

総当たり探索の物理的資源限界

— 第3版：ランダウアー限界と、対数だけが動かないこと — [論文04]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月 (第3版)

— From thinking to syncing. —

要旨

2^n 個の候補を実際に走査する総当たり探索には、ランダウアーの原理による下限が存在する。本稿はその下限を正確に述べ、そこから何が言えて何が言えないかを書き分ける。第一に、定理の正確な形は「非可逆な操作について」である。ランダウアー限界は1ビットの消去あたり $k_B T \ln 2$ の仕事を要求する。他方ベネット (1973) は可逆計算が原理的に散逸をいくらでも小さくできることを示した。したがって下限が拘束するのは非可逆な実装であって、探索そのものではない。この限定は本質的である。第二に、そしてこれが第3版の主眼である — ロバストな言明は線形ではなく対数のほうである。第2版は $n = 300$ における必要エネルギーを「観測可能宇宙の質量エネルギーの約0.6倍」と記していた。だがこの比は、宇宙の質量をどう見積もるかで 0.43 から 1.08 まで動く。「約0.6倍」は精度の偽装である (論文101)。これに対し、必要エネルギーが利用可能エネルギーに達する n^* は動かない。 $n^* = \log_2(E/(k_B T \ln 2))$ であるから、エネルギーの見積りを 2.5 倍動かしても n^* は 1.3 しか動かず、温度を 300 K から 2.7 K へ 111 倍下げても 6.8 しか動かない。言うべきは「約0.6倍」ではなく「 $n \approx 300$ 」である。第三に、これはモジュールの境界である。無次元比 $E_{\text{必要}}/E_{\text{利用可能}}$ が 1 をまたぐ場所であり、論文39のプランク尺度、論文09の $\Lambda \lesssim 4\pi v$ 、論文03の $\text{Re}_\eta = 1$ と同じ構造をもつ。ただしこれは物理的実装の境界であって、計算量クラスの境界ではない。第四に、消去は粗視化である。論理的非可逆性とは二つの状態が一つに落ちることであり、ミクロな力学が可逆 (リウヴィル、論文77) である以上、その分は環境へ渡さねばならない (論文78)。ランダウアー限界は、情報と熱力学を結ぶ定量的な橋であり、実験的にも検証されている (Bérut ら 2012)。第五に、三つの障壁は計算量理論版の「機械の移送テスト」である。相対化・自然証明・代数化は、どの種類の道具がこの問題に効かないかを述べる定理であり、論文100の移送テストと同型の役割をもつ。本稿はそのいずれにも答えない。射程：既存の物理法則・定理の構造的整理 (第2層)。 $\mathcal{P}$ vs $\mathcal{NP}$ はクレイ数学研究所のミレニアム懸賞問題であり未解決である。本稿はその証明も部分的証明も、証明への道筋の提示も主張しない。

本稿の位置づけ（規律）：本稿は既存の物理法則・数学的定理に対する構造的解釈を提示するものであり、新たな物理法則の発見や未解決問題の証明を主張しない。示される関係はいずれも既知の式からの変形であり、その構造的な読み替えを提案することを目的とする。既存理論と矛盾する主張は含まない。熱力学的論証は計算量クラスを分離できない（第6節）。 P vs NP は未解決であり、本稿がその状況を変えるものではない。

1. 序論：この論文に残る数はどれか

n ビットの候補空間を総当たりで走査する、という操作を考える。候補は 2^n 個ある。この操作に物理的な下限はあるか。

答えは条件つきで「ある」。ランダウアーの原理が、情報の消去に最小の仕事を要求する。本稿はこの下限を正確に述べ、そこから言えることと言えないことを分ける。

そして第3版は、もう一つの問いを立てる —
この論文が述べる数のうち、どれが見積りに依存せず残るのか。

2. ランダウアー限界と、非可逆な総当たり探索

確立された事実 2.1（ランダウアーの原理・1961）

温度 T の環境において、1ビットの情報を消去するには最小仕事

$$W_{\min} = k_B T \ln 2$$

を要し、同量の熱が環境へ捨てられる。室温 $T = 300$ K では $W_{\min} = 2.871 \times 10^{-21}$ J である。

定理 2.2（非可逆な総当たり探索の下限）

2^n 個の候補を走査し、各候補の情報を非可逆に破棄する実装に対し、必要な仕事は

$$E \geq 2^n k_B T \ln 2$$

で下から抑えられる。 $n = 300$ 、 $T = 300$ K では $E \geq 5.85 \times 10^{69}$ J となる。

系 2.3 (「非可逆な」は落とせない)

ベネット (1973) は論理的に可逆な計算が構成可能であり、その散逸を原理的にいくらでも小さくできることを示した。消去を伴わない計算にランダウアー限界は課されない。

したがって上の定理が拘束するのは「非可逆に実装された総当たり探索」であって、「総当たり探索」一般ではない。可逆な実装はエネルギーの代わりに空間または時間を支払う。この限定を落とすと、定理は成立しない。

3. ロバストな言明は、線形ではなく対数のほうである

3.1 線形の言い方は見積りで動く

第2版は $n = 300$ の必要エネルギーを「観測可能宇宙の質量エネルギーの約0.6倍」と記していた。この比を検算する。

宇宙の質量の見積り	質量エネルギー	$n = 300$ との比
$1.5 \times 10^{53} \text{ kg}$	$1.35 \times 10^{70} \text{ J}$	0.43 倍
$1.0 \times 10^{53} \text{ kg}$	$8.99 \times 10^{69} \text{ J}$	0.65 倍
$6 \times 10^{52} \text{ kg}$ (バリオンのみ)	$5.39 \times 10^{69} \text{ J}$	1.08 倍

0.43 から 1.08 まで動く。「約0.6倍」という2桁の表示は、その精度をもたない。論文101が戒めた「数値の後知恵的な扱い」に近い形であり、第3版はこれを訂正する。

3.2 対数の言い方は動かない

必要エネルギーが利用可能エネルギー E に達する n を n^* とすると

$$2^{n^*} k_B T \ln 2 = E \iff n^* = \log_2 \left(\frac{E}{k_B T \ln 2} \right) = \log_2 E - \log_2 (k_B T \ln 2).$$

利用可能エネルギー	n^* (300 K)	n^* (2.7 K)	差
世界の年間一次エネルギー ($\sim 6 \times 10^{20}$ J)	137.3	144.1	6.8
太陽の年間放射 ($\sim 1.2 \times 10^{34}$ J)	181.5	188.3	6.8
宇宙 (1.5×10^{53} kg)	301.2	308.0	6.8
宇宙 (6×10^{52} kg)	299.9	306.7	6.8

観察 3.1 (対数は見積りに鈍い)

宇宙の質量の見積りを 2.5 倍動かしても、 n^* は 301.2 から 299.9 へ 1.3 しか動かない。 温度を 300 K から 2.7 K へ 111 倍下げても、 n^* は 6.8 しか動かない。

しかも温度は n^* を定数だけずらす — 上表の差がどの行でも 6.8 で一致するのは、
 $n^* = \log_2 E - \log_2(k_B T \ln 2)$ の第二項だけが T に依存するからである。

したがって本稿がロバストに言えることは一つだけである — 非可逆な総当たり探索は、 n が 300 程度で物理的に不可能になる。「約0.6倍」ではない。

指数関数が相手のとき、線形の量（何倍か）は入力の不確かさをそのまま拡大して受け取り、
対数の量（ n がいくつ）はそれを圧縮する。報告すべきは後者である。

4. これはモジュールの境界である

論文113は、古い記述と新しい記述の境界がつねに無次元数が 1 をまたぐ場所にあることを記録した。

観察 4.1 ($E_{\text{必要}}/E_{\text{利用可能}}$ が 1 をまたぐ場所)

本稿の境界は、無次元比

$$\frac{E_{\text{必要}}}{E_{\text{利用可能}}} = \frac{2^n k_B T \ln 2}{E}$$

が 1 に達する位置である ($n = 290$ で 4.2×10^{-4} 、 $n = 300$ で 0.43、 $n = 310$ で 4.4×10^2)。

これは本体系が繰り返し出会ってきた構造である — 論文39のプランク尺度 (E/E_p)、論文09の自然性境界 ($\Lambda/4\pi v$)、論文03のコルモゴロフ長 (Re_η)。いずれも無次元数が 1 をまたぐ場所であった。

ただし決定的な違いがある。前三者は理論の記述が変わる境界であった。本稿の境界は物理的実装が不可能になる境界であって、計算の理論が変わる境界ではない。この点は第6節で明示する。

5. 消去は粗視化である

なぜ消去到だけ代償があるのか。本体系はこの問いに答える道具をすでに持っている。

系 5.1 (論理的不可逆性は位相空間の圧縮である)

1ビットの消去とは、二つの状態 (0 と 1) を一つの状態 (たとえば 0) に落とす操作である。すなわち位相空間の体積が半分になる。

だが論文77が記録したとおり、ミクロな力学は可逆であり、リウヴィルの定理により位相空間の体積は保存される。したがって減った分はどこかへ渡されねばならない — 環境の自由度へ、である。これは論文78が「摩擦=浴の自由度への粗視化された移送」として述べたのと同じ機構である。

$k_B T \ln 2$ の $\ln 2$ は、まさに「二つが一つになる」ことの対数である。

ランダウアーの原理は、情報と熱力学を結ぶ定量的な橋である。論文88は粗視化のエントロピーとブラックホールの面積エントロピーを別根として仕分けたが、ランダウアーが結ぶのはそのうち前者と情報量である。この橋は実験的にも検証されている (Bérut ら 2012)。

ただし、この橋は $\mathcal{P}$ vs $\mathcal{NP}$ には届かない。それが次節である。

6. 熱力学は計算量クラスを分離できない

系 6.1（総当たりの限界は、計算一般の限界ではない）

本稿の定理2.2が拘束するのは 2^n 個の候補を実際に走査する実装である。 $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ という仮定は、まさにその走査を回避するアルゴリズムの存在を主張するものである。

したがって「総当たりには物理的下限がある」から「 $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ 」を導くことはできない。導けるとすれば、それは結論を前提に置いていることになる。

同じ論法は誤った結論も導く。線形計画問題は、素朴な頂点列挙では指数的な手間を要するが、多項式時間アルゴリズムが存在する。整列も、全順列を試せば $n!$ だが $O(n \log n)$ で済む。「素朴な方法が高くつく」ことは「効率的な方法が存在しない」ことを含意しない。

7. 三つの障壁 — 計算量理論版の「機械の移送テスト」

$\mathcal{P}$ vs $\mathcal{NP}$ の証明主張には、三つの障壁への対応が必須である。

障壁	出典	何を述べるか
相対化	Baker–Gill–Solovay (1975)	神託に対して不変な技法では分離できない
自然証明	Razborov–Rudich (1994)	構成的・大域的な回路下界の技法は擬似乱数関数の存在と衝突する
代数化	Aaronson–Wigderson (2008)	代数的拡張に対して不変な技法でも足りない

観察 7.1（これは「どの道具が効かないか」を述べる定理である）

三つの障壁はいずれもある種類の証明技法が、この問題に対して原理的に無力であることを述べている。何が真かではなく、何を使えば届かないかを述べる定理である。

これは本体系が論文100で立てた「機械の移送テスト」と同型の役割をもつ — 論文03がリッチ・フローの機械がナビエ＝ストークスへ移らないことを書いたのと、同じ種類の仕事である。分野は違うが、規律は同じである。

そして本稿は、この三つのいずれにも答えない。熱力学的論証は神託に対して不変であり、相対化の壁を最初から越えられない。したがって本稿の議論は計算量クラスの分離に寄与しない。

本稿は Aaronson（2005）が提起した「物理的実在と NP 完全問題」の系譜に属する考察であり、証明ではない。

■ 著者の私感（第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない）

初版で私は「総当たりには宇宙のエネルギーが要る、だから $P \neq NP$ 」と書いた。第2版でその循環に気づいて撤回した。そこまでは、誤りを直す話だった。

第3版で気づいたのは、もっと静かな誤りである。私は「観測可能宇宙の質量エネルギーの約0.6倍」と書いていた。数字は間違っていない。だがその「0.6」には、私が主張できる精度がなかった。宇宙の質量をどう見積もるかで 0.43 にも 1.08 にもなる。私は、持っていない桁を書いていた。

そして直そうとして分かったのは、正しい言い方はもともと別にあったということである。 $n \approx 300$ — これは宇宙の質量を 2.5 倍間違えても 1.3 しか動かないし、温度を 111 倍下げても 6.8 しか動かない。指数が相手のとき、報告すべきは対数のほうだった。

数を大きく見せる言い方と、正確な言い方は、しばしば違う。「宇宙のエネルギーの0.6倍」は響きがいい。「 n が 300 程度で不可能になる」は地味である。だが後者だけが、私が本当に言えることだった。崖の手前で踏みとどまる（論文101）。

8. 射程／結論

示すこと：非可逆な総当たり探索に $E \geq 2^n k_B T \ln 2$ の下限があること（第2節）／「非可逆な」が本質的であり、可逆計算（ベネット 1973）には課されないこと（第2節）／ロバストな言明は $n^* \approx 300$ であって「約0.6

倍」ではないこと、および対数が見積りに鈍い理由（第3節）／これがモジュールの境界であり、論文39・09・03と同型だが実装の境界であって理論の境界ではないこと（第4節）／消去が粗視化であり、 $\ln 2$ が「二つが一つになる」ことの対数であること（第5節、論文77・78・88）／熱力学が計算量クラスを分離できないこと（第6節）／三つの障壁が「どの道具が効かないか」を述べる定理であり、本稿がそれに答えないこと（第7節）。示さないこと（禁欲）： $P \neq NP$ の証明、その部分的証明、証明への道筋の提示——三つの障壁への対応を欠く以上、本稿の議論は計算量クラスの分離に寄与しない／総当たり以外の探索法への拘束／可逆実装への拘束／「約0.6倍」のような、持っていない桁の主張（第3版で訂正）／新しい数学・予言なし（第2層）。

P vs NP は未解決である。本稿はその状況を何ら変えない。

第3版が加えたのは、この論文が述べる数の資格である。非可逆な総当たり探索の下限は正しい。だがそこからロバストに言えるのは対数のほう — n が 300 程度で物理的に不可能になる、という一点である。

そしてその境界は、実装の境界であって理論の境界ではない。
またいだ先にあるのは「別の計算理論」ではなく「作れない機械」である。

改訂記録

第3版（2026年8月）：題名から「撤回」の語を外し、本稿が示す内容を題名とした。撤回・訂正の一覧は本節にまとめる。

第3版で訂正した事項：第2版は $n = 300$ の必要エネルギーを「観測可能宇宙の質量エネルギーの約0.6倍」と記していた。この比は宇宙の質量の見積りにより 0.43 から 1.08 まで動くため、2桁の精度をもたない。第3版はこれを訂正し、ロバストな言明が $n^* \approx 300$ であることを示した（第3節）。

第3版で追加した内容：定理の正確な形が「非可逆な」実装についてであることを系として明示した（第2節、ベネット 1973）。対数が見積りに鈍い理由（ $n^* = \log_2 E - \log_2(k_B T \ln 2)$ ゆえ温度は定数だけずらす）を示した（第3節）。この境界が論文113のモジュール境界であり、論文39・09・03と同型だが実装の境界であって理論の境界ではないことを記した（第4節）。消去が粗視化であり、リウヴィル（論文77）と摩擦（論文78）と同じ機構であること、 $\ln 2$ が「二つが一つになる」ことの対数であることを示した（第5節）。三つの障壁が論文100の「機械の移送テスト」と同型の役割をもつことを述べ、熱力学的論証が相対化の壁を越えられないことを明示した（第7節）。

第2版（2026年7月）で撤回した事項：初版は $P \neq NP$ の証明を掲げていた。この主張を全面的に撤回した。

1. 循環論法。初版のStep 2は「定理3.1により $\Omega(2^n)$ 回の不可逆遷移を要する」と述べるが、定理3.1は総当たり探索を前提としており、仮定 $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ はまさにその総当たりを回避するアルゴリズムの存在を主張するものである。仮定から矛盾を導いたのではなく、仮定を否定する前提を置いていた。
2. ベネットの定理の誤読。初版は Bennett (1973) が目標の既知性を要件とすると読んでいたが、同定理は任意の決定性計算に適用される。
3. 熱力学による分離。熱力学的論証は計算量クラスを分離できない。初版の論法は線形計画問題や整列についても誤った結論を導く（第6節）。

初版：Zenodo 10.5281/zenodo.21404131。

参考文献

1. Landauer, R. (1961). *Irreversibility and heat generation in the computing process*. IBM J. Res. Develop. 5.
2. Bennett, C. H. (1973). *Logical reversibility of computation*. IBM J. Res. Develop. 17.
3. Baker, T., Gill, J., Solovay, R. (1975). *Relativizations of the $\mathcal{P} = ?\mathcal{NP}$ question*. SIAM J. Comput. 4.
4. Razborov, A. A., Rudich, S. (1994). *Natural proofs*. J. Comput. System Sci. 55 (STOC 1994).
5. Aaronson, S., Wigderson, A. (2008). *Algebrization: a new barrier in complexity theory*. ACM Trans. Comput. Theory 1 (STOC 2008).
6. Aaronson, S. (2005). *NP-complete problems and physical reality*. SIGACT News 36.
7. Bérut, A., Arakelyan, A., Petrosyan, A., Ciliberto, S., Dillenschneider, R., Lutz, E. (2012). *Experimental verification of Landauer's principle linking information and thermodynamics*. Nature 483.
8. Cook, S. (2006). *The $\mathcal{P}$ versus $\mathcal{NP}$ problem*. Clay Mathematics Institute, Millennium Prize Problems.
9. 山岸勇輝 (2026). リウヴィルと矢 [論文77]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21722473
10. 山岸勇輝 (2026). 摩擦＝粗視化 [論文78]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21731937
11. 山岸勇輝 (2026). 二つのエントロピー [論文88]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21747809
12. 山岸勇輝 (2026). モジュールは壁ではなく極限 [論文113]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962996
13. 山岸勇輝 (2026). プランク長（第3版） [論文39]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430490
14. 山岸勇輝 (2026). ヒッグス $16\pi^2$ （第3版） [論文09]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404525
15. 山岸勇輝 (2026). ナビエ＝ストークス（第3版） [論文03]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404030
16. 山岸勇輝 (2026). 王道の総覧 [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
17. 山岸勇輝 (2026). エディントンの戒め [論文101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)