

磁場は仕事をしないのに、粒子を閉じ込める

— ローレンツ力と速度の内積は厳密に **0** である — それでも $L = 4$ の双極子磁場はミラー比 **115.3776** を作り、立体角の **99.5657** パーセントを閉じ込める — 閉じ込めているのは仕事ではなく立体角である — [論文410]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

磁場は荷電粒子に仕事をしない。それなのにヴァンアレン帯は粒子を何年も閉じ込める。本稿が示すのは、この二つが矛盾していないことである——閉じ込めているのは仕事ではなく、速度の向きの空間である。新しい定理も法則も主張しない。第一に、ローレンツ力と速度の内積は厳密に **0** であり、丸め誤差の範囲で **0.0000000000000000** が出る（第2節）。第二に、双極子磁場では $L = 4$ でミラー比が **115.3776** になり、これは仮定ではなく幾何から出る（第3節）。第三に、これが本稿の芯である。 $L = 4$ で立体角の **99.5657** パーセントが閉じ込められる。エネルギーは一つも変わっていない（第3節）。第四に、ロスコーンの半頂角は $L = 2$ の **16.3301** 度から $L = 6$ の **2.8514** 度まで縮む（第3節）。第五に、ピッチ角 **30** 度の粒子は磁場が **4.000000** 倍のところで折り返す。逆算しても同じ値が出る（第4節）。第六に、分離子は「エネルギーを変えるか、向きを変えるか」である（第5節）。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ローレンツ力が仕事をしないこと、磁気モーメントの断熱不変性、ロスコーンの式はすべて既知である。論文310 との関係を書き——ロスコーンの式そのものは論文310 の検算7.5 が既に出している（ミラー比 $2 \cdot 5 \cdot 10$ で $45.0000 \cdot 26.5651 \cdot 18.4349$ 度）。本稿が足すのは二つである：ミラー比を仮定せず双極子の幾何から導くことと、閉じ込めを角度ではなく立体角の割合で測ること。**99.5657** パーセントという数は 310 に無い。断熱不変性を証明しない—— μ が保たれることは既知として使う。どれだけゆっくりなら保たれるかは論文310 の主題である。実際の放射線帯を予報しない——太陽風、磁気嵐、ビッチ角散乱、波動粒子相互作用は主題ではない。本稿は理想化された双極子だけを扱う。粒子の寿命を出さない——何年閉じ込められるかは散乱で決まり、本稿の計算には入っていない。磁場の起源を論じない——ダイナモは主題ではない。相対論的效果を入れない——高エネルギー粒子の補正は主題ではなく、定性的な結論は変わらない。既刊との関係：論文310 は「保存する」に二つの根があることを示した——ここでは仕事がゼロでも閉じ込めが起きる。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——「エネルギーで閉じ込める」と「向きで閉じ込める」は、その基準で別根である。論文404 は水平線が見える距離の限界ではないことを示した——ここでは仕事がゼロであることが閉じ込めの限界ではない。加えたのは、内積がゼロであることを数で確かめたこと、四つの L 殻でミラー比を幾何から出したこと、閉じ込めを立体角の割合で測ったこと、ビッチ角からの逆算を対照に置いたこと、分離子を「エネルギーか向きか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：荷電粒子に働くローレンツ力は $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ である。また磁気モーメント $\mu = mv_{\perp}^2/2B$ は、磁場がゆっくり変わる限り保たれる。

$$\sin^2 \alpha_c = \frac{B_{\min}}{B_{\max}} = \frac{1}{R}$$

ここで R はミラー比、 α_c はロスコーンの半頂角である。

観察 1.1

磁場は仕事をしない。力が速度と直交するからである——だから粒子の速さは変わらない。

観察 1.2

それでも粒子は閉じ込められる。ヴァンアレン帯は 1958 年に見つかって以来そこにある——速さが変わらないのに、どうやって。

問い：仕事をしないものが、どうやって閉じ込めるのか。

2. 内積は厳密にゼロである

計算 2.1：適当な速度と磁場をとり、 $\mathbf{v} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ を数値で出す。

結果は 0.0000000000000000 である。これは近似ではない——外積の定義から、 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ は $\mathbf{v}$ に直交する。

観察 2.2

したがって運動エネルギーは厳密に一定である。 $dE/dt = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = 0$ ——電場が無ければ、粒子の速さは永久に変わらない。

観察 2.3

ここで普通の直感が止まる。閉じ込めるには谷が要る、と考えるからである——谷とは位置エネルギーであり、位置エネルギーは仕事をする。

観察 2.4

だが閉じ込めに要るのは、エネルギーを下げることではない。要るのは出ていく道をふさぐことである——そして道は、位置ではなく速度の向きで数えられる。

3. 双極子の幾何がミラー比を決める

計算 3.1：双極子磁場では、赤道面から磁力線をたどると磁場の強さが増える。 L 殻ごとに、赤道の値と足元（地表）の値の比を出す。

L 殻	ミラー比 R	ロスコーン半頂角	失う立体角	閉じ込め
2.0	12.6491	16.3301 度	4.0342 %	95.9658 %
3.0	46.7654	8.4085 度	1.0749 %	98.9251 %
4.0	115.3776	5.3418 度	0.4343 %	99.5657 %
6.0	404.0990	2.8514 度	0.1238 %	99.8762 %

観察 3.2

ミラー比は仮定していない。双極子の式から出ている——論文310は $R = 2 \cdot 5 \cdot 10$ を置いて角度を出した。ここでは R のほうが幾何の帰結である。

観察 3.3

閉じ込めを角度ではなく立体角で測る。ロスコーンは上下二つの円錐なので、失う割合は $1 - \cos \alpha_c$ である—— $L = 4$ で **0.4343** パーセント、つまり **99.5657** パーセントが残る。

観察 3.4

5.3418 度という角度は小さく見えるが、立体角ではもっと小さい。角度の比は $5.3418/90 = 5.9$ パーセントだが、立体角の比は **0.4343** パーセントである——一桁以上違う。円錐の立体角は角の二乗で効くからである。

観察 3.5

遠いほど強く閉じ込められる。 $L = 2$ の **16.3301** 度から $L = 6$ の **2.8514** 度へ縮む——遠いほど赤道の磁場が弱く、足元との比が大きくなるからである。

4. 逆算

計算 4.1：ピッチ角 30 度の粒子は、磁場がどこまで強くなったところで折り返すか。

$$\frac{B}{B_{\text{eq}}} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 30^\circ} = 4$$

数値でも **4.000000** が出る。

観察 4.2

これは第3節の式を逆向きに使っただけである。同じ式が、角度から比を出すことにも、比から角度を出すことにも使える——どちらでも同じ数が出ることが、式が正しく実装されている証拠になる。

観察 4.3

折り返す点でも速さは変わっていない。変わったのは $v_{\parallel}$ と $v_{\perp}$ の配分である—— μ が一定なので B が増えれば $v_{\perp}$ が増え、速さが一定なので $v_{\parallel}$ が減る。ゼロになった点が折り返しである。

5. 分離子

分離子：エネルギーを変えるか、向きを変えるか。

観察 5.1

位置エネルギーの谷は、エネルギーで閉じ込める。高さより低いエネルギーの粒子が出られない——出られるかどうかは、速さで決まる。

観察 5.2

磁気ミラーは、向きで閉じ込める。速さがどれだけ大きくても、ロスコーンの外にいれば出られない——出られるかどうかは、向きで決まる。

観察 5.3

これは論文300の基準で別根である。どちらも「閉じ込め」と呼ばれるが、判定に使う量が違う——一方は速さ、一方はピッチ角である。

観察 5.4

だから「磁場は仕事をしないのに閉じ込める」は矛盾ではない。矛盾に見えるのは、閉じ込めが必ずエネルギーで起きると思っているからである——その思い込みを外せば、残るのは幾何だけである。

観察 5.5

正直に言えば——実際の放射線帯では粒子は永久には残らない。ピッチ角散乱がロスコーンへ粒子を送り込む——本稿の計算に散乱は入っていない。入れれば寿命が有限になる。それでも閉じ込めの機構そのものは変わらない。

観察 5.6

最後に一つ——「仕事をしない」は「何もしない」ではない。仕事はエネルギーの出入りだけを測る量である——向きを変えることは、その物差しに映らない。

6. 点呼と結び

1. $\mathbf{v} \cdot \mathbf{F} = 0.0000000000000000$ (計算 2.1) : 厳密にゼロ。
2. $L = 2$ でミラー比 **12.6491** (計算 3.1) : 幾何から。
3. $L = 4$ でミラー比 **115.3776** (計算 3.1) : 仮定ではない。
4. $L = 6$ でミラー比 **404.0990** (計算 3.1) : 遠いほど大きい。
5. ロスコーンは **16.3301** $\rightarrow$ **2.8514** 度 (計算 3.1) : 遠いほど狭い。
6. $L = 4$ で閉じ込め **99.5657 %** (計算 3.1) : 立体角で。
7. 角度の比は **5.9 %**、立体角は **0.4343 %** (観察 3.4) : 一桁以上違う。
8. $L = 2$ でも **95.9658 %** (計算 3.1) : 最も緩い殻でも。
9. ピッチ角 **30 度** は $B/B_{eq} = 4.000000$ で折り返す (計算 4.1) : 逆算が一致。
10. 分離子は速さか向きか (観察 5.3) : 論文300 の基準で別根。

結び : 磁場は荷電粒子に仕事をしない——ローレンツ力は速度と直交するので、内積は厳密に

0.0000000000000000 である。これは近似ではなく外積の定義から出るので、電場が無い限り粒子の速さは永久に変わらない。それなのに粒子は閉じ込められる——双極子磁場では $L = 4$ の殻でミラー比が **115.3776** になり、これは仮定ではなく幾何から出る。論文310 の検算7.5 はミラー比 $2 \cdot 5 \cdot 10$ を置いて **45.0000** $\cdot$ **26.5651** $\cdot$ **18.4349** 度を出した。本稿はその R のほうを双極子から導き、閉じ込めを角度ではなく立体角で測る。 $L = 4$ でロスコーンの半頂角は **5.3418** 度、失う立体角は **0.4343** パーセント、残るのは **99.5657** パーセントである。角度で測れば **5.9** パーセントに見えるものが、立体角では **0.4343** パーセントになる——円錐の立体角は角の二乗で効くからで、一桁以上違う。最も緩い $L = 2$ の殻でも **95.9658** パーセントが残り、 $L = 6$ では **99.8762** パーセントになる。そしてこの間、エネルギーは一つも変わっていない——ピッチ角 **30 度** の粒子は

$B/B_{\text{eq}} = 4.000000$ のところで折り返すが、折り返す瞬間も速さは同じである。変わったのは $v_{\parallel}$ と $v_{\perp}$ の配分だけで、 μ が一定なので B が増えれば $v_{\perp}$ が増え、速さが一定なので $v_{\parallel}$ が減り、ゼロになった点が折り返しである。分けているものは一つ——エネルギーで閉じ込めるか、向きで閉じ込めるか。位置エネルギーの谷では出られるかどうかは速さで決まり、磁気ミラーではピッチ角で決まる。速さがどれだけ大きくても、ロスコーンの外にいれば出られない。論文300の基準で別根であり、判定に使う量そのものが違う。正直に言えば——実際の放射線帯で粒子は永久には残らない。ピッチ角散乱がロスコーンへ粒子を送り込むからで、本稿の計算に散乱は入っていない。入れれば寿命は有限になる。それでも閉じ込めの機構そのものは変わらない。最後に一つ——「仕事をしない」は「何もしない」ではない。仕事はエネルギーの出入りだけを測る物差しであり、向きを変えることはその物差しに映らない。

参考文献

1. Van Allen, J. A., & Frank, L. A. (1959). Radiation Around the Earth to a Radial Distance of 107,400 km. *Nature*.
2. Alfvén, H. (1950). *Cosmical Electrodynamics*. Oxford: Clarendon Press.
3. Northrop, T. G. (1963). *The Adiabatic Motion of Charged Particles*. New York: Interscience.
4. Walt, M. (1994). *Introduction to Geomagnetically Trapped Radiation*. Cambridge: Cambridge University Press.
5. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 —— 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
6. 山岸勇輝 (2026). 『「保存する」には二つの根があり、ネーターは片方しか説明しない』 [論文310]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22172372
7. 山岸勇輝 (2026). 『水平線は、見える距離の限界ではない』 [論文404]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699418

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)