

# 三つの分野に出る「ちょうど半分」は、物理ではなく二次関数の頂点である

— 整合負荷の効率 **0.500000**、渋滞密度の半分 **75.000000**、需要曲線の切片の半分 **50.000000** — 無次元化すると三つとも **1/2** に落ち、**[0.499999994, 0.5, 0.5]** である — 対照にベッツを置くと最適が **0.333333330** で **1/2** にならず、目的関数が三次だからである — 半分を決めていたのは分野ではなく次数だった — [論文486]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

## 要旨

三つの分野で最適点が「ちょうど半分」に来るのは、それぞれの物理の帰結だと思われている。本稿が示すのは、三つが同じ二次関数の頂点であることである——三次にすると **1/3** になり、半分は消える。新しい定理も法則も主張しない。第一に、整合負荷では  $R^* = 1.000000$ （内部抵抗に等しい）で、そのときの効率がちょうど **0.500000** である（第2節）。第二に、交通流では  $k^* = 75.000000$  が渋滞密度の半分、 $v^* = 50.000000$  が自由流速度の半分になる（第2節）。第三に、独占では  $p^* = 50.000000$  が需要曲線の切片の半分になる（第2節）。第四に、これが本稿の芯である。三つを無次元化すると **[0.499999994, 0.5, 0.5]** となり、同じ **1/2** に落ちる（第3節）。第五に、対照のベッツでは最適が **0.333333330**、最大値が **0.592592593**（**16/27**）になる——目的関数が三次だからである（第3節）。第六に、分離子は「目的関数の次数」であって、分野ではない（第4節）。キーワード：二次関数の頂点、整合負荷、ベッツ限界、独占価格、交通容量。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——整合負荷、グリーンシールズの交通流モデル、独占の価格決定、ベッツ限界は、いずれも標準的である。モデルの当否を論じない——交通流が線形の数速度密度関係に従うか、需要曲線が直線かは主題ではない。モデルを与えられたものとして、その最適点の位置だけを見る。最適化の一般論を書かない——凸性、一階条件、多変数への拡張は扱わない。一変数の頂点だけである。三つが同じ現象だとは言わない——電気回路と交通と市場に共通の機構があるとは主張しない。共通なのは目的関数の形であって、対象ではない。ベッツを解き直さない——風車の理論そのものは主題ではなく、次数の違う対照として置くだけである。既刊との関係：論文357は最大の電力と最大の効率が同じ点にないと示した——本稿はその「最大電力の点」だけを取り、他分野と横に並べる。論文479は一つの数の下に三つの根を見つけた——本稿は逆向きで、三つの場面の下に一つの根を見つける。論文300は同根か別根かが判定できると示した——本稿は同根の側の例である。論文481は分離子が無いと反証の行き先が決まらなると示した——本稿はその分離子を一本書く。加えたのは、三つの最適点を同じ表に置いたこと、無次元化して  $[0.499999994, 0.5, 0.5]$  を出したこと、ベッツを対照として  $0.333333330$  と  $16/27$  を出したこと、差  $0.166667$  を次数の差に帰したこと、分離子を分野ではなく次数に置いたことである。

## 1. 記法と問い

設定：三つの場面で、最適点を一変数で書く。

$$P(R) = \frac{E^2 R}{(r + R)^2}, \quad q(k) = v_f k \left(1 - \frac{k}{k_j}\right), \quad \Pi(Q) = Q(a - bQ) - cQ$$

左から、内部抵抗  $r$  の電源が外部抵抗  $R$  に渡す電力、密度  $k$  のときの交通の流量、生産量  $Q$  のときの独占の利潤である。どれも最大点で「半分」が現れる。

### 観察 1.1

三つの「半分」は、それぞれの物理の帰結だと思われる。回路の話、道路の話、市場の話——別々の理由で半分になった、という像である。

### 観察 1.2

だが三つとも、最大化する量の変数の二次式である。 $q(k)$  は  $k$  の二次、 $\Pi(Q)$  は  $Q$  の二次——二次関数の頂点は、二つの根の真ん中に来る。

問い：半分を決めているのは分野か、次数か。

## 2. 三つの最適点

計算 2.1：三つを数値で解く。

| 場面               | 最適点               | そのときの値                   |
|------------------|-------------------|--------------------------|
| 整合負荷 ( $r = 1$ ) | $R^* = 1.000000$  | 効率 $0.500000$            |
| 交通流              | $k^* = 75.000000$ | $q_{\max} = 3750.000000$ |
| 独占               | $Q^* = 25.000000$ | $p^* = 50.000000$        |

### 観察 2.2

整合負荷では、最適が内部抵抗に等しい。 $R^* = 1.000000$  で  $r = 1$ ——そのとき電圧が電源で半分、負荷で半分に分かれ、効率がちょうど  $0.500000$  になる。

### 観察 2.3

交通流では、最適が渋滞密度の半分である。 $75.000000$  対  $k_j/2 = 75.0$ ——そのときの速度も自由流の半分の  $50.000000$  で、二つの半分が同時に立つ。

### 観察 2.4

独占では、価格が需要曲線の切片の半分である。 $50.000000$  対  $50.0$ ——限界費用が  $0$  のときで、利潤は  $1250.000000$  になる。

### 観察 2.5

三つとも、半分になる相手が違う。抵抗・密度・価格——単位も対象も揃っておらず、そのままでは比べられない。

## 3. 無次元化すると一つになる

計算 3.1：それぞれの変数を、上限で割って無次元にする。

| 場面   | 無次元化した最適点          |
|------|--------------------|
| 整合負荷 | <b>0.499999994</b> |
| 交通流  | <b>0.500000000</b> |
| 独占   | <b>0.500000000</b> |

### 観察 3.2

三つとも  $1/2$  に落ちる。[0.499999994, 0.5, 0.5]——整合負荷だけ末尾が違うのは数値探索の刻みによるもので、閉じた式は  $1/2$  である。

計算 3.3：対照として、ベッツの問題を同じやり方で解く。取り出す割合  $a$  に対して出力係数は  $C_p = 4a(1 - a)^2$  で、 $a$  の三次式である。

| 量           | 値                          |
|-------------|----------------------------|
| 最適な $a$     | <b>0.333333330</b>         |
| そのときの $C_p$ | <b>0.592592593</b> (16/27) |

### 観察 3.4

ベッツは  $1/2$  にならない。0.333333330—— $1/3$  であり、三つの「半分」とは別の場所に来る。

### 観察 3.5

最大値も既知と合う。0.592592593 対  $16/27 = 0.592592593$ ——独立な確認であり、対照の計算自体は正しい。

### 観察 3.6

違いは次数だけである。二次なら  $1/2$ 、三次なら  $1/3$ 、差は 0.166667—— $x(1 - x)^{n-1}$  の頂点が  $1/n$  に来るからで、分野は関係していない。

### 観察 3.7

だから「半分」は物理ではなく、形である。同じ形が三つの分野に置かれていた——一致していたのは対象ではなく、目的関数の次数だった。

## 4. 分離子

分離子：最適点を決めているのが分野か、目的関数の次数か。

### 観察 4.1

分野なら、値は分野ごとに違うはずである。回路と道路と市場——同じ  $1/2$  が三度出る理由が無い。

### 観察 4.2

次数なら、次数を変えれば動くはずである。三次にすると  $1/3$ ——実際に動いた。

### 観察 4.3

動いたのだから、決めていたのは次数である。 $0.5$  が三つ、 $0.333333330$  が一つ——分野で並べても切れず、次数で並べると切れる。

### 観察 4.4

論文479 とは向きが逆である。あちらは一つの数の下に三つの根を見つけた——こちらは三つの場面の下に一つの根を見つけた。同じ判定を、逆向きに使っている。

### 観察 4.5

論文357 は最大の電力と最大の効率が同じ点にないと示した。本稿はその「最大電力の点」だけを取った——そこで出る  $0.500000$  は効率であって、最大化された量ではない。

#### 観察 4.6

これは論文481 という分離子の一本である。「最適は半分のところにある」という主張が外れたとき——モデルが外れたのか、次数が二次でなかったのかで、直す先が違う。

#### 観察 4.7

正直に言えば——三つが二次になったこと自体は説明していない。示したのは、二次であれば  $1/2$ 、三次であれば  $1/3$  に来るということまでである——なぜ交通流も独占も二次で書けるのかは、それぞれのモデルの選び方の話であり、本稿の外にある。

### 5. 点呼と結び

1. 整合負荷で効率  $0.500000$  (計算 2.1) :  $R^* = 1.000000$  で。
2. 交通流で  $k^* = 75.000000$  (観察 2.3) : 速度も半分の  $50.000000$ 。
3. 独占で  $p^* = 50.000000$  (観察 2.4) : 切片の半分。
4. 半分になる相手が三つとも違う (観察 2.5) : そのままでは比べられない。
5. 無次元化で  $[0.499999994, 0.5, 0.5]$  (計算 3.1) : 本稿の芯。
6. ベッツは  $0.333333330$  (観察 3.4) :  $1/2$  に来ない。
7.  $C_p$  が  $16/27$  と一致 (観察 3.5) : 独立な確認。
8. 差  $0.166667$  は次数の差 (観察 3.6) :  $x(1-x)^{n-1}$  の頂点は  $1/n$ 。
9. 分離子は分野ではなく次数 (観察 4.3) : 次数で並べると切れる。
10. 二次になる理由は説明していない (観察 4.7) : モデルの選び方の話。

結び：三つの「半分」は、それぞれの物理の帰結だと思われる——回路の話、道路の話、市場の話が、別々の理由で半分になったという像である。だが三つとも、最大化する量が変数の二次式であり、二次関数の頂点は二つの根の真ん中に来る。三つの最適点——整合負荷では最適が内部抵抗に等しい  $R^* = 1.000000$  で、電圧が電源と負荷に半分ずつ分かれ、効率がちょうど  $0.500000$  になる。交通流では最適が渋滞密度の半分の  $75.000000$  で、そのときの速度も自由流の半分の  $50.000000$ 、二つの半分の同時に立つ。独占では価格が需要曲線の切片の半分の  $50.000000$  で、限界費用が  $0$  のとき利潤は  $1250.000000$  になる。三つとも半分になる相手が違い、抵抗・密度・価格と単位も対象も揃っておらず、そのままでは比べられない。無次元化すると一つになる——それぞれの変数を上限で割ると  $[0.499999994, 0.5, 0.5]$  となり、三つとも  $1/2$  に落ちる。整合負荷だけ末尾が違うのは数値探索の刻みによるもので、閉じた式は  $1/2$  である。対照としてベッツを同じやり方で解

くと、 $C_p = 4a(1-a)^2$  は  $a$  の三次式で、最適な  $a$  は **0.333333330**、そのときの  $C_p$  は **0.592592593** すなわち  $16/27$  である。ベッツは  $1/2$  にならず  $1/3$  に来る。最大値が既知の  $16/27$  と一致することが、対照の計算自体の独立な確認になる。違いは次数だけで、二次なら  $1/2$ 、三次なら  $1/3$ 、差は **0.166667**—— $x(1-x)^{n-1}$  の頂点が  $1/n$  に来るからで、分野は関係していない。だから「半分」は物理ではなく形であり、一致していたのは対象ではなく目的関数の次数だった。分けているものは一つ——最適点を決めているのが分野か、目的関数の次数か。分野なら値は分野ごとに違うはずで、回路と道路と市場に同じ  $1/2$  が三度出る理由が無い。次数なら次数を変えれば動くはずで、三次にすると  $1/3$  になり、実際に動いた。動いたのだから決めていたのは次数であり、分野で並べても切れず、次数で並べると切れる。論文479 とは向きが逆で、あちらは一つの数の下に三つの根を見つけ、こちらは三つの場面の下に一つの根を見つけた。同じ判定を、逆向きに使っている。論文357 は最大の電力と最大の効率が同じ点にないと示したが、本稿はその「最大電力の点」だけを取っており、そこで出る **0.500000** は効率であって、最大化された量ではない。これは論文481 でいう分離子の一本で、「最適は半分のところにある」という主張が外れたとき、モデルが外れたのか次数が二次でなかったのかで直す先が違う。正直に言えば——三つが二次になったこと自体は説明していない。示したのは、二次であれば  $1/2$ 、三次であれば  $1/3$  に来るということまでで、なぜ交通流も独占も二次で書けるのかは、それぞれのモデルの選び方の話であり、本稿の外にある。

## 参考文献

---

1. Greenshields, B. D. (1935). A Study of Traffic Capacity. *Proceedings of the Highway Research Board*.
  2. Betz, A. (1920). Das Maximum der theoretisch möglichen Ausnützung des Windes durch Windmotoren. *Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen*.
  3. Varian, H. R. (1992). *Microeconomic Analysis* (3rd ed.). W. W. Norton.
  4. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
  5. 山岸勇輝 (2026). 『最大の電力と最大の効率は、同じ点にない』 [論文357]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22697180
  6. 山岸勇輝 (2026). 『体系に七つある同じ数は、二組と一つに分かれる』 [論文479]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733844
  7. 山岸勇輝 (2026). 『「法則が破れた」は、どの仮定へも落とせる』 [論文481]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733927
- 

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)