

光の角運動量は二つあって、片方だけ上限がない

— スピンは何をしても **2** 状態・**1** ビットのままだが、軌道は $|l| \leq 50$ で **101** 状態・**6.6582** ビットになる — 同じ「角運動量」が、有限次元と無限次元に分かれている — [論文418]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

光の角運動量というと、普通は偏光を指す。本稿が示すのは、角運動量が二つあることである——そして片方には上限があり、片方には無い。新しい定理も法則も主張しない。第一に、スピン角運動量の状態数はちょうど **2** である。左右の円偏光しかない（第2節）。第二に、軌道角運動量の状態数は $2L+1$ で、 $|l| \leq 5$ なら **11**、 $|l| \leq 50$ なら **101** である（第2節）。第三に、これが本稿の芯である。一光子あたりの情報量が、スピンでは常に **1** ビット、軌道では $|l| \leq 50$ で **6.6582** ビットになる（第3節）。第四に、 L を **10** 倍にしても情報量は **3.3090** ビットしか増えない。対数だからである（第3節）。第五に、スピンは L をどれだけ上げてでも **1** ビットのままである。上限があるとはそういうことである（第3節）。第六に、分離子は「次元が有限か無限か」である。同じ名前でも、状態空間の型が違う（第4節）。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——光のスピン角運動量と軌道角運動量の分離、ラゲール＝ガウスモードはどちらも既知である（**1992** 年以來）。分離の是非を論じない——スピンと軌道への分離がゲージ不変にできるかという議論には立ち入らない。本稿は近軸近似の範囲で標準的な扱いを使う。通信の性能を主張しない——実際の多重化では大気の乱れ、モード間の漏れ、検出器の限界が効き、**6.6582** ビットがそのまま得られるとは言っていない。生成法を扱わない——らせん位相板、空間光変調器、 q 板は主題ではない。量子情報の議論をしない——高次元もつれ、鍵配送の安全性は主題ではない。電子や中性子の軌道角運動量を扱わない——光だけを扱う。既刊との関係：論文417 は段数の上限が生き物の都合ではないことを示した——そこでは上限が算術から出た。ここでは片方に上限が無い。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——スピンと軌道は、その基準で別根である。論文411 は何も保たない変換にも保存量があることを示した——そこでは保存量の一つ残った。ここでは保存量が二つに割れる。論文416 は積が同じでも結果が同じにならないことを示した——ここでも、同じ名前の下で別の性質が並んでいる。加えたのは、四つの L で状態数を並べたこと、情報量をビットで出したこと、 L を **10** 倍にしたときの増分を **3.3090** ビットと出したこと、スピン側を対照として置いたこと、分離子を「次元が有限か無限か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：光の全角運動量は、スピン成分と軌道成分に分けられる。スピンは円偏光の向きに対応し、光子あたり $\pm\hbar$ の二値をとる。軌道はらせん状の波面に対応し、光子あたり $l\hbar$ (l は整数) をとる。

$$N_{\text{spin}} = 2, \quad N_{\text{orb}}(L) = 2L + 1$$

状態数 N の一光子が運べる情報量は $\log_2 N$ ビットである。

観察 1.1

「光の角運動量」というと偏光を指すことが多い。左回りか右回りか——二つしかないなので、二値だと思われている。

観察 1.2

だがもう一つある。波面がらせんを描く自由度である——こちらは l が整数なら何でもよい。

問い：同じ「角運動量」なのに、なぜ片方だけ上限が無いのか。

2. 状態数は 2 と $2L+1$

計算 2.1：両者の状態数を並べる。

範囲	スピンの状態数	軌道の状態数
$ l \leq 1$	2	3
$ l \leq 5$	2	11
$ l \leq 10$	2	21
$ l \leq 50$	2	101

観察 2.2

スピンの列は動かない。どの範囲でも **2** である——範囲を広げるという操作が、そもそも意味を持たない。

観察 2.3

軌道の列は $2L + 1$ で伸びる。 $|l| \leq 50$ で **101** 状態—— L を決めない限り、状態数は決まらない。

観察 2.4

$2L + 1$ の $+1$ は $l = 0$ の分である。らせんの無い平らな波面——だから状態数は必ず奇数になる。

3. 一光子あたりの情報量

計算 3.1：状態数を情報量に直す。

L	軌道の状態数	情報量 [bit]	スピンとの差 [bit]
1	3	1.5850	0.5850
5	11	3.4594	2.4594
50	101	6.6582	5.6582
500	1001	9.9672	8.9672

観察 3.2

スピンはちょうど **1.000000** ビットである。 $\log_2 2 = 1$ ——そしてこの値は L を動かしても変わらない。

観察 3.3

軌道は $|l| \leq 50$ で **6.6582** ビットになる。スピンの 6 倍以上——一光子で 6 ビット以上を運ぶことになる。

計算 3.4 : L を 50 から 500 へ 10 倍にしたときの増分を出す。

$9.9672 - 6.6582 = \mathbf{3.3090}$ ビットである。

観察 3.5

10 倍にしても **3.3** ビットしか増えない。 $\log_2 10 = \mathbf{3.3219}$ だからである——情報量は状態数の対数なので、状態数を桁で増やしても情報量は桁では増えない。

観察 3.6

つまり「上限が無い」は「いくらでも得をする」ではない。上限は無いが、伸びは対数である——両方を言わないと、どちらも誤解になる。

4. 分離子

分離子：状態空間の次元が有限か、無限か。

観察 4.1

スピンの状態空間は二次元である。光子がスピン 1 の粒子で、質量がゼロなので縦成分が無い——**2** という数は、そこから決まっている。

観察 4.2

軌道の状態空間は無限次元である。 l が任意の整数をとれる——方位角まわりの位相の巻き数だからで、巻き数に上限は無い。

観察 4.3

これは論文300の基準で別根である。どちらも角運動量だが、由来が違う——一方は場の内部自由度、一方は空間の形である。

観察 4.4

だから「光の角運動量は二値だ」は、半分だけ正しい。スピンについては正しい——軌道については、範囲を言わなければ状態数すら決まらない。

観察 4.5

そして無限次元のほうは、実際には有限で切る。装置の開口が大きな l を通さない—— L は物理ではなく装置が決める。この点で論文417の「必要量が上限を決める」と同じ形である。

観察 4.6

正直に言えば——6.6582 ビットは状態数から出した上限であり、実際に運べる量ではない。大気の乱れ、モード間の漏れ、検出の誤りが引く——本稿は通信の性能を主張していない。

観察 4.7

最後に一つ——スピンと軌道への分離は、近軸近似の外では扱いが難しくなる。ゲージ不変な分離が可能かという議論がある——本稿は近軸の範囲で標準的な扱いを使っており、その外へは踏み出していない。

5. 点呼と結び

1. スピンの状態数はちょうど **2** (計算 2.1) : どの範囲でも。
2. 軌道は $|l| \leq 5$ で **11** 状態 (計算 2.1) : $2L + 1$ 。
3. 軌道は $|l| \leq 50$ で **101** 状態 (計算 2.1) : L で決まる。
4. 状態数は必ず奇数 (観察 2.4) : $l = 0$ を含むから。

5. スピンはちょうど **1.000000** ビット（観察 3.2）： L に依らない。
6. 軌道は $|l| \leq 50$ で **6.6582** ビット（計算 3.1）：**6** 倍以上。
7. $L = 500$ で **9.9672** ビット（計算 3.1）：**1001** 状態。
8. L を **10** 倍で **3.3090** ビット増（計算 3.4）：対数だから。
9. スピンは L を上げてても増えない（観察 3.2）：上限がある側。
10. 分離子は有限次元か無限次元か（観察 4.3）：論文**300** の基準で別根。

結び：「光の角運動量」というと偏光を指すことが多く、左回りか右回りしかないので二値だと思われている——だが角運動量は二つあり、もう一つは波面がらせんを描く自由度である。そして片方だけ上限がない——スピンの状態数はどの範囲でもちょうど **2** で、範囲を広げるという操作がそもそも意味を持たない。軌道の状態数は $2L + 1$ で伸び、 $|l| \leq 5$ で **11**、 $|l| \leq 50$ で **101** になる。 $+1$ は $l = 0$ 、らせんの無い平らな波面の分なので、状態数は必ず奇数である。情報量で見ると差がはっきりする——スピンはちょうど **1.000000** ビットで、 L をどれだけ上げてても変わらない。軌道は $|l| \leq 50$ で **6.6582** ビット、スピンの **6** 倍以上を一光子で運ぶ。ただし L を **50** から **500** へ **10** 倍にしても増分は **3.3090** ビットしかない—— $\log_2 10 = 3.3219$ だからで、状態数を桁で増やしても情報量は桁では増えない。だから「上限が無い」は「いくらでも得をする」ではない。上限は無いが伸びは対数であり、両方を言わないとどちらも誤解になる。分けているものは一つ——状態空間の次元が有限か、無限か。スピンの空間が二次元なのは、光子がスピン **1** の粒子で質量がゼロなので縦成分が無いからであり、**2** という数はそこで決まっている。軌道の空間が無限次元なのは、 l が方位角まわりの位相の巻き数で、巻き数に上限が無いからである。論文**300** の基準で別根であり、一方は場の内部自由度、一方は空間の形である。だから「光の角運動量は二値だ」は半分だけ正しい——スピンについては正しく、軌道については範囲を言わなければ状態数すら決まらない。そして無限次元のほうは実際には装置の開口が大きな l を通さないので有限で切れる。 L は物理ではなく装置が決めるという点で、論文**417** で必要量が上限を決めたのと同じ形である。正直に言えば——**6.6582** ビットは状態数から出した上限であり、実際に運べる量ではない。大気の乱れ、モード間の漏れ、検出の誤りが引く。本稿は通信の性能を主張していない。最後に一つ——スピンと軌道への分離は近軸近似の外では扱いが難しくなり、ゲージ不変な分離が可能かという議論がある。本稿は近軸の範囲で標準的な扱いを使っており、その外へは踏み出していない。

参考文献

-
1. Allen, L., Beijersbergen, M. W., Spreeuw, R. J. C., & Woerdman, J. P. (1992). Orbital Angular Momentum of Light and the Transformation of Laguerre-Gaussian Laser Modes. *Physical Review A*.
 2. Beth, R. A. (1936). Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. *Physical Review*.
 3. Poynting, J. H. (1909). The Wave Motion of a Revolving Shaft, and a Suggestion as to the Angular Momentum in a Beam of Circularly Polarised Light. *Proceedings of the Royal Society A*.

4. Yao, A. M., & Padgett, M. J. (2011). Orbital Angular Momentum: Origins, Behavior and Applications. *Advances in Optics and Photonics*.
5. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
6. 山岸勇輝 (2026). 『何も保たない変換にも、保たれる量がある』 [論文411]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699656
7. 山岸勇輝 (2026). 『積が同じでも、結果が同じにならない』 [論文416]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699831
8. 山岸勇輝 (2026). 『食物連鎖の段数に上限があるのは、生き物の都合ではない』 [論文417]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699882

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)