

6 π は 4 π + 2 π か

— ストークス抵抗の解剖：同じ 4 π が二度現れ、中身は正反対である — [論文37]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

球の粘性抵抗は粘着境界で $6\pi\mu Ua$ 、完全滑り境界で $4\pi\mu Ua$ である。そこで「 $6\pi = 4\pi + 2\pi$ だから、 4π が本質で 2π が粘着の付け足しだ」と読みたくなる。本稿はその読みを、抵抗を実際に解剖して否定する。新しい流体力学は主張しない。第一に、粘着の 6 の内訳は $2 + 0 + 4$ である ($\pi\mu Ua$ を単位として)：圧力から 2、法線粘性から 0、接線粘性から 4 (本稿で計算) (第2節)。第二に、滑りの 4 の内訳は $4/3 + 8/3 + 0$ である：圧力から $4/3$ 、法線粘性から $8/3$ 、接線粘性から 0。境界条件 (法線速度ゼロ・接線応力ゼロ) とストークス方程式の残差がいずれも 0 であることを確認した (第3節)。第三に、これが本稿の芯である。二つの 4 は中身が正反対である。粘着の内訳に現れる 4 は接線粘性 100% (法線はちょうどゼロ)、滑りの全抵抗である 4 は法線粘性 $2/3$ + 圧力 $1/3$ (接線はちょうどゼロ)。算数としての $6\pi = 4\pi + 2\pi$ は正しいが、その 4π は滑りの 4π ではない (第4節)。第四に、 d 次元に持ち上げると二つの係数は共通因子を持つ。粘着は $d \cdot \frac{d-2}{d-1}$ 、滑りは $2 \cdot \frac{d-2}{d-1}$ (いずれも $\text{Vol}(S^{d-1})$ 倍、 $d = 3, 4, 5, 6$ で確認)。 $\frac{d-2}{d-1}$ は共通で、境界条件の違いは因子 d 対 2 ただ一つに集約される (第5節)。第五に、 $d = 3$ に現れる二つの $3/2$ も別根である。比 $d/2$ と、粘着の係数 $d(d-2)/(d-1)$ が、 $d = 3$ でたまたま一致する—— $d = 4$ では 2 対 $8/3$ に分かれる (第5節)。第六に、アインシュタイン=ストークスの $D = k_B T / (6\pi\mu a)$ の 6 は、流体の性質ではなく表面についてのモデルの選択である (第6節)。

本稿の射程：新しい流体力学は主張しない。ストークス流、滑り／粘着境界条件、アインシュタイン=ストークス関係はいずれも標準的である。加えたのは抵抗を三成分に分解して二つの 4 の中身が交わらないと示したこと、「 $6\pi = 4\pi + 2\pi$ 」という読みに反例で柵を立てたこと、 d 次元で二つの係数が共通因子を持ち違いが d 対 2 に尽きると書いたこと、 $d = 3$ の二つの $3/2$ に住所を書いたことである。

1. 記法と位置づけ

粘性率 μ 、遠方の一様流 U 、球の半径 a 。抵抗はすべて $\pi\mu Ua$ (d 次元では $\text{Vol}(S^{d-1})\mu Ua^{d-2}$) を単位として書く。応力は $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(\partial_i u_j + \partial_j u_i)$ とする。

位置づけ：論文43 は「パッチ定数を文字のまま置けば、分解の曖昧さは消える」と述べた。本稿はその逆向きの検査である——数として正しい分解が、二つ以上の意味を持ちうるかを見る。なお本稿と対をなす稿（論文36）では、同じ抵抗を次元を動かして調べ、 6π の π が立体角であることを示した。

2. 粘着境界：6 = 2 + 0 + 4

検算 2.1：流れ関数 $\psi = \frac{U \sin^2 \theta}{2} \left(r^2 - \frac{3}{2} ar + \frac{a^3}{2r} \right)$ 、圧力 $p = -\frac{3}{2} \mu U a \cos \theta / r^2$ とする。境界条件と方程式は

$u_r _{r=a}, u_\theta _{r=a}$	ともに 0
$r \rightarrow \infty$	$U \cos \theta, -U \sin \theta$
$\nabla p - \mu \nabla^2 u$	0

球面上の応力は $\sigma_{rr} = \frac{3\mu U \cos \theta}{2a}$ 、 $\sigma_{r\theta} = -\frac{3\mu U \sin \theta}{2a}$ である。積分すると

寄与	$\pi \mu U a$ 単位
圧力	2
法線粘性 $2\mu \partial_r u_r$	0
接線粘性 $\sigma_{r\theta}$	4
合計	6

(証明終)

観察 2.2

法線粘性の寄与がちょうどゼロであることに注意しておく。これは後で効く。

3. 滑り境界：4 = $\frac{4}{3}$ + $\frac{8}{3}$ + 0

検算 3.1：完全滑りは「法線速度ゼロ・接線応力ゼロ」で定める。 $\psi = \frac{U \sin^2 \theta}{2} (r^2 - ar)$ 、 $p = -\mu U a \cos \theta / r^2$ とすると

$u_r _{r=a}$	0
$\sigma_{r\theta} _{r=a}$	0
$\nabla p - \mu \nabla^2 u$	0

積分すると

寄与	$\pi \mu U a$ 単位
圧力	4/3
法線粘性	8/3
接線粘性	0（構成による）
合計	4

（証明終）

4. 芯：二つの 4 は中身が正反対である

観察 4.1

	圧力	法線粘性	接線粘性	合計
粘着	2	0	4	6
滑り	4/3	8/3	0	4

観察 4.2

粘着の内訳に現れる 4 は、接線粘性だけでできている（法線粘性はちょうどゼロ）。滑りの全抵抗である 4 は、法線粘性 2/3 と圧力 1/3 でできている（接線粘性はちょうどゼロ）。同じ数でありながら、成分の台が交わらない。

観察 4.3

したがって「 $6\pi = 4\pi + 2\pi$ 、すなわち滑りの答に粘着の補正 2π を足したもの」という読みは誤りである。分解のどの成分も滑りの流れではない——滑りは別の解であって、粘着の解の部分ではない。算数としての等式は正しく、意味としての等式は成り立たない。

観察 4.4

これは体系が繰り返し当ててきた型である——数が一致することは、根が同じであることを意味しない（論文43・論文45）。

5. d 次元：違いは d 対 2 に尽きる

検算 5.1： d 次元で同じ問題を解くと $(\text{Vol}(S^{d-1})\mu Ua^{d-2})$ を単位として）

d	粘着	滑り	比
3	$3/2$	1	$3/2$
4	$8/3$	$4/3$	2
5	$15/4$	$3/2$	$5/2$
6	$24/5$	$8/5$	3

四つとも

$$\text{粘着} = d \cdot \frac{d-2}{d-1}, \quad \text{滑り} = 2 \cdot \frac{d-2}{d-1}, \quad \frac{\text{粘着}}{\text{滑り}} = \frac{d}{2}$$

に一致した（本稿で計算）。（証明終）

観察 5.2

$\frac{d-2}{d-1}$ は二つに共通である。表面に貼りつくか、表面を滑るかという物理的にまるで違う二つの条件の差は、因子 d 対 2 ただ一つに集約される。

観察 5.3

そして $d = 3$ に現れる二つの $3/2$ は、別根である。一方は比 $d/2$ 、他方は粘着の係数 $d(d-2)/(d-1)$ である。 $d = 3$ で一致するのは $2(d-2)/(d-1) = 1$ となるからにすぎず、 $d = 4$ では 2 対 $8/3$ に分かれる。

観察 5.4

両方が $(d-2)$ を担うので、 $d = 2$ では両方が消える。ストークスのパラドックスは、どちらの境界条件を選んだかを問わない。

6. アインシュタイン＝ストークスの 6

観察 6.1

拡散係数 $D = k_B T / (6\pi\mu a)$ の 6 は粘着境界の係数である。完全滑りなら同じ関係は $k_B T / (4\pi\mu a)$ となり、 D は $3/2$ 倍になる。

観察 6.2

すなわち測定される拡散係数の 1.5 倍が、流体の性質ではなく表面についての模型の選択に乗っている。ゆらぎ散逸の側 ($k_B T$) は動いていない——動いているのは移動度の側だけである。

観察 6.3

したがって 6π を「普遍定数」のように扱ってはならない。分子スケールでは滑り長がゼロでないことが知られており、実効的な係数は 4π と 6π のあいだに置かれる。 6 は事実ではなく、選んだ境界条件の名前である。

7. 点呼

観察 7.1

現れる数	出所	動かすと動くもの
粘着の 4	接線粘性のみ	境界条件
滑りの 4	法線粘性 $2/3$ + 圧力 $1/3$	境界条件
π	$\text{Vol}(S^{d-1})$ の中	次元
$(d-2)/(d-1)$	二つに共通	次元
d 対 2	境界条件そのもの	境界条件

8. 結論

- 粘着の 6 は $2 + 0 + 4$ である (検算2.1)。法線粘性はちょうどゼロ。
 - 滑りの 4 は $4/3 + 8/3 + 0$ である (検算3.1)。接線粘性はちょうどゼロ。
 - 二つの 4 は台が交わらない (観察4.2)。「 4π + 補正」という読みは誤り。
 - d 次元で共通因子は $(d-2)/(d-1)$ 、差は d 対 2 (検算5.1)。
 - $d=3$ の二つの $3/2$ は別根である (観察5.3)。 $d=4$ で 2 対 $8/3$ 。
 - $D = k_B T / (6\pi\mu a)$ の 6 は模型の選択である (観察6.2)。
- 結び： $6\pi = 4\pi + 2\pi$ は、電卓の上では正しい。だが片方の 4π は球を滑る流れの全部であり、もう片方の 4π は球に貼りついた流れの一部分にすぎない。同じ数を見たときに問うべきなのは「等しいか」ではなく、「何でできているか」である。

参考文献

1. Stokes, G. G. (1851). *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums*. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 9.

2. Einstein, A. (1905). *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*. Annalen der Physik, 322(8).

3. Hadamard, J. (1911). *Mouvement permanent lent d'une sphère liquide et visqueuse dans un liquide visqueux*. Comptes Rendus, 152.
4. Happel, J., & Brenner, H. (1983). *Low Reynolds Number Hydrodynamics*. Martinus Nijhoff.
5. Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1987). *Fluid Mechanics*, 2nd ed. Pergamon.
6. Lauga, E., Brenner, M. P., & Stone, H. A. (2007). *Microfluidics: The No-Slip Boundary Condition*. In Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics.
7. 山岸勇輝 (2026). 次元を持たない π [論文31]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090430
8. 山岸勇輝 (2026). c の冪は、何を数えているか [論文116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794
9. 山岸勇輝 (2026). 集約の三つの別根 [論文124]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22057728
10. 山岸勇輝 (2026). 渦線が終われないのは、法則ではなく恒等式である [論文130]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079996
11. 山岸勇輝 (2026). 伊藤の $\mathbf{2}$ は、次元ではない [論文132]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22080358

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)