

水圧は二乗で増えるのに、堤体の幅は比例でよい

— 深さ **10** 倍で水圧の合力は **100** 倍、転倒モーメントは **1000** 倍になる — ところが必要な幅は **2** 倍にしかない — $H = 50$ m で **18.6339** m、 $H = 100$ m で **37.2678** m、比 b/H は **0.3727** で一定である — [論文454]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

深いダムほど、幅は急激に太らなければならないと思われている。本稿が示すのは、力が **2** 乗、モーメントが **3** 乗で増えても、必要な幅は **1** 乗でしか増えないことである——自重の側も **3** 乗で増えるからである。新しい定理も法則も主張しない。第一に、深さ **10** 倍で水圧の合力は **100.000000000** 倍になる（第2節）。第二に、作用点は水面と底の中央ではなく、水面下 **$2H/3$** にある（第2節）。第三に、これが本稿の芯である。転倒モーメントは深さの **3** 乗で増える（**2** 倍の深さで **8.000000000** 倍）のに、必要な幅は **2.000000000** 倍にしかない（第3節）。第四に、比 b/H は **0.3727** で、深さによらず一定である（第3節）。第五に、**0.3727** は既知の目安「幅は高さの **0.7** から **0.8** 倍」の半分ほどで、矩形近似のぶんだけ小さい（第4節）。第六に、分離子は「どの指数で増えるか」ではなく「両側が同じ指数で増えるか」である（第4節）。キーワード：静水圧、重力式ダム、転倒モーメント、圧力中心。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——静水圧、圧力中心、重力式ダムの転倒に対する釣り合いはすべて既知である。ダムを設計しない——基礎、揚圧力、地震力、堤体形状の最適化は主題ではない。実際の設計はこれらを必ず含む。安全率を扱わない——釣り合いのちょうどの点だけを見る。実務では余裕を取る。断面を矩形に近似する——実際の重力式ダムは三角形に近い断面を持ち、必要幅の係数が変わる。滑動を扱わない——転倒だけを見る。基礎との摩擦による滑動は別の条件である。アーチ式を含めない——両岸へ力を逃がす形式は、この釣り合いの外にある。既刊との関係：論文453は凍結で速度の下限が立ち上がることを示した——そこでも、片側だけを見ると誤った。論文300は同根か別根かが判定できることを示した——「力の増え方」と「必要な寸法の増え方」は、その基準で別根である。論文446は下限が要求で動くことを示した——そこでも、二つの量の比が独り歩きした。加えたのは、三つの深さで合力と作用点を出したこと、数値積分で閉じた式を独立に確かめたこと、モーメントが3乗で増えることを8.000000000倍と出したこと、必要幅が1乗であることを2.000000000倍と出したこと、 $b/H = 0.3727$ が一定であることを示したこと、分離子を「両側が同じ指数か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：深さ H の鉛直壁に、幅 1 m あたりでかかる水圧の合力は

$$F = \frac{1}{2} \rho g H^2$$

であり、その作用点は水面下 $2H/3$ 、すなわち底から $H/3$ の高さにある。底のつま先まわりの転倒モーメントは

$$M = F \cdot \frac{H}{3} = \frac{\rho g H^3}{6}$$

である。堤体を密度 ρ_c 、幅 b 、高さ H の矩形と近似すると、自重による抵抗モーメントは $\rho_c g b H \cdot b/2$ となる。以下 $\rho = 1000$ 、 $\rho_c = 2400\text{ kg/m}^3$ とする。

観察 1.1

深いダムほど、幅は急激に太らなければならないと思われる。力が2乗、モーメントが3乗で増えるから——そう見える。

観察 1.2

だが抵抗する側も、深さとともに増える。堤体が高くなれば、自重も増える——比べるべきは、両側の増え方である。

問い：必要な幅は、深さの何乗で増えるのか。

2. 力は 2 乗、モーメントは 3 乗で増える

計算 2.1：三つの深さで合力と作用点を出す。

深さ [m]	合力 [N/m]	作用点（水面下） [m]
10	4.9033×10^5	6.6667
50	1.2258×10^7	33.3333
100	4.9033×10^7	66.6667

観察 2.2

深さ 10 倍で合力は **100.000000000** 倍である。2 乗で増える——圧力が深さに比例し、面積も深さに比例するからである。

計算 2.3：閉じた式を、200000 分割の数値積分で独立に確かめる。

$H = 50 \text{ m}$ で数値積分 1.225831×10^7 、閉じた式 1.225831×10^7 。相対差は 10^{-9} 未満である。

観察 2.4

作用点は中央より下にある。 $H = 50$ で水面下 **33.3333 m**、中央の 25 ではない——深いところほど圧力が高いので、重心が下へ引かれる。

観察 2.5

だから転倒モーメントは 3 乗で増える。合力が 2 乗、腕の長さが 1 乗—— $H = 50$ で $2.0431 \times 10^8 \text{ N m/m}$ 、深さ 2 倍で **8.000000000** 倍になる。

3. 必要な幅は 1 乗でしか増えない

計算 3.1：転倒に対する釣り合いから、矩形近似の必要幅を出す。

深さ [m]	必要幅 [m]	b/H
50	18.6339	0.3727
100	37.2678	0.3727

観察 3.2

深さ 2 倍で、必要幅も **2.000000000** 倍である。モーメントは 8 倍になったのに——幅は 2 倍で足りる。

観察 3.3

抵抗モーメントも 3 乗で増えているからである。自重が bH に比例し、腕が b に比例するので、 b^2H に比例する—— $b \propto H$ なら H^3 になる。両側が同じ指数で増える。

観察 3.4

だから b/H は深さによらず一定になる。**0.3727**——ダムの形が相似になる、ということである。

観察 3.5

釣り合いを逆に確かめる。 $H = 50$ での水圧モーメント 2.043052×10^8 と自重モーメント 2.043052×10^8 ——相対差 10^{-9} 未満で一致する。

観察 3.6

0.3727 という数は $\sqrt{\rho/(3\rho_c)}$ である。水と堤体の密度比だけで決まる——深さも重力加速度も消える。

4. 分離子

分離子：どの指数で増えるかではなく、両側が同じ指数で増えるか。

観察 4.1

片側だけを見れば、3 乗は恐ろしい。10 倍の深さで 1000 倍——手に負えないように見える。

観察 4.2

両側が同じ指数なら、比は動かない。必要な寸法は 1 乗で増える——相似に大きくすれば済む。

観察 4.3

これは論文300 の基準で別根である。どちらも「深さの効き方」と呼ばれる——一方は荷重の増え方、一方は荷重と抵抗の比の増え方である。

観察 4.4

論文453 と同じ形である。そこでは上限だけを見て下限を見落とした——ここでは荷重だけを見て抵抗を見落とす。どちらも、片側だけの観察が誤りを生む。

観察 4.5

0.3727 は既知の目安より小さい。実際の重力式ダムでは、底面幅は高さの 0.7 から 0.8 倍が目安である——矩形近似が自重を過大に見積もっているためで、三角形断面なら係数が変わる。

観察 4.6

正直に言えば——実際の設計は揚圧力・地震力・滑動・基礎を必ず含む。そのどれもが幅を増やす方向に働く——ここを出した 0.3727 は下限であって、設計値ではない。

観察 4.7

最後に一つ——相似則が成り立つのは、両側が同じ物理から来ているからである。水圧も自重も重力に比例する—— g が両辺で消えるのはそのためで、月面でも同じ 0.3727 になる。

5. 点呼と結び

1. 合力は **2 乗**で増える（観察 2.2）：**10 倍**で **100.000000000** 倍。
2. 数値積分が閉じた式と一致（計算 2.3）：相対差 10^{-9} 未満。
3. 作用点は水面下 **$2H/3$** （観察 2.4）：中央より下。
4. モーメントは **3 乗**（観察 2.5）：**2 倍**で **8.000000000** 倍。
5. 必要幅は $H = 50$ で **18.6339 m**（計算 3.1）：本稿の芯。
6. $H = 100$ で **37.2678 m**（計算 3.1）：**2.000000000** 倍。
7. $b/H = 0.3727$ が一定（観察 3.4）：形が相似になる。
8. $\sqrt{\rho/(3\rho_c)}$ である（観察 3.6）：密度比だけで決まる。
9. 分離子は両側が同じ指数か（観察 4.3）：論文300 の基準で別根。
10. **0.3727** は下限であって設計値でない（観察 4.6）：実務は **0.7** から **0.8**。

結び：深いダムほど幅は急激に太らなければならない、と思われている——力が **2 乗**、モーメントが **3 乗**で増えるから、そう見える。だが抵抗する側も深さとともに増える。堤体が高くなれば自重も増えるので、比べるべきは両側の増え方である。荷重の側は、たしかに急に増える——深さ **10 倍**で合力は **100.000000000** 倍。圧力が深さに比例し、面積も深さに比例するからである。**200000** 分割の数値積分でも閉じた式と相対差 10^{-9} 未満で一致した。作用点は中央より下にあり、 $H = 50$ で水面下 **33.3333 m**——深いところほど圧力が高いので、重心が下へ引かれる。だから転倒モーメントは **3 乗**で増え、 $H = 50$ で 2.0431×10^8 N m/m、深さ **2 倍**で **8.000000000** 倍になる。ところが必要な幅は **1 乗**でしか増えない—— $H = 50$ で **18.6339 m**、 $H = 100$ で **37.2678 m**、ちょうど **2.000000000** 倍である。抵抗モーメントも **3 乗**で増えているからで、自重が bH に比例し腕が b に比例するので b^2H に比例し、 $b \propto H$ なら H^3 になる。両側が同じ指数で増える。だから b/H は深さによらず **0.3727** で一定になる——ダムの形が相似になる、ということである。釣り合いを逆に確かめると、 $H = 50$ での水圧モーメント 2.043052×10^8 と自重モーメント 2.043052×10^8 が相対差 10^{-9} 未満で一致する。そしてこの **0.3727** は $\sqrt{\rho/(3\rho_c)}$ であり、水と堤体の密度比だけで決まる。深さも重力加速度も消える。分けているものは一つ——どの指数で増えるかではなく、両側が同じ指数で増えるか。片側だけを見れば **3 乗**は恐ろしく、**10 倍**の深さで **1000 倍**という数は手に負えないように見える。両側が同じ指数なら比は動かず、必要な寸法は **1 乗**で増えるので、相似に大きくすれば済む。論文300 の基準で別根であり、一方は荷重の増え方、一方は荷重と抵抗の比の増え方である。論文453 と同じ形で、そこでは上限だけを見て下限を見落とした。どちらも、片側だけの観察が誤りを生む。ただし **0.3727** は既知の目安より小さい——実際の重力式ダムでは底面幅は高さの **0.7** から **0.8 倍**が目安であり、矩形近似が自重を過大に見積もっているためで、三角形断面なら係数が変わる。正直に言えば——実際の設計は揚圧力・地震力・滑動・基礎を必ず含み、そのどれもが幅を増やす方向に働く。ここで出した **0.3727** は下限であって、設計値ではない。最後に一つ——相似則が成り立つのは、両側が同じ物理から来ているからである。水圧も自重も重力に比例するので g が両辺で消え、月面でも同じ **0.3727** になる。

参考文献

- 1. Stevin, S. (1586). *De Beghinselen des Waterwichts*. Christoffel Plantijn.
- 2. United States Bureau of Reclamation (1976). *Design of Gravity Dams*. U.S. Department of the Interior.
- 3. Jansen, R. B. (Ed.) (1988). *Advanced Dam Engineering for Design, Construction, and Rehabilitation*. Van Nostrand Reinhold.
- 4. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
- 5. 山岸勇輝 (2026). 『理論の下限は、たくさん取ろうとすると上がる』 [論文446]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22732460
- 6. 山岸勇輝 (2026). 『凍った道でゆっくり走ると、速く走るより危ないことがある』 [論文453]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22732924

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)