりこみ性を生むという節 (第7節) を新設した。 $8\pi G = 32\pi^2$ と論文48の $32\pi^2$ が別根であることを追記した (第8節)。また、第2版で英語版のみ更新され日本語版の要旨に残っていた初版の記述 ($U = -16\pi^2 M/r$ 、「幾何学的収縮圧力」、「完全統合」「極限収束」) を解消し、日英の要旨を一致させた。主結果と $F = -dU/dr$ の整合は変更されていない。

第2版 (2026年7月) : パッチ適用範囲を統一し、 M にも 4π を適用して $U = -64\pi^3/r$ とした ($F = -dU/dr$ で検出可能な不整合であった)。 $64\pi^3 = (4\pi)^3$ が半径2の平坦3トーラスの体積であることを確認した。重力を「幾何学的全方位圧力」とする表現を撤回した。初版 : Zenodo 10.5281/zenodo.21430118。

参考文献

1. Newton, I. (1687). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*.
2. Duff, M. J., Okun, L. B., Veneziano, G. (2002). *Dialogue on the number of fundamental constants*. JHEP. arXiv:physics/0110060.
3. Goroff, M. H., Sagnotti, A. (1986). *The ultraviolet behavior of Einstein gravity*. Nucl. Phys. B 266.
4. 山岸勇輝 (2026). $n = 2$ 唯一性定理 [論文01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
5. 山岸勇輝 (2026). 4次元ポアンカレとホップ束 [論文08]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404419
6. 山岸勇輝 (2026). オイラー標数幾何解凍 [論文48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
7. 山岸勇輝 (2026). 規約と事実 (ポアンカレ) [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
8. 山岸勇輝 (2026). エディントンの戒め [論文101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
9. 山岸勇輝 (2026). 必然性の根 [論文86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
10. 山岸勇輝 (2026). 王道の総覧 [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
11. 山岸勇輝 (2026). 二本の階段 [論文115]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21967686
12. 山岸勇輝 (2026). 次元の持ち上げ [論文109]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837375

13. 山岸勇輝 (2026). $4\pi = 2\pi\chi(S^2)$ [論文67]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21642170
14. 山岸勇輝 (2026). 四次元にいることを知る対象 [論文114]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21963544
15. 山岸勇輝 (2026). リッチ・フロー＝くりこみ群フロー [論文110]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837476
16. 山岸勇輝 (2026). モジュールは壁ではなく極限 [論文113]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962996
17. 山岸勇輝 (2026). ストークスの共通アルファベット [論文92]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758486

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)