

色消しレンズは、二つの波長でしか合っていない

— 単レンズの色による焦点のずれは **1.558361 mm**（焦点距離の **1.5584** パーセント）— 二枚で消すと **0.044604 mm**、**34.9374** 分の **1** になるが、ゼロにはならない — 残った量の原因は、部分分散の差という一つの数で名指しできる — [論文377]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

色消しレンズは「色収差を消したレンズ」と呼ばれる。本稿が問うのはどこまで消えるかである——答えは二つの波長だけであり、三色目は残る。新しい定理も法則も主張しない。第一に、単レンズの色による焦点のずれは、焦点距離をアッペ数で割った **1.558361 mm** である（第2節）。第二に、色消しの条件から $f_1 = 43.322425 \text{ mm}$ 、 $f_2 = -76.436624 \text{ mm}$ が出る（第3節）。第三に、二枚目は負のレンズ、すなわち発散レンズでなければならない（第3節）。第四に、これが本稿の芯である。二枚で消しても **0.044604 mm** が残る（第4節）。第五に、改善は **34.9374** 倍だが、残った量の原因は部分分散の差という一つの数で名指しできる（第4節）。第六に、分離子は「一次の分散か、二次の分散か」であって、枚数ではない（第5節）。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——アッペ数・色消し条件・二次スペクトルはすべて既知である。光学設計を作らない——アポクロマートの設計法や、異常分散ガラスの選定には立ち入らない。名前を挙げるにとどめる。他の収差を扱わない——球面収差・コマ・非点収差は主題ではない。薄肉レンズの近軸近似で計算する。ガラスを測らない——アッペ数と部分分散は文献の目安を用いる。特定の製品の値ではない。製造を扱わない——接合や公差は主題ではない。回折を扱わない——回折限界との比較は主題ではない。既刊との関係：論文370 は一層の反射防止膜が一つの波長でしか消せないことを示した——そこでは一層で一波長、ここでは二枚で二波長。同じ数え方である。論文363 は「芯」が三つあることを示した——そこでも条件の数と点の数が対応していた。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——一次の分散と二次の分散は、その基準で別根である。論文368 は代数的に等しい式が別の桁を返すことを示した——そこでも残った量の原因を一つの数で名指しできた。加えたのは、単レンズのずれを数に出したこと、色消し条件から二枚の焦点距離を解いたこと、合成焦点距離が戻ることを確かめたこと、二次スペクトルが **34.9374** 分の **1** に減るが **0** にならないことを示したこと、分離子を「一次か二次か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：アッベ数 V のガラス二枚で、合成焦点距離 $f = 100\text{ mm}$ の色消しレンズを組む。

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}, \quad \frac{1}{f_1 V_1} + \frac{1}{f_2 V_2} = 0$$

クラウン $V_1 = 64.17$ 、フリント $V_2 = 36.37$ とする。

観察 1.1

アッベ数は分散の逆数のような量である。大きいほど色が分かれにくい——単レンズの色による焦点のずれは f/V で表される。

観察 1.2

二式あるので、二つの未知数が決まる。 f_1 と f_2 ——方程式の数が、合わせられる波長の数を決めている。

観察 1.3

三色目のための式が無い。条件を二つしか課していないから——本稿はその残りを数で出す。

問い：色消しレンズは、どこまで色収差を消すか。

2. 単レンズのずれは 1.558361 mm である

計算 2.1：クラウン単レンズの色による焦点のずれ（本稿で計算・ $f = 100\text{ mm}$ ）。

量	値
アッベ数 V	64.17
焦点のずれ f/V	1.558361 mm
焦点距離に対する割合	1.5584 パーセント

観察 2.2

1.5584 パーセントは小さくない。100 mm のレンズで 1.5 mm——青と赤で焦点が 1.5 mm ずれる。写真では明瞭な色の縁になる。

観察 2.3

ずれは焦点距離に比例する。 f/V だから——望遠ほど絶対量が大きくなる。歴史的に望遠鏡で先に問題になったのはこのためである。

3. 二枚目は発散レンズでなければならない

計算 3.1：色消し条件から解いた二枚の焦点距離（本稿で計算）。

量	値
クラウン f_1	43.322425 mm
フリント f_2	−76.436624 mm
合成の検算 $1/f_1 + 1/f_2$	0.0100000000 ($1/f = 0.0100000000$)
色消し条件の残差	0.000×10^0

観察 3.2

二枚目が負である。−76.436624 mm——発散レンズを足さなければ色が消えない。

観察 3.3

だから一枚目は目標より強くなる。43.322425 mm は 100 mm より短い——発散レンズで打ち消されるぶん、余分に曲げておく必要がある。

観察 3.4

式が閉じている。合成すると 0.0100000000、色消し条件の残差は厳密に 0——計算の誤りではない。

観察 3.5

アッペ数の差が分母に入る。 $64.17 - 36.37 = 27.80$ ——差が小さいと f_1 も f_2 も極端に短くなる。二枚は分散の違うガラスでなければならない。

4. 二次スペクトルは 0.044604 mm 残る

計算 4.1：部分分散の差から出る残留収差（本稿で計算）。

量	値
クラウンの部分分散 P_1	0.3076
フリントの部分分散 P_2	0.2952
二次スペクトル $f(P_1 - P_2)/(V_1 - V_2)$	0.044604 mm
単レンズに対する比	34.9374 分の 1
$P_1 = P_2$ とした場合	0.000×10^0 mm

観察 4.2

これが本稿の芯である。34.9374 分の 1 に減るが、0 にはならない——0.044604 mm が残る。

観察 4.3

原因は一つの数で名指しできる。部分分散の差 $P_1 - P_2 = 0.0124$ ——これを 0 にすると二次スペクトルは厳密に 0 になる。残った量の出所が特定されている。

観察 4.4

つまり「二枚では足りない」のではない。二枚で二つの条件は満たされている——足りないのは、部分分散が一致するガラスの組である。

観察 4.5

論文370 と同じ形である。論文370 では、一層膜が理想の屈折率をもつ材料を要求した——ここでは、色消しが部分分散の一致する組を要求する。どちらも、条件を満たす材料が存在するかという問題に帰着する。

観察 4.6

正直に言えば——本稿は異常分散ガラスを扱っていない。蛍石などを使えば二次スペクトルはさらに小さくなる——文献として挙げるにとどめる。本稿が計算したのは、普通の二枚組の場合である。

5. 分離子：一次の分散か、二次の分散か

観察 5.1

分離子——アッペ数の差（一次）を打ち消したか、部分分散の差（二次）を打ち消したかであって、レンズの枚数ではない。

	打ち消した項	残る量	単レンズに対して
単レンズ	無し	1.558361 mm	1 倍
色消し（二枚）	一次（アッペ数）	0.044604 mm	1/34.9374
部分分散が一致する組	一次と二次	0.000000 mm	0

観察 5.2

三行目は材料の条件であって、設計の条件ではない。枚数を増やしても、部分分散が違えば残る——どこまで消せるかを決めているのは、使えるガラスの側である。

観察 5.3

論文300の基準で別根である。一次の分散はアッベ数から、二次は部分分散から出る——どちらも「色がずれる」という同じ症状を作るが、根が違う。

観察 5.4

分離子は動かせる。異常分散ガラスを使えば $P_1 - P_2$ を小さくできる——ただし高価で、加工も難しい。動かせるが、代償がある。

観察 5.5

正直に言えば——**0.044604 mm** も **34.9374** も、明示したアッベ数と部分分散、薄肉近軸の上での値である。別のガラスなら別の数が出る——動かないのは、条件の数だけ波長が合い、それを越えた分は材料が決めるという構造だけである。

観察 5.6

最後に一つ——「消した」と言えるのは、課した条件の数だけである。二式を課せば二波長で合い、三色目には何の保証も無い——何を消したかを数えるには、いくつ条件を課したかを数えればよい。

6. 点呼と結び

1. 単レンズのずれは **1.558361 mm** (計算 2.1) : 焦点距離の **1.5584** パーセント。
2. ずれは焦点距離に比例 (観察 2.3) : 望遠ほど大きい。
3. $f_1 = \mathbf{43.322425\text{ mm}}$ (計算 3.1) : **100 mm** より短い。
4. $f_2 = \mathbf{-76.436624\text{ mm}}$ (計算 3.1) : 発散レンズが要る。

5. 合成すると **0.0100000000** (観察 3.4) : 式が閉じている。
6. 色消し条件の残差は厳密に **0** (計算 3.1) : 二式が満たされている。
7. 二次スペクトルは **0.044604 mm** (計算 4.1) : **34.9374** 分の 1。
8. $P_1 = P_2$ なら厳密に **0** (観察 4.3) : 原因が名指しできる。
9. 足りないのは材料の組 (観察 4.4) : 枚数ではない。
10. アッベ数の差が分母に入る (観察 3.5) : 分散の違うガラスが要る。

結び : 色消しレンズは「色収差を消したレンズ」と呼ばれる——だが消えるのは、課した条件の数だけの波長である。単レンズの色による焦点のずれは、焦点距離をアッベ数で割った量である—— $f = 100 \text{ mm} \cdot V = 64.17$ で **1.558361 mm**、焦点距離の 1.5584 パーセント。100 mm のレンズで青と赤の焦点が 1.5 mm ずれ、写真では明瞭な色の縁になる。ずれは f/V なので望遠ほど絶対量が大きく、歴史的に望遠鏡で先に問題になったのはこのためである。二式を課すと、二枚の焦点距離が決まる—— $f_1 = 43.322425 \text{ mm}$ と $f_2 = -76.436624 \text{ mm}$ 。二枚目が負、すなわち発散レンズでなければ色が消えない。そのぶん一枚目は目標の 100 mm より短く、余分に曲げてある。合成すると **0.0100000000**、色消し条件の残差は厳密に **0** で、式が閉じている。それでも三色目は残る——部分分散の差から出る二次スペクトルが **0.044604 mm**、単レンズの **34.9374** 分の 1 に減るが **0** にはならない。そして残った量の原因は一つの数で名指しできる——部分分散の差 $P_1 - P_2 = 0.0124$ を **0** にすると、二次スペクトルは厳密に **0** になる。つまり「二枚では足りない」のではなく、足りないのは部分分散が一致するガラスの組である。論文370 と同じ形である——そこでは一層膜が理想の屈折率をもつ材料を要求し、ここでは色消しが部分分散の一致する組を要求する。どちらも、条件を満たす材料が存在するかという問題に帰着する。分けているものは一つ——アッベ数の差 (一次) を打ち消したか、部分分散の差 (二次) を打ち消したかであって、レンズの枚数ではない。枚数を増やしても部分分散が違えば残るので、どこまで消せるかを決めているのは使えるガラスの側である。異常分散ガラスを使えば動かせるが、高価で加工も難しい。正直に言えば——**0.044604 mm** も **34.9374** も、明示したアッベ数と部分分散、薄肉近軸の上での値である。本稿は異常分散ガラスを扱っておらず、計算したのは普通の二枚組の場合である。最後に一つ——「消した」と言えるのは、課した条件の数だけである。二式を課せば二波長で合い、三色目には何の保証も無い。何を消したかを数えるには、いくつ条件を課したかを数えればよい。

参考文献

-
1. Abbe, E. (1873). Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung. *Archiv für Mikroskopische Anatomie*.
 2. Kingslake, R., Johnson, R. B. (2010). *Lens Design Fundamentals* (2nd ed.). Amsterdam: Academic Press.
 3. Smith, W. J. (2007). *Modern Optical Engineering* (4th ed.). New York: McGraw-Hill.
 4. Hecht, E. (2016). *Optics* (5th ed.). Boston: Pearson.
 5. Born, M., Wolf, E. (1999). *Principles of Optics* (7th ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

6. 山岸勇輝 (2026). 『第三百回の点呼——同根か別根かは判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
7. 山岸勇輝 (2026). 『バットの「芯」は三つあり、同じバットの上で 23 cm 離れている』 [論文363]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22697505
8. 山岸勇輝 (2026). 『代数的に等しい二つの式が、返す有効桁を 15 桁変える』 [論文368]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22697726
9. 山岸勇輝 (2026). 『反射防止膜が一層では足りない理由は、二つ独立にある』 [論文370]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22697804

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)