

停留点は三通りある —— 最小と、最大と、どこでも同じ

— 平面鏡では経路長 **2.828427125** が両隣より短く最小、曲率の大きい鏡では頂点 **3.572114220** が両隣 **3.571008542** より長く最大 — 楕円の二焦点では **24** 点すべてで経路長が **4.000000000000**、幅は **4.441×10^{-16}** で、最小でも最大でもない — 同じ停留条件から、スネルの法則が **0.806200914** 対 **0.806200883** が出る — [論文487]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

光は最短の道を通ると言われる。本稿が示すのは、停留点が最小・最大・縮退の三通りあり、三つとも光学の中で作れることである——楕円鏡では **24** 点すべてが等しく、幅は **4.441×10^{-16}** である。新しい定理も法則も主張しない。第一に、平面鏡では停留点が $x = 0.000000017$ に来て、経路長 **2.828427125** は両隣の **2.831969281** より短い——最小である（第2節）。第二に、そこで入射角と反射角が **45.000000** 度 対 **45.000000** 度で一致する（第2節）。第三に、これが本稿の芯である。曲率の大きい鏡では、頂点の **3.572114220** が両隣の **3.571008542** より長い——同じ停留条件が最大を与える（第3節）。第四に、楕円の二焦点を結ぶ反射では、**24** 点すべてで経路長が **4.000000000000** になる——幅は **4.441×10^{-16}** で、最小でも最大でもない（第3節）。第五に、同じ停留条件から屈折のスネルの法則が出る—— $n_1 \sin \theta_1 = 0.806200914$ 対 $n_2 \sin \theta_2 = 0.806200883$ （第4節）。第六に、分離子は「停留か、最小か」である（第4節）。キーワード：フェルマーの原理、停留点、変分原理、光路長、極値。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——フェルマーの原理が停留であって最小でないことは標準的であり、論文84が既に「停留であって最小とは限らない（鞍点もある）」と書いている。本稿が加えるのは数である——最小・最大・縮退の三つを光学の中で実際に作り、値を並べた。とくに縮退の場合は「鞍点」という言い方には収まらない。変分法の一般論を書かない——第二変分、共役点、モース指数の理論には立ち入らない。一変数の数値探索で足りる範囲だけを見る。波動光学を扱わない——回折、干渉、経路積分による停留位相の説明は主題ではない。幾何光学の経路長だけを見る。目的論を持ち込まない——論文84と97が退けたとおり、光が道を「選ぶ」とは書かない。停留は局所条件である。既刊との関係：論文84は最小作用が停留であって目的論ではないと示した——本稿はその一文に、反例となる数を付ける。論文143は最小エントロピー生成が原理ではなく柵つきの定理だと示した——「最小」を名乗る主張の柵を書く点で同じ形である。論文486は三つの分野の最適点が同じ頂点だと示した——そこでは頂点が一種類だった。本稿は頂点に三種類あることを示す。論文481は分離子が無いと反証の行き先が決まらなると示した——本稿はその分離子を一本書く。加えたのは、最小の例を 2.828427125 対 2.831969281 で出したこと、最大の例を 3.572114220 対 3.571008542 で出したこと、縮退の例を幅 4.441×10^{-16} で出したこと、三つを同じ枠で並べたこと、停留条件からスネルの法則を数値で確かめたことである。

1. 記法と問い

設定：点 A から鏡の点 x を経て点 B に至る光学的経路長を

$$L(x) = n_1 |Ax| + n_2 |xB|$$

とする。フェルマーの原理は $L'(x) = 0$ 、すなわち L が停留であることを要求する。 L が最小であることは要求していない。以下、鏡の形を変えて L の様子を見る。

観察 1.1

光は最短の道を通ると言われる。最小の経路——「自然は無駄をしない」という言い方と一緒に使われる像である。

観察 1.2

だが条件は $L'(x) = 0$ である。一階の条件——二階の符号については何も言っていない。

問い：最小でない停留点は、実際に作れるのか。

2. 最小になる場合

計算 2.1：平面鏡で $L(x)$ の停留点を探すと $x = 0.000000017$ 、そこでの経路長は **2.828427125** である。探索区間 $[-5, 5]$ の内側にあり、端に張り付いていない。

観察 2.2

それは最小である。**2.828427125 < 2.831969281**——両隣より短く、谷になっている。

観察 2.3

停留点是对称点に来る。 $x = 0.000000017$ ——厳密には 0 で、残っているのは数値探索の刻みである。

観察 2.4

そこで入射角と反射角が一致する。**45.000000 度 対 45.000000 度**——反射の法則が停留条件から出ており、独立な確認になる。

観察 2.5

ここまでは「最短の道」で困らない。平面鏡なら最小——この一例だけを見ていれば、原理を「最小原理」と呼んでも矛盾は出ない。

3. 最大になる場合と、どこでも同じ場合

計算 3.1：鏡の曲率を大きくして、同じ探索をする。

位置	経路長
頂点	3.572114220
左隣	3.571008542
右隣	3.571008542

観察 3.2

停留点が最大になっている。 $3.572114220 > 3.571008542$ ——両隣より長く、山になっている。同じ $L'(x) = 0$ が、谷ではなく山を指した。

観察 3.3

だから「最小」ではなく「停留」である。最小の例と最大の例が両方ある——反例が一つあれば、最小という言い方は成り立たない。

計算 3.4：楕円の二焦点を A 、 B に置き、楕円上の 24 点で反射させる。

量	値
経路長 (24 点とも)	4.000000000000
24 点での幅	4.441×10^{-16}
長軸 $2a$	4.0000

観察 3.5

どこで反射しても同じである。幅 4.441×10^{-16} ——倍精度の丸めの大きさであり、24 点すべてが等しい。

観察 3.6

値は長軸に一致する。 4.000000000000 対 $2a = 4.0000$ ——楕円の定義から来る値で、独立な確認になる。

観察 3.7

これは最小でも最大でもない。全部の点が停留点である——谷でも山でもなく、平らである。「鞍点もある」という言い方には、この場合が入っていない。

4. 分離子

分離子：要求しているのが停留か、最小か。

観察 4.1

停留なら、三通りある。最小・最大・縮退——三つとも光学の中で作れた。

観察 4.2

最小なら、曲率の大きい鏡が反例になる。 $3.572114220 > 3.571008542$ ——一階の条件は満たすが、最小ではない。

観察 4.3

同じ停留条件から、屈折の法則も出る。停留点 $x = 0.362650234$ で $n_1 \sin \theta_1 = 0.806200914$ 、 $n_2 \sin \theta_2 = 0.806200883$ ——スネルの法則であり、法則の側は最小か最大かに依らない。

観察 4.4

つまり物理を担っているのは一階の条件だけである。二階の符号は形が決める——鏡の曲率という、原理の外にある量である。

観察 4.5

論文84 は同じことを言葉で書いていた。「停留であって最小とは限らない」——本稿が足したのは数と、第三の場合である。「鞍点もある」では縮退が落ちる。

観察 4.6

論文143 と同じ形でもある。最小エントロピー生成は原理ではなく柵つきの定理だった——「最小」を名乗る主張には、たいてい柵が要る。

観察 4.7

正直に言えば——縮退の例は特別な配置に依っている。二焦点という一点でだけ起きる——焦点から少しでもずらせば平らでなくなり、三通りのうち縮退だけが不安定である。三つを対等に並べたが、実際に出会う頻度は同じではない。

5. 点呼と結び

1. 平面鏡で **2.828427125** (計算 2.1) : 両隣より短い。
2. 入射角と反射角が **45.000000** 度 (観察 2.4) : 独立な確認。
3. 頂点で **3.572114220** (計算 3.1) : 本稿の芯。
4. 両隣は **3.571008542** (観察 3.2) : 停留点が最大。
5. 楕円で **24** 点とも **4.000000000000** (計算 3.4) : 幅 4.441×10^{-16} 。
6. 値が長軸 $2a$ に一致 (観察 3.6) : 楕円の定義から。
7. 縮退は鞍点ではない (観察 3.7) : 谷でも山でもない。
8. スネルの法則が出る (観察 4.3) : **0.806200914** 対 **0.806200883**。
9. 分離子は停留か最小か (観察 4.1) : 停留なら三通り。
10. 縮退は不安定 (観察 4.7) : 二焦点でだけ起きる。

結び：光は最短の道を通ると言われる——最小の経路という、「自然は無駄をしない」と一緒に使われる像である。だが条件は $L'(x) = 0$ という一階の条件であって、二階の符号については何も言っていない。最小になる場合——平面鏡では停留点が $x = 0.000000017$ に来て、経路長 **2.828427125** は両隣の **2.831969281** より短く、探索区間 $[-5, 5]$ の内側にあって端に張り付いていない。停留点是对称点に来ており、厳密には **0** で、残っているのは数値探索の刻みである。そこで入射角と反射角が **45.000000** 度 対 **45.000000** 度で一致し、反射の法則が停留条件から出ることの独立な確認になる。ここまでは「最短の道」で困らず、この一例だけを見ていれば原理を「最小原理」と呼んでも矛盾は出ない。最大になる場合と、どこでも同じ場合——鏡の曲率を大きくすると、頂点の経路長 **3.572114220** が両隣の **3.571008542** より長くなる。同じ $L'(x) = 0$ が、谷ではなく山を指した。最小の例と最大の例が両方あるのだから、「最小」ではなく「停留」である。さらに楕円の二焦点を結ぶ反射では、楕円上の **24** 点すべてで経路長が **4.000000000000** となり、幅は 4.441×10^{-16} 、すなわち倍精度の丸めの大きさしかない。その値は長軸 $2a = 4.0000$ に一致し、楕円の定義から来る独立な確認になる。これは最小でも最大でもなく、全部の点が停留点で、谷でも山でもなく平らである。「鞍点もある」という言い方には、この場合が入っていない。分けているものは一つ——要求しているのが停留か、最小か。停留なら最小・最大・縮退の三通りがあり、三つとも光学の中で作れた。最小なら曲率の大きい鏡が反例になり、一階の条件は満たすが最小ではない。同じ停留条件から屈折の法則も出て、停留点 $x = 0.362650234$ で

$n_1 \sin \theta_1 = 0.806200914$ 、 $n_2 \sin \theta_2 = 0.806200883$ となる。スネルの法則であり、法則の側は最小か最大かに依らない。つまり物理を担っているのは一階の条件だけで、二階の符号を決めているのは鏡の曲率という、原理の外にある量である。論文84 は同じことを言葉で書いていた——「停留であって最小とは限らない」。本稿が足したのは数と、第三の場合である。「鞍点もある」では縮退が落ちる。論文143 と同じ形でもあり、最小エントロピー生成が原理ではなく柵つきの定理だったように、「最小」を名乗る主張にはたいてい柵が要る。正直に言えば——縮退の例は特別な配置に依っている。二焦点という一点でだけ起き、焦点から少しでもずらせば平らでなくなる。三通りのうち縮退だけが不安定であり、三つを対等に並べたが、実際に出会う頻度は同じではない。

参考文献

1. Born, M., & Wolf, E. (1999). *Principles of Optics* (7th ed.). Cambridge University Press.
 2. Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1964). *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. II, Ch. 19. Addison-Wesley.
 3. Lanczos, C. (1970). *The Variational Principles of Mechanics* (4th ed.). University of Toronto Press.
 4. 山岸勇輝 (2026). 『最小作用の原理』 [論文84]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21741231
 5. 山岸勇輝 (2026). 『最小エントロピー生成は、原理ではなく柵つきの定理である』 [論文143]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082367
 6. 山岸勇輝 (2026). 『「法則が破れた」は、どの仮定へも落とせる』 [論文481]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733927
 7. 山岸勇輝 (2026). 『三つの分野に出る「ちょうど半分」は、物理ではなく二次関数の頂点である』 [論文486]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22759952
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)