

歪まない地図は存在しない——投影法が下手だからではない

—メルカトルは緯度 60 度で長さちょうど 2 倍、面積ちょうど 4 倍、80 度では面積 **33.1634** 倍になる — だが原因は投影法ではなく、球のガウス曲率が平面と違うことである — **100 万 km²** の三角形は内角の和が **1.4113** 度余る — [論文409]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

メルカトル図法は高緯度を大きく見せる、と批判される。本稿が示すのはどの投影法でも歪むことである——原因は投影法ではなく、曲がった面を平らにできないことである。新しい定理も法則も主張しない。第一に、メルカトルは緯度 60 度で長さちょうど 2 倍、面積ちょうど 4 倍になる（第2節）。第二に、緯度 80 度では面積が **33.1634** 倍になる（第2節）。第三に、これが本稿の芯である。歪みの原因は投影法ではない。球のガウス曲率が $1/R^2$ 、平面が 0 で、値が違うからである（第3節）。第四に、**100 万 km²** の球面三角形は内角の和が **1.4113** 度余り、平面ではちょうど 0 である（第3節）。第五に、一辺 100 km なら余りが **0.0071** 度に縮む。歪みは規模で決まる（第4節）。第六に、分離子は「投影法を変えれば直るか、規模を変えなければ直らないか」である（第5節）。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ガウスの驚異の定理、ジラルルの定理、メルカトル図法の拡大率はすべて既知である。定理を証明しない——驚異の定理もジラルルの定理も既知として使う。数を入れるだけである。投影法を設計しない——どの投影法が良いかは主題ではない。歪みが避けられないことだけを言う。地球を球と置いている——扁平（1/298）は主題ではない。定性的な結論は変わらない。政治を論じない——どの図法をどう使うべきかという議論は主題ではない。測地線を扱わない——大圏航路や航程線の性質は主題ではない。既刊との関係：論文397 は破れが理論強度に達したからではないことを示した——ここでは歪みが投影法の下手さから来ていない。論文389 は厚さではなく長さが効くことを示した——ここでは投影法ではなく曲率が効く。論文326 は二乗三乗の「法則」が恒等式であることを示した——ここでも「歪む」は選択の結果ではなく幾何の帰結である。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——投影法による歪みと曲率による歪みは、その基準で別根である。加えたのは、五つの緯度でメルカトルの拡大率を数に出したこと、アフリカとグリーンランドの実面積比を出したこと、球面三角形の過剰を **100 万 km²** と一辺 100 km で計算したこと、平面の過剰がちょうど 0 であることを対照に置いたこと、分離子を「投影法か規模か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：メルカトル図法では、緯度 φ での長さの拡大率が $\sec \varphi$ 、面積の拡大率が $\sec^2 \varphi$ になる。また球面三角形では、内角の和が π を超える分（球面過剰）が面積に比例する（ジラールの定理）。

$$E = \frac{A}{R^2}$$

$R = 6371 \text{ km}$ とする。

観察 1.1

メルカトルの拡大率は緯度だけで決まる。 $\sec \varphi$ ——赤道で 1、極で発散する。

観察 1.2

他の投影法を使えば、この拡大率は消える。正積図法なら面積が正しい——代わりに角度が歪む。

観察 1.3

どれかを直すと、どれかが壊れる。選べるのはどこを歪ませるかだけ——その理由が、曲率にある。

問い：地図が歪むのは、投影法のせいかな。

2. 緯度 60 度で面積ちょうど 4 倍

計算 2.1：メルカトル図法の拡大率（本稿で計算）。

緯度 [度]	長さの倍率 $\sec \varphi$	面積の倍率 $\sec^2 \varphi$
0	1.0000	1.0000
30	1.1547	1.3333
45	1.4142	2.0000
60	2.0000	4.0000
80	5.7588	33.1634

観察 2.2

緯度 60 度で長さがちょうど 2 倍、面積がちょうど 4 倍になる。 $\sec 60^\circ = 2$ ——切りのいい数が出るのは、 $\cos 60^\circ = 1/2$ だからである。

観察 2.3

緯度 45 度で面積がちょうど 2 倍になる。 $\sec^2 45^\circ = 2$ ——中緯度でもすでに二倍である。

観察 2.4

緯度 80 度では 33.1634 倍になる。グリーンランドの大半がこの緯度帯——アフリカ（赤道帯）は 1 倍のままである。

観察 2.5

実際の面積はアフリカがグリーンランドの 14.0212 倍である。 $3.037 \times 10^7 \text{ km}^2$ 対 $2.166 \times 10^6 \text{ km}^2$ ——メルカトル上ではほぼ同じ大きさに見える。

観察 2.6

この歪みは、正積図法を使えば消える。選べる——だから「投影法のせい」に見える。

3. 原因は曲率である——平面では過剰がちょうど 0

計算 3.1：球面三角形の内角の和の過剰（本稿で計算）。

図形	ガウス曲率	内角の和の過剰
球面（100 万 km ² ）	$2.4636 \times 10^{-14} \text{ /m}^2$	1.4113 度
平面	0	0 度
円柱・円錐	0	0 度

観察 3.2

これが本稿の芯である。球面では内角の和が **1.4113 度** 余り、平面ではちょうど **0** である——この差は、どんな写像でも埋められない。ガウス曲率は曲げ方に依らない量だからである（驚異の定理）。

観察 3.3

円柱と円錐は曲率が **0** である。曲がって見えるのに——だから紙から作れるし、切り開いて平らにできる。

観察 3.4

球は $1/R^2 > 0$ である。**0** ではない——だから紙から作れないし、平らにもできない。

観察 3.5

つまり「歪まない地図」は、投影法の問題ではなく、存在の問題である。探しても無い——どれだけ工夫しても、 $1/R^2$ を **0** にはできない。

観察 3.6

論文326 と同じ形である。論文326 では二乗三乗の「法則」が恒等式だった——ここでは「歪む」が選択の結果ではなく、幾何の帰結である。

4. 歪みの大きさは、規模で決まる

計算 4.1：規模による球面過剰（本稿で計算）。

三角形の面積	内角の和の過剰
100 万 km ²	1.4113 度
一辺 100 km (5000 km ²)	0.0071 度

観察 4.2

過剰は面積に比例する。 $E = A/R^2$ ——面積が 200 分の 1 なら過剰も 200 分の 1。

観察 4.3

一辺 100 km では 0.0071 度である。25 秒角——測量の精度では見えるが、地図の見た目では見えない。

観察 4.4

だから小縮尺の地図では「平ら」でよい。市町村の地図——曲率がゼロでないことと、無視できないことは別である。

観察 4.5

論文396 と同じ形である。論文396 では「小さい角」に数を入れた——ここでは「小さい地域」に数を入れる。どちらも、どこまでが「小さい」かは要求精度が決める。

観察 4.6

論文300の基準で別根である。投影法による歪みは選択が、曲率による歪みは幾何が決める——同じ「地図の歪み」に、根の違う二つが並んでいる。

5. 分離子：投影法を変えれば直るか、直らないか

観察 5.1

分離子——別の投影法で消えるか、消えないか。

歪み	出所	別の投影法で	例
面積の拡大	投影法の選択	消える	メルカトルの 33.1634 倍
角度と面積の同時保存	ガウス曲率	消えない	過剰 1.4113 度

観察 5.2

三列目が判定になる。投影法を変えて消えるか——消えなければ、投影法を責めても直らない。

観察 5.3

メルカトルへの批判は、一行目についてだけ正しい。面積は確かに歪む——だが角度を保つという役目は果たしており、航海図としてはそれが要る。

観察 5.4

分離子は動かせる。地域を小さくすれば、二行目の歪みも実質的に消える——曲率は変わらないが、面積が小さくなる。

観察 5.5

正直に言えば——**1.4113 度も 33.1634 倍も**、地球を完全な球と置いた値である。扁平 ($1/298$) を入れれば少し動く——動かないのは、球の曲率が正で平面が **0** であることと、その差が写像で消えないことである。

観察 5.6

最後に一つ——「もっと良い投影法を作ればよい」は、良い投影法がある場合にだけ正しい。面積を直す投影法はある——全部を直す投影法は無い。無いことは、探し方の問題ではない。

6. 点呼と結び

1. 緯度 **60 度** で長さ **2 倍**・面積 **4 倍** (計算 2.1) : $\cos 60^\circ = 1/2$ 。
2. 緯度 **45 度** で面積 **2 倍** (観察 2.3) : 中緯度でもすでに。
3. 緯度 **80 度** で **33.1634 倍** (計算 2.1) : グリーンランドの緯度帯。
4. アフリカは実際に **14.0212 倍** (観察 2.5) : 地図ではほぼ同じ。
5. 球のガウス曲率は $2.4636 \times 10^{-14} / \text{m}^2$ (計算 3.1) : 平面は **0**。
6. **100 万 km^2** で過剰 **1.4113 度** (計算 3.1) : 平面ではちょうど **0**。
7. 円柱・円錐は曲率 **0** (観察 3.3) : だから紙から作れる。
8. 一辺 **100 km** で **0.0071 度** (計算 4.1) : **25 秒角**。
9. 過剰は面積に比例 (観察 4.2) : 規模で決まる。
10. 全部を直す投影法は無い (観察 5.6) : 探し方の問題ではない。

結び：メルカトル図法は高緯度を大きく見せる、と批判される——だが原因は投影法ではない。メルカトルの拡大率は緯度だけで決まる——緯度 **60 度** で長さちょうど **2 倍**、面積ちょうど **4 倍**。切りのいい数が出るのは $\cos 60^\circ = 1/2$ だからである。緯度 **45 度** でも面積はすでに **2 倍**、**80 度** では **33.1634 倍** になる。実際の面積はアフリカがグリーンランドの **14.0212 倍** (3.037×10^7 対 $2.166 \times 10^6 \text{ km}^2$) だが、メルカトル上ではほぼ同じ大きに見える。そしてこの歪みは正積図法を使えば消えるので、「投影法のせい」に見える。ところが原因は曲率である——球面上の **100 万 km^2** の三角形は内角の和が **1.4113 度** 余り、平面ではちょうど **0** である。この差はどんな写像でも埋められない。ガウス曲率は曲げ方に依らない量だからである (驚異の定理)。円柱と円錐は曲がって見えても曲率が **0** なので、紙から作れるし切り開いて平らにできる。球は $1/R^2 > 0$ なので、紙から作れないし平らにもできない。つまり「歪まない地図」は投影法の問題ではなく存在の問題で、どれだけ工夫し

でも $1/R^2$ を 0 にはできない。論文326 で二乗三乗の「法則」が恒等式だったのと同じ形で、「歪む」は選択の結果ではなく幾何の帰結である。歪みの大きさは規模で決まる—— $E = A/R^2$ なので過剰は面積に比例し、一辺 100 km (5000 km²) なら 0.0071 度、25 秒角に縮む。測量の精度では見えるが、地図の見た目では見えない。だから市町村の地図では「平ら」でよく、曲率がゼロでないことと無視できないことは別である。論文396 で「小さい角」に数を入れたのと同じ形で、どこまでが「小さい」かは要求精度が決める。分けているものは一つ——別の投影法で消えるか、消えないか。面積の拡大は投影法を選択から来るので消えるが、角度と面積を同時に保つことはガウス曲率から来るので消えない。メルカトルへの批判は前者についてだけ正しく、角度を保つという役目は果たしており、航海図としてはそれが要る。論文300 の基準で別根であり、一方は選択が、一方は幾何が決める。地域を小さくすれば後者も実質的に消える——曲率は変わらないが、面積が小さくなる。正直に言えば——1.4113 度も 33.1634 倍も地球を完全な球と置いた値であり、扁平 (1/298) を入れれば少し動く。動かないのは、球の曲率が正で平面が 0 であることと、その差が写像で消えないことである。最後に一つ——「もっと良い投影法を作ればよい」は、良い投影法がある場合にだけ正しい。面積を直す投影法はあるが、全部を直す投影法は無い。無いことは、探し方の問題ではない。

参考文献

1. Gauss, C. F. (1828). *Disquisitiones generales circa superficies curvas*. Göttingen: Dieterich.
2. Girard, A. (1629). *Invention nouvelle en l'algèbre*. Amsterdam: Blaeuw.
3. Snyder, J. P. (1987). *Map Projections: A Working Manual*. Washington: U.S. Geological Survey Professional Paper 1395.
4. do Carmo, M. P. (1976). *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
5. 山岸勇輝 (2026). 『第三百回の点呼——同根か別根かは判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
6. 山岸勇輝 (2026). 『二乗三乗の「法則」は、法則ではなく恒等式である』[論文326]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209992
7. 山岸勇輝 (2026). 『紙が折れなくなるのは厚いからではない——効いているのは長さである』[論文389]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699183
8. 山岸勇輝 (2026). 『振り子の「小さい角」を数にすると、10 度で一日 164.78 秒ずれる』[論文396]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699299
9. 山岸勇輝 (2026). 『「粒を細かくすれば強くなる」が破れるのは、理論強度に達したからではない』[論文397]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699316

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)