

ストークス抵抗の 6π の π は、立体角である

— 次元を動かすと、抵抗は何を保ち、何を失うか： $d=2$ で消えるのは因子 $(d-2)$ である — [論文36]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

球にはたらく粘性抵抗 $F = 6\pi\mu Ua$ の 6π には、 π が何食わぬ顔で座っている。本稿は体系自身の検査（論文 31：次元 d を動かしたとき、その π は動くか）をこの 6π に当てる。新しい流体力学は主張しない。第一に、 d 次元のストークス流を自前で解いた。ストークスレットと勢位双極子の重ね合わせを仮定し、ストークス方程式の残差が恒等的に 0、非圧縮条件も 0、粘着条件も満たされることを $d = 3, \dots, 7$ で確認した（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。抵抗は閉じた形を持つ：

$$F = \frac{d(d-2)}{d-1} \text{Vol}(S^{d-1}) \mu U a^{d-2}.$$

$d = 3, 4, 5, 6, 7$ の五つで、係数がそれぞれ $3/2, 8/3, 15/4, 24/5, 35/6$ となり、この一つの式に一致した（本稿で計算）（第3節）。第三に、したがって 6π の π は立体角である。 $d = 3$ で $\frac{3}{2} \times 4\pi = 6\pi$ であり、 4π は $\text{Vol}(S^2)$ そのもの。 d を動かすときの π は $\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ として動く——論文31の判定基準によれば、これは周期ではなく立体角である（第4節）。第四に、しかし「6」は残らない。6 は $d = 3$ における $\frac{d(d-2)}{d-1} \times$ （球面の分割数 4）の値にすぎず、次元を一つ上げれば $8/3 \times 2\pi^2$ になる（第4節）。第五に、係数は $(d-2)$ を担い、 $d = 2$ でちょうど消える。これはストークスのパラドックスが公式そのものに書き込まれているということである。実際 $d = 2$ で粘着条件を満たす解は流体が全域で静止しているもの一つだけであり、無限遠の一樣流が失われる（本稿で構成）（第5節）。

本稿の射程：新しい流体力学は主張しない。ストークス流、 d 次元ストークスレット、ストークスのパラドックス（ストークス 1851）はいずれも標準的である。加えたのは体系の次元検査を 6π に当てたこと、抵抗の閉じた形を自前で導き五つの次元で検算したこと、 6π の π が立体角であり「6」がそうでないと住所を書いたこと、パラドックスが係数の $(d-2)$ という零点として現れると指摘したことである。

1. 記法と位置づけ

粘性率 μ 、遠方の一様流 U 、球の半径 a 、空間次元 d とする。 $\text{Vol}(S^{d-1}) = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ は $\mathbb{R}^d$ の単位球面の面積である。ストークス方程式は $\nabla p = \mu \nabla^2 u$ 、 $\nabla \cdot u = 0$ とする。

位置づけ：論文31 は「 d を動かして動くか」を π の住所判定に使った。論文130 はビオ＝サヴァールの 4π が $(d-2)\text{Vol}(S^{d-1})$ として次元とともに動くことを示した。本稿はその二つを、これまで体系が一度も触れていない場所——粘性流——に当てる。

2. d 次元のストークス流を解く

構成 2.1：遠方で U に一致する解を、ストークスレット G_{i1} と勢位双極子 D_{i1} の重ね合わせとして置く：

$$\begin{aligned} u_i &= U(\delta_{i1} + A G_{i1} + B D_{i1}), & p &= C \mu U x_1 r^{-d}, \\ G_{i1} &= \delta_{i1} r^{2-d} + (d-2) x_i x_1 r^{-d}, & D_{i1} &= \delta_{i1} r^{-d} - d x_i x_1 r^{-d-2}. \end{aligned}$$

検算 2.2： $d = 3, 4, 5, 6, 7$ のそれぞれで

$\nabla \cdot u$	恒等的に 0
$\nabla p - \mu \nabla^2 u$	恒等的に 0 (C が A に対して決まる)
$u _{r=a}$ (極・赤道の二点)	0 (A, B が決まる)

(証明終)

観察 2.3

$(d-2)$ は勝手に置いた数ではない。ラプラス方程式の基本解が r^{2-d} であることから来ており、ストークスレットはそれを受け継いでいる。論文130 の $(d-2)\text{Vol}(S^{d-1})$ と同じ $(d-2)$ である。

3. 芯：抵抗の閉じた形

検算 3.1：球面上の応力を積分すると

d	抵抗 F	$\text{Vol}(S^{d-1})$	$F/(\mu U a^{d-2})$	比
3	$6\pi\mu U a$	4π	6π	$3/2$
4	$\frac{16}{3}\pi^2\mu U a^2$	$2\pi^2$	$\frac{16}{3}\pi^2$	$8/3$
5	$10\pi^2\mu U a^3$	$\frac{8}{3}\pi^2$	$10\pi^2$	$15/4$
6	$\frac{24}{5}\pi^3\mu U a^4$	π^3	$\frac{24}{5}\pi^3$	$24/5$
7	$\frac{56}{9}\pi^3\mu U a^5$	$\frac{16}{15}\pi^3$	$\frac{56}{9}\pi^3$	$35/6$

右端の五つの比は、いずれも

$$F = \frac{d(d-2)}{d-1} \text{Vol}(S^{d-1}) \mu U a^{d-2}$$

に一致した。 $d/2$ 、 $(d-1)/2$ 、 $d(d-2)/(2(d-1))$ はいずれも五つ全部には合わず、上式だけが合った（本稿で検算）。（証明終）

観察 3.2

$d = 3$ を入れると $\frac{3-1}{2} \times 4\pi = 6\pi$ となり、教科書の値が再現される。

4. π は立体角である。しかし「6」は残らない

観察 4.1

論文31の判定基準は「 d を動かして動くか」である。ここでの π は $\text{Vol}(S^{d-1}) = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ の中に座っており、 d とともに指数まで動く。したがってこれは立体角の π であって、ラマヌジャンの級数に現れるような周期の π ではない。

観察 4.2

一方「6」は次元をまたがない。 $6 = \frac{3-1}{2} \times 4$ という、 $d = 3$ でだけ成り立つ掛け算の結果である。 $d = 4$ では $\frac{4-2}{3} \times 2\pi^2$ 、すなわち $\frac{16}{3}\pi^2$ になる。

観察 4.3

したがって 6π を一つの塊として扱ってはならない。 π は幾何（事実）であり、 6 は次元を代入した後にだけ現れる数である——論文43 以来、体系が「文字のまま置け」と言ってきたのはこの区別のためである。

5. $d = 2$: パラドックスは係数の零点である

観察 5.1

係数 $\frac{d(d-2)}{d-1}$ は $d = 2$ でちょうど 0 になる。同じ $(d-2)$ が、第2節でストークスレットの $\mathbf{x}_i \mathbf{x}_1$ の前に立っていた因子である。すなわち抵抗の公式そのものが、 $d = 2$ で何かが壊れることを零点として告げている。

検算 5.2 : $d = 2$ では $r^{2-d} = r^0 = 1$ となり、ストークスレットが減衰しない。残った自由度で粘着条件を課すと、

極での条件	$AU - BU/a^2 + U = 0$
赤道での条件	$AU + BU/a^2 + U = 0$
両立解	$A = -1, B = 0$ のただ一つ
そのときの遠方	$u \rightarrow 0$ (U でなければならないのに)

(証明終)

観察 5.3

粘着条件を満たす唯一の解は、流体が全域で静止しているものであった。無限遠の一様流が失われる。これがストークスのパラドックス（ストークス 1851）であり、本稿はそれを主張ではなく構成によって示した。

観察 5.4

真の二次元ストークスレットは対数的であり、対数は無限遠で消せない。同じ障害を別の角度から見て
いるだけである。

6. 点呼

観察 6.1

量	d を動かすと	住所
π (6π の中の)	$\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ で動く	立体角 (幾何・事実)
係数 $\frac{d(d-2)}{d-1}$	有理式として動く	境界値問題の解
「6」	残らない	$d = 3$ を代入した後の数
解の存在	$d = 2$ で失われる	次元選択的
a の冪 $d - 2$	次元とともに動く	次元解析

観察 6.2

次元を選んでいるのは、抵抗の値ではなく、問題に解があるかどうかである (論文114 の意味で次元選
択的なのはここだけである)。

7. 結論

- d 次元ストークス流を自前で解いた (検算2.2)。方程式の残差は恒等的に 0。
- 抵抗は $F = \frac{d(d-2)}{d-1} \text{Vol}(S^{d-1}) \mu U a^{d-2}$ である (検算3.1)。五つの次元で一致。
- 6π の π は立体角である (観察4.1)。 $d = 3$ で $\frac{3}{2} \times 4\pi$ 。
- 「6」は次元をまたがない (観察4.2)。
- $d = 2$ でパラドックスが係数の零点として現れる (観察5.1・検算5.2)。

6. 次元選択的なのは値ではなく解の存在である（観察6.2）。

結び： 6π という短い記号の中で、 π と 6 は同じ資格を持っていない。 π は球面が持ち込んだ幾何であり、 6 は私たちが $d=3$ に住んでいることの記録である。そして次元を一つ下げると、抵抗の値が変わるのではなく、問いそのものが答を失う。

参考文献

1. Stokes, G. G. (1851). *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums*. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 9.
2. Oseen, C. W. (1910). *Über die Stokes'sche Formel und über eine verwandte Aufgabe in der Hydrodynamik*. Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik, 6.
3. Happel, J., & Brenner, H. (1983). *Low Reynolds Number Hydrodynamics*. Martinus Nijhoff.
4. Kim, S., & Karrila, S. J. (1991). *Microhydrodynamics: Principles and Selected Applications*. Butterworth-Heinemann.
5. Batchelor, G. K. (1967). *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press.
6. 山岸勇輝 (2026). 次元を持たない π [論文31]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090430
7. 山岸勇輝 (2026). 特別な次元の分布定理 [論文64]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21616221
8. 山岸勇輝 (2026). 「4次元らしさ」を担うのは誰か [論文114]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21963544
9. 山岸勇輝 (2026). c の冪は、何を数えているか [論文116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794
10. 山岸勇輝 (2026). 集約の三つの別根 [論文124]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22057728
11. 山岸勇輝 (2026). 渦線が終われないのは、法則ではなく恒等式である [論文130]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079996

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)