

精度九十九パーセントの検査でも、陽性の九割は外れることがある

— 感度・特異度ともに **0.99** の検査は、有病率 **0.5** なら的中率 **0.990000** だが、有病率 **0.001** では **0.090164** になる — 的中率が **0.5** に落ちる有病率は **0.010000000** で、閉じた式と一致する — 特異度を **0.999** にすると **0.497738** へ跳ねるが、感度を **0.999** にしても **0.090909** にしかない — [論文 470]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

検査の精度が高ければ、陽性は信じてよいと思われる。本稿が示すのは、同じ検査の的中率が有病率で **0.09** から **0.99** まで動くことである——そして直すべきは感度ではなく、特異度である。新しい定理も法則も主張しない。第一に、有病率 **0.5** では的中率が **0.990000000000** で、感度・特異度と一致する（第2節）。第二に、有病率 **0.001** では **0.090164** まで落ちる（第2節）。第三に、これが本稿の芯である。的中率が **0.5** になる有病率は **0.010000000** で、閉じた式 $(1 - sp) / ((1 - sp) + se)$ と一致する（第3節）。第四に、特異度を **0.999** にすると **0.497738** へ、**5.4750** 倍になる（第3節）。第五に、感度を **0.999** にしても **0.090909** にしかない（第3節）。第六に、分離子は「検査の性能か、検査と有病率の組か」である（第4節）。キーワード：ベイズの定理、陽性的中率、感度、特異度、有病率。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ベイズの定理、感度・特異度、陽性的中率はすべて既知である。医学的な助言をしない——どの検査を受けるべきか、結果をどう解釈するかは主題ではない。臨床の判断は専門の指示に従うこと。特定の検査を論じない——感度・特異度 **0.99** は説明のための値であり、実在の検査の性能ではない。検査の連鎖を扱わない——二段階検査、確認検査、独立性の仮定は主題ではない。費用と害を扱わない——偽陽性をもたらす追加検査や不安の重みは主題ではない。既刊との関係：論文**469** は同じ **1** 割増の効きが起点で **9** 倍違うことを示した——そこでも、操作の効果が状態で決まった。論文**300** は同根か別根かが判定できることを示した——「検査の精度」と「陽性の信頼性」は、その基準で別根である。論文**460** は暑さの限界が二つの量の組で決まることを示した——そこでも、一つの数だけでは順序が決まらなかった。加えたのは、四つの有病率で的中率を出したこと、的中率が **0.5** になる有病率を二分法と閉じた式の両方で **0.010000000** と出したこと、特異度と感度の効きを **0.497738** 対 **0.090909** と並べたこと、比を **5.4750** 倍と出したこと、分離子を「検査の性能か、検査と有病率の組か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：有病率 p 、感度 se 、特異度 sp の検査を考える。陽性と出たときに本当に病気である確率（陽性的中率）は、ベイズの定理から

$$PPV = \frac{p se}{p se + (1 - p)(1 - sp)}$$

である。以下 $se = sp = 0.99$ を基準とする。

観察 1.1

検査の精度が高ければ、陽性は信じてよいと思われている。**99** パーセント当たる検査——**99** パーセント正しいはずだ、と読める。

観察 1.2

だが式には有病率 p が入っている。検査だけでは的中率が決まらない——誰に対して使うかが、答えの半分を握っている。

問い：どれだけ動くのか。

2. 有病率で 0.09 から 0.99 まで動く

計算 2.1：四つの有病率で、陽性的中率を出す。

有病率	陽性的中率
0.5000	0.990000
0.1000	0.916667
0.0100	0.500000
0.0010	0.090164

観察 2.2

有病率 0.5 では、的中率がちょうど **0.990000000000** である。感度・特異度と一致する——この一点だけを見ると、「精度 = 的中率」に見える。

観察 2.3

有病率 0.001 では **0.090164** である。陽性のうち約 9 割が外れ——同じ検査、同じ精度で。

観察 2.4

幅は 0.09 から 0.99、11 倍である。検査を一つも変えずに——「精度 99 パーセント」という表示は、この幅を含んでいない。

観察 2.5

理由は、健康な人のほうが圧倒的に多いからである。有病率 0.001 なら、1000 人に 1 人が病気で 999 人が健康——1 パーセントの偽陽性でも、999 人のうち約 10 人が陽性になる。

3. 直すべきは感度ではなく、特異度である

計算 3.1：的中率が 0.5 になる有病率を、二分法と閉じた式の両方で求める。

0.010000000 である（閉じた式 $(1 - sp)/((1 - sp) + se)$ と相対差 10^{-9} 未満で一致）。

観察 3.2

有病率 1 パーセントが、五分五分の分かれ目である。それより低ければ、陽性は「たぶん外れ」——多くの検診が扱う病気は、この線より下にある。

計算 3.3：有病率 0.001 のまま、感度と特異度をそれぞれ **0.999** に上げる。

条件	陽性的中率
se = 0.99、sp = 0.99	0.090164
se = 0.999、sp = 0.99	0.090909
se = 0.99、sp = 0.999	0.497738

観察 3.4

感度を上げて **0.090164** から **0.090909** にしかならない。0.8 パーセントの改善——見つけ損ないを減らしても、的中率はほとんど動かない。

観察 3.5

特異度を上げると **0.497738** へ跳ねる。**5.4750** 倍——同じ「0.99 を 0.999 にする」という操作なのに、効きがまるで違う。

観察 3.6

偽陽性の数が、健康な人の数に比例するからである。健康な人が **999** 倍多いのだから、そちらの誤りが **999** 倍効く——分母の大きいほうを削るのが正しい。

観察 3.7

だから「見落としを減らす」という改善は、まれな病気では的中率を上げない。向きが違う——減らすべきは、健康な人を誤って拾う側である。

4. 分離子

分離子：検査の性能か、検査と有病率の組か。

観察 4.1

検査の性能なら、一つの数で表せる。感度・特異度は検査だけで決まる——カタログに載る量である。

観察 4.2

組なら、誰に使うかで変わる。0.09 から 0.99 まで——同じ検査が、集団を変えるだけで別物になる。

観察 4.3

これは論文300 の基準で別根である。どちらも「検査の当たりやすさ」と呼ばれる——一方は検査の量、一方は検査と集団の組の量である。

観察 4.4

論文460 と同じ形である。そこでは暑さが気温と湿度の組で決まり、一つの数だけでは順序が決まらなかった——ここでは的中率が検査と有病率の組で決まる。

観察 4.5

論文469 とも重なる。そこでは同じ 1 割増の効きが起点で 9 倍違った——ここでは同じ「0.99 を 0.999 に」が 5.47 倍違う。どちらも、操作の効果が状態で決まる。

観察 4.6

だから検査の性能を語るときは、対象集団を併記する。「精度 99 パーセント」だけでは、陽性をどう読めばよいか決まらない——同じ数が、**0.09** とも **0.99** とも対応する。

観察 4.7

正直に言えば——ここで扱ったのは一回の検査だけである。実際には二段階の確認検査が使われ、その的中率が大きく上がる——本稿はその設計を論じないが、なぜ確認検査が要るのかは、この計算が説明している。

5. 点呼と結び

1. 有病率 **0.5** で **0.990000000000**（観察 2.2）：精度と一致。
2. 有病率 **0.001** で **0.090164**（計算 2.1）：9 割が外れ。
3. 幅は 11 倍（観察 2.4）：検査は同じ。
4. 健康な人が 999 倍多い（観察 2.5）：偽陽性が積み上がる。
5. 分かれ目は有病率 **0.010000000**（計算 3.1）：本稿の芯。
6. 閉じた式と一致（計算 3.1）：二分法と突合せ。
7. 感度を上げて **0.090909**（計算 3.3）：0.8 % の改善。
8. 特異度を上げると **0.497738**（計算 3.3）：5.4750 倍。
9. 分離子は検査か、検査と集団の組か（観察 4.3）：論文300 の基準で別根。
10. 確認検査が要る理由（観察 4.7）：この計算が説明する。

結び：検査の精度が高ければ陽性は信じてよいと思われている——99 パーセント当たる検査なら 99 パーセント正しいはずだ、と読める。だが式には有病率が入っており、検査だけでは的中率が決まらない。誰に対して使うかが、答えの半分を握っている。同じ検査の的中率が、11 倍動く——有病率 **0.5** では的中率がちょうど **0.990000000000** で感度・特異度と一致し、この一点だけを見ると「精度＝的中率」に見える。ところが有病率 **0.001** では **0.090164**、陽性のうち約 9 割が外れる。同じ検査、同じ精度である。理由は健康な人のほうが圧倒的に多いからで、有病率 **0.001** なら 1000 人に 1 人が病気で 999 人が健康。1 パーセントの偽陽性でも、999 人のうち約 10 人が陽性になる。そして直すべきは、感度ではなく特異度である——的中率が **0.5** になる有病率は **0.010000000** で、閉じた式 $(1 - sp) / ((1 - sp) + se)$ と相対差 10^{-9} 未満で一致する。有病率 1 パーセントが五分五分の分かれ目で、多くの検診が扱う病気はこの線より下にある。有病率 **0.001** のまま感度を **0.999** に

上げて、的中率は **0.090164** から **0.090909** へ **0.8** パーセント動くだけである。ところが特異度を **0.999** にすると **0.497738** へ、**5.4750** 倍に跳ねる。同じ「**0.99** を **0.999** にする」という操作なのに、効きがまるで違う。偽陽性の数が健康な人の数に比例するからで、健康な人が **999** 倍多いのだからそちらの誤りが **999** 倍効く。分母の大きいほうを削るのが正しい。だから「見落としを減らす」という改善は、まれな病気では的中率を上げない。減らすべきは、健康な人を誤って拾う側である。分けているものは一つ——検査の性能か、検査と有病率の組か。検査の性能なら一つの数で表せて、感度・特異度は検査だけで決まるカタログの量である。組なら誰に使うかで変わり、**0.09** から **0.99** まで動く。同じ検査が、集団を変えるだけで別物になる。論文**300** の基準で別根であり、一方は検査の量、一方は検査と集団の組の量である。論文**460** と同じ形で、そこでは暑さが気温と湿度の組で決まり、一つの数だけでは順序が決まらなかった。論文**469** とも重なり、そこでは同じ **1** 割増の効きが起点で **9** 倍違った。ここでは同じ「**0.99** を **0.999** に」が **5.47** 倍違う。だから検査の性能を語るときは対象集団を併記する——「精度 **99** パーセント」だけでは、同じ数が **0.09** とも **0.99** とも対応してしまう。正直に言えば——ここで扱ったのは一回の検査だけである。実際には二段階の確認検査が使われ、そこでの的中率が大きく上がる。本稿はその設計を論じないが、なぜ確認検査が要るのかは、この計算が説明している。

参考文献

1. Bayes, T. (1763). An Essay towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances. *Philosophical Transactions of the Royal Society*.
 2. Yerushalmy, J. (1947). Statistical Problems in Assessing Methods of Medical Diagnosis. *Public Health Reports*.
 3. Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to Improve Bayesian Reasoning Without Instruction. *Psychological Review*.
 4. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
 5. 山岸勇輝 (2026). 『暑さの限界は気温ではなく、湿度と組んで決まる』 [論文460]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733136
 6. 山岸勇輝 (2026). 『混みぐあいを一割上げたときの待ち時間は、いまどこにいるかで決まる』 [論文469]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733401
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)