

パッチ定数を文字のまま置けば、分解の曖昧さは消える

— 第3版：ホーキング放射公式の山岸パッチ表示において、 15360π は物理、 a^3 は規約、そして a の
冪は質量次元である — [論文43]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月 (第3版)

— From thinking to syncing. —

要旨

本稿はホーキング放射の公式 $P = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2}$ に $G = 4\pi$, $\hbar = \frac{1}{4\pi}$ を代入した表示を記録し、第2版でラベルの同定を三点撤回した。その撤回はいずれも妥当であり、第3版でも復活させない。だが第2版は、撤回のあとと同じ問いを問い続けていた。 $16384\pi^4$ はどう分解されるのか、と。第3版はその問いが立てるべきでなかったことを示す。第一に、曖昧さは作られたものである。パッチ定数を数に固定せず $G = a$, $\hbar = 1/a$ と文字のまま置くと、記号計算により

$$T_H = \frac{c^3}{8\pi a^2 M}, \quad A = \frac{16\pi a^2 M^2}{c^4}, \quad \sigma = \frac{\pi^2 a^3}{60c^2}, \quad P = \frac{c^6}{15360\pi a^3 M^2}$$

を得る（段階的導出と直接代入が一致することを本稿で確認）。 15360π は完全に物理の側の数であり（ σAT_H^4 の 60×256 ）、 a^3 は完全に規約の側の数である。 $983040\pi^4$ という数は、この二つを掛け合わせて初めて生まれる。第2版が並べた四通りの分解（ $64(16\pi^2)^2$ 、 $64(4\pi)^4$ 、 $4(8\pi)^4$ 、 $1024(2\pi)^4$ ）はすべて同じ数であり（本稿で確認）、どれを選ぶかを式が決められないのは当然である。事実と規約を先に掛けてしまったからである。文字のまま置けば、分解すべき数がそもそも現れない。第二に、第2版が残した三つの $(4\pi)^3$ のうち、純粋なのは一つだけである。 T_H の分母 $128\pi^3$ は $2(4\pi)^3$ と書けるが、正しい内訳は $8\pi \times (4\pi)^2$ ： 8π はホーキングの公式が持つ数（表面重力に由来する事実）、 $(4\pi)^2$ は単位を選択（規約）である。 $2(4\pi)^3$ という書き方は事実と規約の境界をまたいで括り直している。地平線面積も同様で、 $4(4\pi)^3$ の正しい内訳は（球面の 4π ：事実） $\times 4 \times (a^2$ ：規約）である。一方 σ の $(4\pi)^3$ は $\hbar^{-3}$ のみから来ており、物理側の係数 $\pi^2/60$ が一切混ざっていない。第2版がこれを「明確な出どころを持つ」と判定したのは正しく、三つのうちこれだけが正しい。この区別は論文35 第3版が確立した規律（ポアソン方程式の 4π は事実、 G パッチの 4π は規約）の、この場での適用である。第三に、 a の冪には理由がある。 T_H が a^{-2} 、 A が a^2 、 σ が a^3 、 P が a^{-3} を担い、 $P = \sigma AT_H^4$ の指数勘定 $3 + 2 - 8 = -3$ が閉じる（本稿で確認）。そしてこれらの冪は、論文116 の定理 $\epsilon = \mu$ の帰結である。 a の冪は質量次元であって、幾何学的容量ではない。射程：確立された標準的事実の構造的解釈と自己点検（第2層）。ホーキング放射の予言を一切変更しない。 15360π を説明せず、情報パラドックスに触れず、グレイボディ因子を扱わない。

本稿の位置づけ（規律）：本稿が用いる物理はすべて標準的である。ホーキング（1974, 1975）、シュテファン＝ボルツマン則、 $\zeta(4) = \pi^4/90$ 、位相空間の状態数密度。新しい定理も予言も無い。第3版の寄与は曖昧さの出どころの同定である。(i) パッチ定数を文字のまま置いて 15360π （物理）と a^3 （規約）を分離し、(ii) 第2版が悩んだ分解の非一意性が両者を掛けたことによって生じたことを示し、(iii) 残された三つの $(4\pi)^3$ のうち純粹なのは σ の一つだけであることを判定し、(iv) a の冪が質量次元であることを論文116に帰す。最重要の禁欲： $G = 4\pi$, $\hbar = 1/(4\pi)$ は単位系の選択であり、自然についての新事実ではない（論文95）。 15360π を説明したと述べない。標準的導出から完全に出る既知の量である。 c の指数を空間次元と読まない（論文44・第2版で撤回済）。 4π の冪を幾何学的容量と読まない（それは質量次元である・論文116）。情報パラドックスに触れない。グレイボディ因子を扱わない（Page 1976）。第3層のレンズ（OS のメモリ上限という描像等）は非科学の札つきで隔離する。

1. 序：第2版は撤回したあとも、同じ問いを問い続けていた

第2版は三つのラベルを撤回した。(a) $256\pi^4$ を「ダブル・トーラス繭の自乗」と読むこと（ $(16\pi^2)^2 = (4\pi)^4$ で区別できない）、(b) 裸の 64 を「3次元トーラス体積の数値部分」と読むこと（ $(4\pi)^3$ から π^3 を剥がす操作）、(c) c^6 を「6次元位相空間」と読むこと（次元解析から従う）。

三つとも妥当であり、第3版でも復活させない。

だが第2版は、撤回のあとも一つの問いを問い続けていた。 $16384\pi^4$ はどう分解されるのか。第2版はその非一意性を列挙し（ $64(16\pi^2)^2$ 、 $4(8\pi)^4$ 、 $1024(2\pi)^4$ のいずれも成立する）、「どのモジュールで割るかは読み手を選んでいる」と結論した。

正しい。だが一步手前である。なぜ読み手が選ばねばならない状況になったのか。その理由を第2版は問うていない。

第3版はそれを問う。答えは「その数を作ってしまったから」である。

2. パッチ定数を文字のまま置く

第2版は最初から $G = 4\pi$, $\hbar = \frac{1}{4\pi}$ という数を代入していた。代わりに文字を置く。論文116が示したとおり、 $\hbar G = 1$ を保つ族は $G = a$, $\hbar = 1/a$ ($a > 0$ は任意) であり、 $a = 4\pi$ である必要はない。

定理 2.1 (パッチ定数を保った表示)

$G = a$ 、 $\hbar = 1/a$ 、 $k_B = 1$ の下で

$$T_H = \frac{c^3}{8\pi a^2 M}, \quad r_s = \frac{2aM}{c^2}, \quad A = \frac{16\pi a^2 M^2}{c^4}, \quad \sigma = \frac{\pi^2 a^3}{60c^2},$$
$$P = \sigma A T_H^4 = \frac{c^6}{15360\pi a^3 M^2}.$$

記号計算による確認：段階的導出 (σ 、 A 、 T_H を個別に求めてから掛ける) と、標準公式 $P = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2}$ への直接代入が厳密に一致することを確認した。 $a = 4\pi$ と置けば $P = \frac{c^6}{983040\pi^4 M^2}$ となり、第2版の値を再現する。

観察 2.1 (この一行が、すべてを分ける)

$$P = \frac{c^6}{15360\pi \cdot a^3 \cdot M^2}$$

分母は二つの部分からなる。 15360π が物理の側、 a^3 が規約の側である。

15360π は完全に物理の側の数である。 $\sigma A T_H^4$ を計算したときの 60×256 であり、 60 は $\zeta(4) = \pi^4/90$ 由来、 256 は $8^4/16$ の整理から出る。パッチとは何の関係もない。

a^3 は完全に規約の側の数である。 G と $\hbar$ に何を代入するかという単位を選択のみから来る。物理とは何の関係もない。

そして $983040\pi^4$ という数は、この二つを掛け合わせて初めて生まれる。

$$15360\pi \times (4\pi)^3 = 15360\pi \times 64\pi^3 = 983040\pi^4.$$

3. 曖昧さは、掛けた瞬間に生まれた

観察 3.1（第2版の非一意性は、作られたものである）

第2版は $16384\pi^4$ の分解が一意でないことを正しく指摘した。本稿で確認する：

分解	値	$16384\pi^4$ に等しいか
$64(16\pi^2)^2$	$16384\pi^4$	はい
$64(4\pi)^4$	$16384\pi^4$	はい
$4(8\pi)^4$	$16384\pi^4$	はい
$1024(2\pi)^4$	$16384\pi^4$	はい

四つとも同じ数である。式がどれかを選べないのは当然である。

だが問うべきは「なぜ選べないか」ではなく「なぜ選ばねばならない状況になったか」である。答えは一つ。事実 (15360π) と規約 (a^3) を先に掛けてしまったからである。掛けた後の数には、どちらから来た π かという情報が残っていない。

文字のまま置けば、分解すべき数がそもそも現れない。

$P = \frac{c^6}{15360\pi a^3 M^2}$ に分解の余地は無い。 15360π は分けられず、 a^3 も分けられない。

観察 3.2（第2版の撤回は、この帰結だった）

第2版は $(16\pi^2)^2$ と $(4\pi)^4$ が区別できないことを理由に同定を撤回した。その判断は正しい。第3版はその理由をもう一段さかのぼる。区別できないのは、区別できない形に加工したからである。

同じことは第2版が禁じた「モジュールのぶつ切り」にも言える。 $(4\pi)^3$ から π^3 を剥がして 64 を取り出してしまうのは、 π^4 が既に別の因子に吸収されており、 64 に添えるべき π^3 が残っていないからである。文字のまま置けば a^3 は最後まで一つの塊であり、剥がす操作が定義できない。

4. 残った三つの $(4\pi)^3$ のうち、純粹なのは一つだけ

第2版は撤回のあと、「 π を保った形で $(4\pi)^3$ が現れる箇所は残る」として三つを挙げた。ホーキング温度、地平線面積、シュテファン=ボルツマン定数。第3版はこの三つを検査する。

ホーキング温度： 8π は事実、 a^2 は規約

第2版は $T_H = \frac{c^3}{2(4\pi)^3 M}$ と書いた。数としては正しい。だが内訳を見る：

書き方	値	意味
$8\pi \times (4\pi)^2$	$128\pi^3$	(事実) $\times$ (規約)
$2 \times (4\pi)^3$	$128\pi^3$	境界をまたいで括り直したもの

同じ数だが、意味が違う。 $T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G M k_B}$ の 8π はホーキングの公式が持つ数であり、表面重力 $\kappa = c^4/(4GM)$ と $T = \hbar\kappa/(2\pi ck_B)$ から出る事実である。一方 $a^2 = \hbar/G$ の側は単位の選択である。

$2(4\pi)^3$ という書き方は、事実の 8π から π を一つ借りて規約の側に渡している。

これは論文35 第3版が確立した規律の、この場での違反である。ポアソン方程式の 4π は事実、 G パッチの 4π は規約であり、二つの 4π を一つに括ってはならない。

地平線面積：球面の 4π は事実

同じことが起こる。 $A = 4\pi r_s^2$ の 4π は球面の全立体角であり事実である。 $r_s = 2aM/c^2$ の a は規約である。よって

$$A = 4\pi \times 4 \times a^2 \cdot \frac{M^2}{c^4} = \frac{16\pi a^2 M^2}{c^4},$$

ここで 4π は球面の全立体角＝事実、 a^2 は規約である。 $a = 4\pi$ で $\frac{256\pi^3 M^2}{c^4}$ (本稿で確認)。第2版の $4(4\pi)^3$ は、ここでも境界をまたいでいる。

シュテファン=ボルツマン定数：これだけが純粋である

観察 4.1 (三つのうち、 σ の $(4\pi)^3$ だけが混ざっていない)

$\sigma = \frac{\pi^2 k_B^4}{60 \hbar^3 c^2}$ にパッチを入れると $\sigma = \frac{\pi^2 a^3}{60 c^2}$ である。 a^3 は $\hbar^{-3}$ のみから来ており、物理側の係数 $\pi^2/60$ は一切混ざっていない。

したがって第2版が σ の $(4\pi)^3$ を「明確な出どころを持つ」と判定したのは正しい。 $\hbar$ が3乗で現れるのは位相空間の状態数密度 $1/(2\pi\hbar)^3$ に由来し、その3乗は空間の3次元性そのものである。

三つ挙げたうち、二つは事実と規約の混合であり、一つだけが純粋であった。

ただし純粋であることと、発見であることは別である。 $\hbar = 1/a$ と置いた以上、 $\hbar^{-3}$ に a^3 が現れるのは代入の帰結である。

5. a の冪には理由がある：それは質量次元である

四つの量が担う a の冪を並べる。

量	a の冪	出どころ
T_H	a^{-2}	$\hbar/G = 1/a^2$
A	a^2	$r_s^2 \propto G^2 = a^2$
σ	a^3	$\hbar^{-3} = a^3$
$P = \sigma A T_H^4$	a^{-3}	$3 + 2 - 4 \times 2 = -3$

指数勘定が閉じる： $3 + 2 - 8 = -3$ (本稿で確認)。

観察 5.1 (4π の冪は幾何学的容量ではない)

論文116 は、一径数パッチ $G = a$, $\hbar = 1/a$ の下で $X = \hbar^p G^q c^N = a^{-\mu} c^N$ 、すなわち a の冪は質量次元 μ で決まることを示した。本稿の四つはその実例である。

したがって「 $(4\pi)^3$ が現れる」という観察の内容は、幾何学ではなく次元勘定である。 3 という数はトーラスの次元でも空間の次元でもなく、その量の質量次元である。

これは第2版の撤回(b) (裸の 64 を3次元トーラス体積と呼べない) を、別の方向から支持する。呼べない理由は「 π を剥がしたから」だけではなく、そもそも指数が数える対象が幾何学的容量ではないからである。

6. 射程の書き直し

項目	何であるか
$P = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2}$	確立された事実 (ホーキング 1974・本稿は変更しない)
$15360 = 60 \times 256$	標準的導出の帰結 (未解明の謎ではない)
$P = \frac{c^6}{15360\pi a^3 M^2}$	事実 $\times$ 規約 (分離した形)
$983040\pi^4$	両者を掛けた数 (分解が非一意になる原因)
σ の a^3	純粋な規約 ($\hbar^{-3}$ のみ)
$T_H \cdot A$ の $(4\pi)^3$	事実と規約の混合 ($8\pi \cdot 4\pi$ は公式が持つ数)
a の冪	質量次元 (論文116 の $\epsilon = \mu$)
c^6 が6次元位相空間であること	示していない (第2版で撤回済・復活しない)
15360π の説明	示していない (既知の量である)
情報パラドックスの解決	示していない

十行のうち、本稿に固有の主張は一つも無い。確立された公式が一つ、標準的導出の帰結が一つ、分離の形が一つ、他は規約か、他論文の定理の帰結か、「示していない」である。

7. 結び

第2版は三つのラベルを撤回した。正しかった。そして「どのモジュールで割るかは読み手が選んでいる」と書いて止まった。ここも正しかった。

だが、読み手が選ばねばならなくなった原因は、式の側にあった。事実と規約を先に掛けてしまえば、 π にはもう出身地が書かれていない。

パッチ定数を文字のまま置けば、分解すべき数は現れない。
そして残った a の冪は、幾何学的容量ではなく、質量次元だった。

示さないこと（禁欲）： $G = 4\pi$, $\hbar = 1/(4\pi)$ を自然についての事実としない（単位系の選択・論文95・116）／ 15360π を説明したと述べない（標準的導出から完全に出る）／ c の指数を空間次元と読まない（論文44・第2版で撤回済）／ 4π の冪を幾何学的容量と読まない（質量次元である・論文116）／事実側の π と規約側の π を一つに括らない（論文35 第3版）／ $T_H \cdot A \cdot \sigma$ の $(4\pi)^3$ を「同一の幾何量」として統一しない（三つのうち純粋なのは一つ）／情報パラドックスに触れない／グレイボディ因子を扱わない（Page 1976・理想黒体近似のみ）／第3層のレンズ（OS のメモリ上限という描像等）を本文に持ち込まない（非科学の札つきで隔離）／新しい数学も予言もない（第2層）。

改訂記録

第3版（2026年8月）：代数は変更していない。 T_H 、 A 、 σ 、 P の値はいずれも第2版から変わらない（ $a = 4\pi$ で $P = \frac{c^6}{983040\pi^4 M^2}$ ）。第2版が撤回した三点（ $(16\pi^2)^2 = \text{ダブル・トーラスの自乗、裸の } 64 = 3\text{次元トーラス体積、} c^6 = 6\text{次元位相空間}$ ）も、本版で復活させない。加えたのは曖昧さの出どころの同定である。(i) パッチ定数を数に固定せず $G = a$, $\hbar = 1/a$ と文字のまま置き、 $P = \frac{c^6}{15360\pi a^3 M^2}$ を得た（段階的導出と直接代入の一致を記号計算で確認）。 15360π は完全に物理の側、 a^3 は完全に規約の側である。(ii) 第2版が悩んだ $16384\pi^4$ の分解の非一意性（ $64(16\pi^2)^2$ 、 $64(4\pi)^4$ 、 $4(8\pi)^4$ 、 $1024(2\pi)^4$ がすべて同じ数であることを本稿で確認）が、事実と規約を掛け合わせたことによって生じたことを示した。文字のまま置けば、分解すべき数がそもそも現れない。(iii) 第2版が残した三つの $(4\pi)^3$ を検査し、純粋なのは σ の一つだけであると判定した。 T_H の $128\pi^3$ の正しい内訳は $8\pi \times (4\pi)^2$ （事実×規約）であり、 $2(4\pi)^3$ という書き方は境界をまたいで括り直している（論文35 第3版の規律）。地平線面積も同様である。 σ について第2版が「明確な出どころを持つ」と判定したのは正しい。(iv) a の冪（ T_H が -2 、 A が $+2$ 、 σ が $+3$ 、 P が -3 、指数勘定 $3+2-8 = -3$ が閉じる）が論文116 の定理 $\epsilon = \mu$ の帰結であり、質量次元であって幾何学的容量ではないことを示した。(v) 参考文献を現行の題名に更新し、第3層の描像（OS のメモリ上限）を本文から外した。

本文の区切りに使っていた横棒を、句読点に改めた（2026年10月）。主張・数・参考文献は変えていない。

参考文献

1. Hawking, S. W. (1974). *Black Hole Explosions?*. Nature 248, 30–31.

2. Hawking, S. W. (1975). *Particle Creation by Black Holes*. Communications in Mathematical Physics 43, 199–220.

3. Page, D. N. (1976). *Particle Emission Rates from a Black Hole*. Physical Review D 13, 198–206. (グレイ ボディ 因子)

4. Bekenstein, J. D. (1973). *Black Holes and Entropy*. Physical Review D 7, 2333–2346.

5. Yamagishi, Y. (2026). *Two 4π in $4\pi G$* [論文35]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430118 (ポアソンの 4π は事実、 G パッチの 4π は規約)

6. Yamagishi, Y. (2026). *What Does the Exponent of c Count?* [論文116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794 ($\epsilon = \mu$ 、パッチ定数は任意の $a > 0$)

7. Yamagishi, Y. (2026). *Convention and Fact* [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621

8. Yamagishi, Y. (2026). *The $c^N / (4\pi)^\epsilon$ Form* [論文44]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602231

9. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Planck Quantities Are Four Instances of One Rule* [論文40]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21435739

10. Yamagishi, Y. (2026). *The G and the c^5 of the Quadrupole Formula Cannot Be Separated* [論文42]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21601988

11. Yamagishi, Y. (2026). *The Two Entropies* [論文88]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21747809 / *The $1/4$ of Black Holes* [論文73]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21666086

12. Yamagishi, Y. (2026). *An Address, Not Just Distinctness* [論文17]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600813

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)