

4π の冪は、質量次元である

— 「0か1か」は一覧の性質であり、 $a=4\pi$ を固定するのは電磁単位の規約である — [論文44] 第3版

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月 (第3版)

— *From thinking to syncing.* —

要旨

本稿は、山岸パッチ $G = 4\pi$, $\hbar = \frac{1}{4\pi}$ の下で全プランク量が c^N または $\frac{c^N}{4\pi}$ に還元されることを示し、その分岐を「幾何量／物質量」の二分法と呼んだ。この二分法は成立する。第3版はそれを変更しない。第3版が加えるのは、その二分法の理由と、二分法が主張できる範囲の訂正である。第一に、 ϵ の正体は質量次元である。論文116は一径数パッチ $G = a$, $\hbar = 1/a$ の下で $X = \hbar^p G^q c^N = a^{-\mu} c^N$ 、すなわち $\epsilon = \mu$ (μ は質量次元) を証明した。本稿の九量すべてでこれを確認した——長さ・時間は $\mu = 0$ ゆえ $\epsilon = 0$ 、質量・エネルギー・温度・力・パワー・密度・圧力は $\mu = 1$ ゆえ $\epsilon = 1$ 。「幾何量／物質量」という語は、 $\mu = 0/\mu = 1$ の別名であった。第2版の定理3.1 ($\epsilon = 0 \iff G$ 依存が $\hbar G$ のみを通る) は正しいが、 $\epsilon = \mu$ のほうが強く、かつ第2版の二分法を導出する (論文116)。第二に、そして本稿の最重要の訂正——「 4π の冪は0か1に限られ、2乗以上は決して現れない」は、パッチの性質ではなく一覧の性質である。反例は本稿自身の証明の中にある——定理2.1 の証明が用いる $\hbar/G = \frac{1}{16\pi^2}$ は、一径数化すると a^{-2} 、すなわち $\epsilon = 2$ である (本稿で記号計算により確認)。 $\hbar/G$ の質量次元は2だからである。したがって正しい言明は「質量次元2以上の量が本稿の一覧に無い」であり、「 4π が2乗にならない」ではない。第2版が理由として挙げた「 $\hbar G^2 = (\hbar G)G$ という相殺の連鎖」はその一覧に限った説明である。第三に、 $a = 4\pi$ を固定しているのは項目(x) (プランク電荷) だけであり、その 4π は電磁単位の規約である。SI (有理化単位系) では $q_P = \sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c} = 2\sqrt{\pi}c/\sqrt{a}$ となり、 c の純粋な冪になるのは $a = 4\pi$ のときである。だがガウス単位系では定義に 4π が入らず $q_P = \sqrt{\hbar c} = \sqrt{c}/\sqrt{a}$ 、純粋な冪になるのは $a = 1$ のときである (本稿で確認)。どの値が「強制されている」ように見えるかが電磁単位の書き方に依存する以上、それは事実ではなく規約である (論文95・116)。加えて項目(x)は $\epsilon_0 = c$ (論文13・14) に依拠しているが、論文14第3版はモード切替の両端を撤回している。よって項目(x)は本版で保留とし、二分法の根拠から外す。第四に、 $\frac{8\pi G}{c^4} = \frac{32\pi^2}{c^4}$ は事実と規約の積である。 8π はアインシュタイン方程式が持つ数 (ポアソンの 4π の倍・事実)、 4π はパッチ (規約) であり、一般には $\frac{8\pi a}{c^4}$ である。よって $32\pi^2$ を論文32・48の $32\pi^2$ と「同一の幾何量」と述べることはできない (論文35 第3版・論文43 第3版)。第五に、階層の生成は正しい—— $P_{P1} = E_P/l_P^3$ 、 $F_P = E_P/l_P$ 、 $P_{\text{power}} = E_P/t_P$ をいずれも記号計算で確認した。ただしこれは次元解析であって、階層の証拠ではない。射程：確立された初等的事実の構造的解釈と自己点検 (第2層)。新しい定理も予言もない。 c の指数を空間次元と読まず (第2版の自己限定を保つ)、 4π を強制された値とせず、宇宙OSの階層解釈は非科学の札つきで隔離する。

本稿の位置づけ（規律）：本稿が用いる数学はすべて既知かつ初等である——プランク単位の定義、次元解析、記号計算。体系内部からは論文116の定理 $\epsilon = \mu$ と 4π の非一意性、論文35第3版の事実／規約の分離、論文95の規約と事実を用いる。新しい定理は一つも証明しない。第3版の寄与は理由づけと範囲の訂正である——(i) ϵ を質量次元として同定し、(ii) 「 $\epsilon \in \{0, 1\}$ 」が一覧の性質であってパッチの性質ではないことを本稿自身の証明の中の反例で示し、(iii) $a = 4\pi$ を固定するのが電磁単位の規約であることを示し、(iv) $32\pi^2$ が事実×規約であることを指摘し、(v) 射程を書き直す。最重要の禁欲： c の指数を空間次元と読まない（第2版が既に自己限定しており、本版もそれを保つ）。 4π を強制された値としない（電磁単位の書き方に依存する・論文95・116）。事実側の π と規約側の π を一つに括らない（論文35第3版）。 $\epsilon_0 = c$ を用いた結果を確定として扱わない（論文14第3版が両端を撤回済）。宇宙OSの階層解釈（ c^5 =5次元バルク、 c^6 =6次元位相空間、 c^7 =7次元応力容量）は第3層であり、いずれも論文34・42・43で撤回されている。本版では本文に置かない。

1. 序：本稿は二分法を持ち、その理由を持っていなかった

第2版は、山岸パッチの下で全プランク量が二形式に閉じることを示した。

類別	該当量	形式
幾何量	長さ、時間	c^N (4π なし)
物質量	質量、エネルギー、温度、力、パワー、密度、圧力	$\frac{c^N}{4\pi}$

この二分法は成立する。第3版はそれを変更しない。

だが第2版は、この分岐の理由を「 G 依存が $\hbar G$ を通るか否か」という手続きで述べていた。正しいが、名前ではない。そして「 4π の冪が2以上にならない」を定理として述べていた。

第3版は、その名前を与え、その定理の範囲を訂正する。

2. ϵ の正体は質量次元である

確立された事実 2.1 (論文116 の定理 : $\epsilon = \mu$)

一径数パッチ $G = a, \hbar = 1/a$ ($a > 0$ は任意) の下で

$$X = \hbar^p G^q c^N = a^{q-p} c^N = a^{-\mu} c^N.$$

すなわち X に付くパッチ定数の冪は、 X の質量次元 μ で決まる。論文44 の記法では $\epsilon_X = \mu_X$ 。

本稿の九量に当てる（記号計算による確認）。

量	一径数形	ϵ	μ	一致
プランク長 l_P	$c^{-3/2}$	0	0	○
プランク時間 t_P	$c^{-5/2}$	0	0	○
プランク質量 m_P	$\sqrt{c}/a$	1	1	○
プランクエネルギー E_P	$c^{5/2}/a$	1	1	○
プランク温度 T_P	$c^{5/2}/a$	1	1	○
プランク力 F_P	c^4/a	1	1	○
プランクパワー	c^5/a	1	1	○
プランク密度 ρ_P	c^5/a	1	1	○
プランク圧力 P_{Pl}	c^7/a	1	1	○

九つとも一致する。

観察 2.1 (「幾何量／物質量」は質量次元の別名だった)

4π が付くかどうかを決めているのは、その量が幾何的か物質的かという語感ではなく、質量次元という数である。長さとは時間は $\mu = 0$ だから付かない。質量から圧力までは $\mu = 1$ だから一つ付く。第2版の定理3.1 は正しい。 G 依存が $\hbar G$ のみを通ることと、 $\mu = 0$ であることは同値だからである。だが $\epsilon = \mu$ のほうが強い——手続きではなく量そのものの属性で言い切っており、しかも第2版の二分法を導出する。本稿は二分法を持っていて、その名前を持っていなかった。名前は後から書かれた論文116にある。

3. 「0か1か」は、一覧の性質である

第2版は定理2.1 でこう述べた——「 4π の中は0乗か1乗のいずれかに限られ、2乗以上は決して現れない」。

反例は、本稿自身の証明の中にある。

定理 3.1 ($\epsilon \geq 2$ の量は存在する)

定理2.1 の証明が用いる基本組合せを一径数化すると、記号計算により

$$\hbar G = 1 \ (\epsilon = 0), \quad \hbar G^2 = a \ (\epsilon = -1), \quad \boxed{\frac{\hbar}{G} = a^{-2} \ (\epsilon = 2)}$$

を得る。 $a = 4\pi$ で $\hbar/G = \frac{1}{16\pi^2}$ である。 $\hbar/G$ の質量次元は 2 であり、 $\epsilon = \mu$ がそのまま $\epsilon = 2$ を与える。

観察 3.1 (訂正：定理2.1 の言明を狭める)

4π の冪が2に達しないのは、パッチの性質ではない。質量次元 2 の量を作れば $(4\pi)^2$ は現れる——そして第2版の証明は、まさにその量を途中で使っていた。正しい言明はこうである：本稿が挙げた一覧に、質量次元 2 以上の量が無い。第2版が理由として挙げた「 $\hbar G^2 = (\hbar G)G$ という相殺の連鎖」は、その一覧の各項目について正しいが、一般の量について「2乗にならない」ことを保証しない。これは撤回ではなく、範囲の明示である。一覧の九量については第2版の結論がそのまま成り立つ。変わったのは「決して現れない」という全称の言い方である（論文17の作法——別根と言うだけでなく、住所を書いて初めて検査可能になる）。

4. $a = 4\pi$ を固定しているのは、電磁単位の規約である

論文116 はパッチ定数が任意の $a > 0$ でよいことを示した。では本稿の中で $a = 4\pi$ を選ばせているものは何か。

項目(x)、プランク電荷だけである。

定理 4.1 (どの a が「強制」に見えるかは電磁単位に依存する)

$\epsilon_0 = c$ 、 $\hbar = 1/a$ の下で (本稿で記号計算により確認)

$$\text{SI (有理化)} : q_P = \sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{2\sqrt{\pi}c}{\sqrt{a}} \implies c \text{ の純粋な冪} \iff a = 4\pi,$$

$$\text{ガウス} : q_P = \sqrt{\hbar c} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}} \implies c \text{ の純粋な冪} \iff a = 1.$$

観察 4.1 (ゆえにこれは規約である)

SI の q_P の定義に入っている 4π は、有理化という単位の書き方のために手で置かれたものである。ガウス単位系ではその 4π が定義に無く、同じ「純粋な冪であれ」という要求が $a = 1$ を選ぶ。どの値が強制されているように見えるかが、電磁単位の書き方に依存する。

ならばそれは事実ではなく、規約である (論文95)。さらに項目(x)には二つ目の問題がある。それは $\epsilon_0 = c$ (論文13・14 の電磁パッチ) に依拠しているが、論文14 第3版は「切替そのものは残るが、その両端は残らない」と結論しており、 $\epsilon_0 = c$ はその両端の一つである。よって第3版は項目(x)を保留し、二分法の根拠から外す。第2節の表が九量で閉じているのはそのためである。九量については $\epsilon = \mu$ が確認済みであり、電荷を外しても二分法は成り立つ。

5. $32\pi^2$ は、事実と規約の積である

第2版は、アインシュタイン方程式の結合定数について $\frac{8\pi G}{c^4} = \frac{32\pi^2}{c^4}$ と書き、これが論文32・48 の $32\pi^2$ と「同一の幾何量」と述べて。

観察 5.1 (この同定は成り立たない)

一般には $\frac{8\pi G}{c^4} = \frac{8\pi a}{c^4}$ である。内訳を書く：

8π	事実 (アインシュタイン方程式が持つ数・ポアソンの 4π の倍)
a	規約 (パッチ定数・任意の正数でよい)

$a = 4\pi$ と置いたときに限り $8\pi \times 4\pi = 32\pi^2 = 2(4\pi)^2$ となる (本稿で確認)。だがこれは事実と規約を掛けた数である。掛けた後の数には、どちらから来た π かという情報が残っていない。論文43 第3版が示したのと同じ形であり、論文35 第3版が確立した規律——ポアソンの 4π は事実、 G パッチの 4π は規約であり、二つを一つに括ってはならない——に反する。よって「論文32・48 の $32\pi^2$ と同一の幾何量である」という主張は撤回する。代入して同じ数になったこと以外の根拠を、本稿は持っていない。

6. 階層の生成は正しい — ただしそれは次元解析である

定理 6.1 (二つの種からの生成)

記号計算により、以下がいずれも厳密に成り立つ (本稿で確認)：

$$F_P = \frac{E_P}{l_P} = \frac{c^4}{a}, \quad P_{\text{power}} = \frac{E_P}{t_P} = \frac{c^5}{a}, \quad P_{\text{Pl}} = \frac{E_P}{l_P^3} = \frac{c^7}{a}.$$

観察 6.1 (生成できることは、階層の証拠ではない)

第2版はこの生成を「本表が単なる数値の並置ではなく構造を持つことの証拠」と述べた。代数は正しい。だが証拠の強さは限定される。 E_P 、 l_P 、 t_P はいずれも $\hbar$ 、 G 、 c から作られており、力・パワー・圧力の次元はそれらの積と商で一意に決まる。したがって生成が成功するのは次元解析が働いているからであって、階層構造が実在するからではない。第2版自身がこの区別を置いていた——「 c の指数が次元解析によって一意に固定される以上、指数の値そのものは階層解釈の証拠にはならない」。その自己限定は正しく、第3版でもそのまま保つ。

7. 射程の書き直し

項目	何であるか
九量が c^N か c^N/a に閉じること	事実（記号計算で確認・第2版から変更なし）
ϵ が 0 か 1 かの決定則	質量次元（論文116 の $\epsilon = \mu$ ）
「幾何量／物質量」という語	$\mu = 0 / \mu = 1$ の別名
4π の冪が2に達しないこと	一覧の性質（ $\hbar/G$ は $\epsilon = 2$ ）
$a = 4\pi$ という値	規約（電磁単位 of の書き方に依存・論文95・116）
項目(x)（プランク電荷）	保留（ $\epsilon_0 = c$ は論文14 第3版で両端撤回）
$32\pi^2$ が論文32・48 と同一であること	撤回（事実×規約・論文35・43）
階層の生成（ E_P/l_P^3 等）	次元解析（正しいが階層の証拠ではない）
c の指数が空間次元を意味すること	示していない（第2版の自己限定を保つ）
$c^5=5$ 次元バルク、 $c^6=6$ 次元位相空間	撤回済（論文34・42・43・本版で本文から外す）

十行のうち、本稿に固有の事実是一行である——九量が二形式に閉じること。残りは他論文の定理の帰結か、規約か、保留か、撤回か、「示していない」である。

これは縮小ではなく、住所づけである（論文17）。

8. 結び

本稿は二分法を持っていた。二分法は正しい。

変わったのは三つである。名前—— ϵ は質量次元だった。範囲——「2乗にならない」はパッチの性質ではなく、一覧に質量次元 **2** 以上の量が無いという性質だった。そして 4π の身分—— $a = 4\pi$ を選ばせていたのは電荷の項一つであり、その 4π は電磁単位を有理化した書き方が手で置いたものだった。

ガウス単位系で書けば、同じ要求が $a = 1$ を選ぶ。
選ぶ側が変われば答えが変わるものは、事実ではない。

示さないこと（禁欲）： c の指数を空間次元と読まない（第2版の自己限定を保つ）／ 4π を強制された値としない（電磁単位に依存・論文95・116）／「 4π が2乗にならない」を一般命題として述べない（ $\hbar/G$ が反例）／事実側の π と規約側の π を一つに括らない（論文35・43 第3版）／ $32\pi^2$ を論文32・48の量と同一視しない／ $\epsilon_0 = c$ に依拠した結果を確定として扱わない（論文14 第3版）／階層の生成を階層実在の証拠としない（次元解析である）／宇宙OSの階層解釈を本文に置かない（第3層・非科学の札つきで隔離／ $c^5 \cdot c^6$ の読みは論文34・42・43で撤回済）／新しい数学も予言もない（第2層）。

改訂記録

第3版（2026年8月）：二分法は変更していない。九量が c^N または $c^N/(4\pi)$ に閉じるという定理2.1の内容は、そのまま成り立つ（記号計算で再確認）。加えたのは理由づけと範囲の訂正である。(i) ϵ の正体が質量次元であることを論文116の定理 $\epsilon = \mu$ に帰し、九量すべてで確認した——「幾何量／物質質量」は $\mu = 0/\mu = 1$ の別名である。第2版の定理3.1（ G 依存が $\hbar G$ を通るか）は正しいが、 $\epsilon = \mu$ のほうが強く、かつそれを導出する。(ii) 定理2.1の言明を狭めた——「 4π の冪は2乗以上に決して現れない」はパッチの性質ではなく一覧の性質である。反例は第2版の証明自身の中にあり、 $\hbar/G = a^{-2}$ は $\epsilon = 2$ （質量次元2）である。正しい言明は「本稿の一览に質量次元2以上の量が無い」。(iii) $a = 4\pi$ を固定していたのが項目(x)（プランク電荷）だけであり、それが規約であることを示した——SI（有理化）では $q_P = 2\sqrt{\pi c}/\sqrt{a}$ で $a = 4\pi$ が、ガウス単位系では $q_P = \sqrt{c}/\sqrt{a}$ で $a = 1$ が「純粋な冪」を与える。どの値が強制に見えるかが電磁単位の書き方に依存する以上、事実ではない（論文95・116）。加えて項目(x)は $\epsilon_0 = c$ に依拠しており、論文14 第3版が切替の両端を撤回しているため、本版では保留とし二分法の根拠から外した。(iv) $\frac{8\pi G}{c^4} = \frac{32\pi^2}{c^4}$ を論文32・48の $32\pi^2$ と同一視する主張を撤回した—— 8π は事実（アインシュタイン方程式が持つ数）、 a は規約であり、一般には $8\pi a/c^4$ である。掛けた後の数に出身地は残らない（論文35・43 第3版）。(v) 階層の生成（ $F_P = E_P/l_P$ 、 $P_{\text{power}} = E_P/t_P$ 、 $P_{\text{pl}} = E_P/l_P^3$ ）を記号計算で再確認したうえで、それが次元解析であって階層実在の証拠ではないことを明示した（第2版の自己限定を保つ）。(vi) 宇宙OSの階層解釈（ c^5 =5次元バルク、 c^6 =6次元位相空間、 c^7 =7次元応力容量）を本文から外した——第3層であり、いずれの読みも論文34・42・43で撤回されている。(vii) 参考文献を現行の題名に更新した。第2版の微細構造定数の訂正（ $\alpha = e^2/c^2$ ）は保つが、これも $\epsilon_0 = c$ に依拠しているため、項目(x)と同じく保留の扱いとする。

参考文献

1. Planck, M. (1899). *Über irreversible Strahlungsvorgänge*. Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.

2. Einstein, A. (1915). *Die Feldgleichungen der Gravitation*. Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften.
3. Jackson, J. D. (1998). *Classical Electrodynamics*, 3rd ed. Wiley. (有理化単位系とガウス単位系の対照)
4. Bridgman, P. W. (1922). *Dimensional Analysis*. Yale University Press.
5. Yamagishi, Y. (2026). *What Does the Exponent of $\mathbf{c}$ Count?* [論文116]. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.22003794> (定理 $\epsilon = \mu$ 、 4π の非一意性、本稿項目(x)への自己点検)
6. Yamagishi, Y. (2026). *Convention and Fact* [論文95]. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21758621>
7. Yamagishi, Y. (2026). *Two 4π in $4\pi\mathbf{G}$* [論文35]、第3版. Zenodo. (ポアソンの 4π は事実、 $\mathbf{G}$ パッチの 4π は規約) . Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21430118>
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Switch Survives, Not Its Ends* [論文14]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21600268> / *A Convention Must Be a Number* [論文15]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21600352>
9. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Planck Quantities Are Four Instances of One Rule* [論文40]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21435739>
10. Yamagishi, Y. (2026). *The $\mathbf{G}$ and the $\mathbf{c}^5$ of the Quadrupole Formula Cannot Be Separated* [論文42]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21601988>
11. Yamagishi, Y. (2026). *Keep the Patch Constant as a Letter and the Ambiguity Dissolves* [論文43]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21602132>
12. Yamagishi, Y. (2026). *A Census of the $\mathbf{c}^5$ s* [論文34]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21430340>
13. Yamagishi, Y. (2026). *The Planck Length as a Pixel* [論文39]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21430490> / *Three Kinds of Number* [論文38]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21430234>
14. Yamagishi, Y. (2026). *An Address, Not Just Distinctness* [論文17]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21600813>

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)