

四つのプランク量は、一つの規則の四つの実例である

— 第3版：山岸・プランク単位系完全解凍理論において、質量次元が 4π の冪を決め、 $l_p/t_p=c$ は単位系によらない — [論文40]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月 (第3版)

— From thinking to syncing. —

要旨

本稿は $G=4\pi$, $\hbar=\frac{1}{4\pi}$ の下でプランク四量が $l_p=c^{-3/2}$, $t_p=c^{-5/2}$, $m_p=\frac{\sqrt{c}}{4\pi}$, $E_p=\frac{c^{5/2}}{4\pi}$ と書けることを示した表を持っていた。第3版は、その表の理由を与え、同時に表に紛れ込んでいた二つの非-主張を取り除く。第一に、五項目のうち二項目は恒等式である。 $l_p/t_p=c$ と $E_pt_p=\hbar$ は $\hbar G=1$ を一切使わない—— $l_p=\sqrt{\hbar G/c^3}$ 、 $t_p=\sqrt{\hbar G/c^5}$ の比では $\hbar G$ が約分で消えるからである。本稿は $\hbar, G$ を無作為に振った10通り (SI 単位系、 $\hbar G$ が 0.139 から 6.4×10^3 まで) で確認した—— $l_p/t_p=c$ の最悪相対誤差は 0.00×10^0 、 $E_pt_p=\hbar$ は 1.81×10^{-16} 。すなわちこの二つはあらゆる単位系で成立し、破れうる余地を持たない。破れうるものだけが検算に値する以上、第2版が「五項目すべて数値検算により確認済」と書いたのは事実二つと恒等式二つを同じ欄に並べたことになる。第3版は両者を分けて数える。第二に、 4π は働いていない。論文116 は $G=a$, $\hbar=1/a$ (任意の $a>0$) でも閉包が成立することを示した。よって 4π と書くか a と書くかは名前の選択であって結果ではなく、「立体角のみで書ける」という表現は立体角である必要がない。さらに m_p の 4π は独立でない—— $\hbar=1/G$ ゆえ $\hbar/G=1/G^2$ が厳密に成り立ち (本稿で確認)、 $m_p=\sqrt{\hbar c/G}=\sqrt{c/G}$ である。 m_p の 4π は G の 4π を二乗して平方根に戻したものであり、二つ目の 4π ではない (論文39)。第三に、では表の理由は何か——質量次元である。論文116 の定理 $\epsilon=\mu$ を四量に当てると、 l_p ($\mu=0$) と t_p ($\mu=0$) には 4π が付かず、 m_p ($\mu=1$) と E_p ($\mu=1$) には一つ付く。四つとも一致する。本稿は「長さや時間には付かず、質量とエネルギーには付く」という表を持ちながら、その理由を書いていなかった。第四に、半整数はどこから来たか——次元行列の行列式である。 $(\hbar, G, c)$ の次元行列は $|\det|=2$ (本稿で有理数演算により確認)。四量の指数 (p, q, N) をクラメルの公式で厳密に解くと、12個の指数すべての分母がちょうど2であった—— l_p が $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$ 、 t_p が $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{5}{2})$ 、 m_p が $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 、 E_p が $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ 。SI の数値と照合し相対誤差は最大 1.52×10^{-16} 。平方根は $\hbar G=1$ の産物ではなく、行列式が2であることの産物である (論文38・39)。第五に、それゆえ本稿が示していること：パッチ $\hbar G=1$ が実際に効くのは四量の形だけであり、二つの関係式には効かない。 G を1.3倍しても $\hbar$ を2倍しても、四量の形はすべて壊れるが $l_p/t_p=c$ は壊れない (本稿で確認)。この非対称そのものが、事実と恒等式の境界線である。射程：確立された初等的事実の構造的解釈と自己点検 (第2層)。新しい定理も予言もない。 c の指数を空間次元と読まず、 4π を強制された値としない。

本稿の位置づけ（規律）：本稿が用いる数学はすべて既知かつ初等である——プランク単位の定義（プランク 1899）、3元1次連立の求解、次元解析（バッキンガム、ブリッジマン）。体系内部からは論文116の定理 $\epsilon = \mu$ 、論文 38・39の $|\det| = 2$ 、論文44の $X = c^N/(4\pi)^\epsilon$ を用いる。新しい定理は一つも証明しない。第3版の寄与は仕分けと理由づけである——(i) 五項目を事実二つと恒等式二つに分け、(ii) 4π が働いていないことを一径数化で示し、(iii) 四量の表を $\epsilon = \mu$ の四つの実例として読み直し、(iv) 半整数の出所を行列式に帰し、(v) 射程を書き直す。最重要の禁欲：恒等式を「自己整合性の確認」と呼ばない——破れうる帰無仮説を持たない等式は、検算しても何も確認しない（論文21・16）。 4π を「強制された値」としない（任意の $a > 0$ で閉包する・論文116）。 c の指数を空間次元と読まない。プランク単位系について新事実を主張しない——これは単位の選択に伴う書き換えである（論文 95）。第3層のレンズは非科学の札つきで隔離する。

1. 序：この論文は表を持っていて、その表の理由を持っていなかった

本稿の第1版・第2版は、 $G = 4\pi, \hbar = \frac{1}{4\pi}$ の下で四つのプランク量を並べた。

量	形
プランク長 l_p	$c^{-3/2}$
プランク時間 t_p	$c^{-5/2}$
プランク質量 m_p	$\frac{\sqrt{c}}{4\pi}$
プランクエネルギー E_p	$\frac{c^{5/2}}{4\pi}$

この表には、書かれていない規則性が二つある。

一つ——上の二つには 4π が付かず、下の二つには付く。なぜか。第2版は述べていない。

もう一つ——指数が四つとも半整数である。なぜか。第2版は「次元解析によって一意に定まる」とだけ書いた。一意に定まることと、なぜ分母が 2 なのかは、別の問いである。

そして表の外に、二つの関係式が「結果」として並んでいた—— $l_p/t_p = c$ と $E_pt_p = \hbar$ である。第2版はこれらを含めて「五項目すべて数値検算により確認済」と書いた。

第3版が最初にすることは、この五項目を数え直すことである。

2. 五項目のうち二項目は、恒等式である

定理 2.1 ($l_p/t_p = c$ と $E_p t_p = \hbar$ は単位系によらない)

$l_p = \sqrt{\hbar G/c^3}$ 、 $t_p = \sqrt{\hbar G/c^5}$ 、 $m_p = \sqrt{\hbar c/G}$ 、 $E_p = m_p c^2$ とすると、 $\hbar$ と G の値によらず

$$\frac{l_p}{t_p} = \sqrt{\frac{\hbar G/c^3}{\hbar G/c^5}} = \sqrt{c^2} = c, \quad E_p t_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} c^2 \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{c^4}} c^2 = \hbar.$$

証明 どちらの計算でも $\hbar G$ (および G) が約分で消える。残るのは c の冪だけである。

数値による確認： $\hbar$ と G を無作為に振った10通りで検査した——山岸パッチ ($\hbar G = 1$)、SI 単位系 ($\hbar G \approx 7.0 \times 10^{-45}$)、 $\hbar = G = c = 1$ 、および $\hbar G$ が 0.139 から 6.4×10^3 にわたる乱数6通り。

関係式	10通りでの最悪相対誤差
$l_p/t_p = c$	0.00×10^0
$E_p t_p = \hbar$	1.81×10^{-16} (丸め誤差)

観察 2.1 (破れうるものだけが検算に値する)

第2版は「これら5項目はいずれも $\hbar G = 1$ のみから従い、数値検算により確認されている」と書いた。前半は二項目について誤りである——この二つは $\hbar G = 1$ から従っておらず、何からも従っていない。定義から恒等的に出る。そして後半は、二項目について空である。破れる可能性のない等式を数値で確かめても、確かめたことにはならない。体系はこの規律を他所で明示している——ゼロテンションは破れうる帰無仮説を要する (論文21)、「=」には複数の根があり、恒等式と経験則を同じ欄に置いてはならない (論文16)。本稿は自分の中でその規律を破っていた。第3版はこう数え直す：パッチに依存する事実が四つ (四量の形)、単位系によらない恒等式が二つ (上の二式)。

観察 2.2 (非対称そのものが境界線である)

本稿はパッチを崩して確かめた。 $c = 3.7$ に固定し、 G を 1.3 倍する、あるいは $\hbar$ を 2 倍する。

	パッチ	$G \rightarrow 1.3G$	$\hbar \rightarrow 2\hbar$
$l_p = c^{-3/2}$	成立	破れる	破れる
$t_p = c^{-5/2}$	成立	破れる	破れる
$m_p = \sqrt{c}/(4\pi)$	成立	破れる	破れる
$l_p/t_p = c$	成立	成立	成立

同じ摂動で、四量の形はすべて壊れ、比だけが壊れない。この非対称が、事実と恒等式を分ける線である——線は議論ではなく、摂動で見える。

3. 4π は働いていない

確立された事実 3.1 (論文116：閉包は任意の $a > 0$ で成立する)

$G = a, \hbar = 1/a$ ($a > 0$ は任意) とすれば $\hbar G = 1$ は恒等的に成り立ち、四量は

$$l_p = c^{-3/2}, \quad t_p = c^{-5/2}, \quad m_p = \frac{\sqrt{c}}{a}, \quad E_p = \frac{c^{5/2}}{a}$$

となる。 $a = 4\pi$ である必要はどこにもない。

したがって第2版の結論「プランク単位系の全4量が光速 c の冪と立体角 4π のみで書ける」は、正確には

c の冪と、パッチ定数 a の冪のみで書ける

である。 4π と書くことは名前の選択であって、結果ではない (論文95 の語彙で規約)。立体角としての意味は、この四量からは出てこない。

観察 3.1 (m_p の 4π は二つ目の 4π ではない)

$\hbar = 1/G$ であるから $\hbar/G = 1/G^2$ が厳密に成り立つ（本稿で $G = 4\pi, 2, 11.7$ について 10^{-14} 以内に確認）。ゆえに

$$m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = \sqrt{\frac{c}{G^2}} = \frac{\sqrt{c}}{G}.$$

m_p に現れる 4π は、 G の 4π を二乗して平方根に戻したものである。 $\hbar$ 由来の独立な 4π ではない——論文39が「 $\hbar = 1/(4\pi)$ は G の逆数であって独立な 4π ではない」と述べたことが、そのままここに効いている。本稿の四量に 4π の住所は一つしかない。

4. 表の理由： $\epsilon = \mu$

では、なぜ l_p, t_p には付かず m_p, E_p には付くのか。論文116が答えを持っている。

確立された事実 4.1 (論文116の定理： $\epsilon = \mu$)

一径数パッチ $G = a, \hbar = 1/a$ の下で $X = \hbar^p G^q c^N = a^{q-p} c^N = a^{-\mu} c^N$ 。すなわち X に付くパッチ定数の冪は、 X の質量次元 μ で決まる。

四量に当てる。

量	形	ϵ (4π の冪)	μ (質量次元)	一致
l_p	$c^{-3/2}$	0	0	○
t_p	$c^{-5/2}$	0	0	○
m_p	$c^{1/2}/(4\pi)$	1	1	○
E_p	$c^{5/2}/(4\pi)$	1	1	○

四つとも一致する。

観察 4.1 (本稿の表は、 $\epsilon = \mu$ の四つの実例だった)

4π が付くかどうかを決めているのは幾何量か物質質量かという語感ではなく、質量次元という数である。
 l_p と t_p は $\mu = 0$ だから付かない。 m_p と E_p は $\mu = 1$ だから一つ付く。そして質量次元 2 以上の量が四量に無いから、 4π の冪は 2 に達しない。本稿は表を持っていて、その理由を持っていなかった。理由は後から書かれた論文116 にあり、本稿の四量はその定理の最小の点呼である。

5. 半整数の出所： $|\det| = 2$

四つの指数はいずれも分母が 2 である。これは $\hbar G = 1$ の産物ではない。

$(\hbar, G, c)$ の次元を (L, M, T) で並べた行列は

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \det A = 2.$$

(列が $\hbar, G, c$ 、行が L, M, T 。本稿で有理数演算により確認、numpy でも 2.0。)

定理 5.1 (行列式が分母を決める)

$X = \hbar^p G^q c^N$ が $[X] = L^\lambda M^\mu T^\tau$ を満たすとき、 (p, q, N) はクラメルの公式により分母 $\det A$ の有理数として一意に定まる。

四量について厳密に解いた結果：

量	$[X]$	$p \ (\hbar)$	$q \ (G)$	$N \ (c)$
l_p	L	$1/2$	$1/2$	$-3/2$
t_p	T	$1/2$	$1/2$	$-5/2$
m_p	M	$1/2$	$-1/2$	$1/2$
E_p	L^2MT^{-2}	$1/2$	$-1/2$	$5/2$

12個の指数すべての分母がちょうど 2 であった（既約分数の分母の集合は $\{2\}$ ）。SI の数値 $\hbar, G, c$ を代入して教科書のプランク量と照合し、相対誤差は最大 1.52×10^{-16} 。

観察 5.1 (平方根は約分の結果ではなく、行列式の結果である)

第2版は指数を「次元解析によって一意に定まる」と書いた。正しいが、半分である——一意性は $\det A \neq 0$ が与え、分母の 2 は $|\det A| = 2$ が与える。この二つは別の事実である。論文38・39 が $|\det| = 2$ と半整数の関係を扱っており、本稿の四量はその四つの実例にあたる。

6. では本稿は何を示しているのか

項目	何であるか
$l_p = c^{-3/2}$ 、 $t_p = c^{-5/2}$	パッチに依存する事実 ($\hbar G = 1$ が要る)
$m_p = \sqrt{c}/a$ 、 $E_p = c^{5/2}/a$	パッチに依存する事実 ($\hbar = 1/G$ が要る)
4π という値	規約 (任意の $a > 0$ で閉包する・論文116)
ϵ が 0 か 1 か	質量次元の帰結 (論文116 の定理 $\epsilon = \mu$)
指数の分母が 2	行列式の帰結 ($ \det A = 2$ ・論文38・39)
$l_p/t_p = c$	恒等式 (あらゆる単位系で成立)
$E_p t_p = \hbar$	恒等式 (あらゆる単位系で成立)

七行のうち、本稿に固有の主張は二行しかない——上の二行、すなわち四量の形である。残りは規約か、他の論文の定理の帰結か、恒等式である。

これは縮小ではなく、住所づけである。

どの行がどの根に属するかを書いて初めて、表は検査可能になる (論文17)。

7. 結び

本稿は c の冪の表を持っていた。表そのものは正しい。変わったのはその読み方である。

上二つに 4π が付かないのは幾何量だからではなく質量次元が 0 だからであり、指数の分母が 2なのは平方根が定義に入っているからではなく行列式が 2だからである。そして $l_p/t_p = c$ はこの単位系の性質ではなく、あらゆる単位系の性質である。

表は残り、表の説明が四つとも入れ替わった。
そして「確認済」と数えていた五項目は、事実四つと恒等式二つに分かれた。

示さないこと（禁欲）：恒等式を「自己整合性の確認」と呼ばない（破れうる帰無仮説を持たない・論文21・16）
／ 4π を強制された値としない（任意の $a > 0$ で閉包する・論文116）／ 4π を立体角として読まない（この四量からは立体角の意味が出てこない）／ c の指数を空間次元と読まない／ m_p の 4π を独立な二つ目としない（論文39）／プランク単位系についての新事実を主張しない——単位選択に伴う書き換えである（論文95）／ c が次元の建築資材であるという主張を支持も否定もしない（第3層・非科学の札つきで隔離）／新しい数学も予言もない（第2層）。

改訂記録

第3版（2026年8月）：表は変更していない。四量の形 $l_p = c^{-3/2}$ 、 $t_p = c^{-5/2}$ 、 $m_p = \sqrt{c}/(4\pi)$ 、 $E_p = c^{5/2}/(4\pi)$ はそのまま成立する。加えたのは仕分けと理由づけである。(i) 第2版が「五項目すべて数値検算により確認済」と数えていたものを、パッチに依存する事実四つと、単位系によらない恒等式二つに分けた—— $l_p/t_p = c$ と $E_p t_p = \hbar$ は $\hbar G$ が約分で消えるためあらゆる $\hbar, G$ で成立し、10通りの数値検算で最悪相対誤差 $0.00 \times 10^0 / 1.81 \times 10^{-16}$ を確認した。破れうる帰無仮説を持たない等式は、検算しても何も確認しない（論文21・16）。(ii) 4π を一径数 a に緩め、閉包が任意の $a > 0$ で成立することを明記した（論文116）——ゆえに「立体角のみで書ける」を「パッチ定数の冪のみで書ける」に改めた。あわせて m_p の 4π が G の 4π に由来する同一の一つであることを示した（論文39）。(iii) 表の規則性（上二つに 4π が付かない）に理由を与えた——論文116の定理 $\epsilon = \mu$ であり、四量はその四つの実例である。(iv) 半整数の指数の出所を次元行列の $|\det| = 2$ に帰し、12個の指数の分母がすべて 2 であることを有理数演算で確認した（論文38・39）。(v) 射程を七行の表に書き直し、本稿に固有の主張が四量の形だけであることを明示した。第2版で撤回済の項目（論文34の c^5 との対応、および「 $(3+1)$ 次元構造の代数証明」）は本版でも復活しない。

参考文献

1. Planck, M. (1899). *Über irreversible Strahlungsvorgänge*. Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. (プランク単位を導入)
2. Bridgman, P. W. (1922). *Dimensional Analysis*. Yale University Press.
3. Buckingham, E. (1914). *On Physically Similar Systems*. Physical Review.
4. Yamagishi, Y. (2026). *What Does the Exponent of c Count?* [論文116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794 (定理 $\epsilon = \mu$ 、および 4π の非一意性)
5. Yamagishi, Y. (2026). *The $c^N/(4\pi)^\epsilon$ Form* [論文44]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602231

6. Yamagishi, Y. (2026). *The Planck Length as a Pixel* [論文39]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430490 ($|\mathbf{det}| = 2$ 、 $\hbar = 1/(4\pi)$ は $\mathbf{G}$ の逆数)
7. Yamagishi, Y. (2026). *Three Kinds of Number* [論文38]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430234 (次元行列の行列式と指数)
8. Yamagishi, Y. (2026). *Convention and Fact* [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
9. Yamagishi, Y. (2026). *Zero-Tension Needs Something Violable* [論文21]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21601143 / *The Equals Sign Has Distinct Roots* [論文16]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
10. Yamagishi, Y. (2026). *An Address, Not Just Distinctness* [論文17]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600813
11. Yamagishi, Y. (2026). *A Census of the $\mathbf{c}^5$ s* [論文34]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430340

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)