

2.5PN が最初の散逸次数なのは、質量保存が $n=1$ を消すからである

— 第3版：山岸高次遅延補間の偶数則は、なぜ 2.5 で破れるか — [論文49]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月 (第3版)

— From thinking to syncing. —

要旨

本稿はポスト・ニュートン (PN) 展開の c^{-2} 階層が遅延時間 $t_{\text{ret}} = t - r/c$ のテイラー展開に由来することを整理し、PN展開が保存系 (整数次) と散逸系 (半整数次) に分岐することを示した。第2版はこの分岐を正しく回復し、初版の「奇数次はパリティで消滅する」という誤りを撤回した——これは物理として重要な訂正であり、第3版でも変更しない。また第2版が撤回した二点—— c^{-5} と論文34 の $\frac{c^5}{5}$ (5次元バルク容量) の対応、および5PN精度=サブピクセル限界 10^{-10} ——も、撤回されたまま復活しない。数値はすべて再検算し、四つとも一致した——水星近日点移動 $42.990''/\text{世紀}$ (観測 $42.98'' \pm 0.04''$)、 $1.4 + 1.4M_{\odot}$ 連星のチャープ質量 $1.2188M_{\odot}$ 、10 Hz からの位相サイクル数 $N_{\text{cyc}} = 1.603 \times 10^4$ 、要求精度 $\delta_{\text{req}} = 1/(2\pi N_{\text{cyc}}) = 9.93 \times 10^{-6}$ 、5PN相対項 $(0.3)^{10} = 5.905 \times 10^{-6}$ 。第3版が加えるのは、第2版が答えなかった一つの問いへの答えである——なぜ散逸系は 2.5PN から始まるのか。第一に、第2版の理由は正しいが、ほとんど定義である。第2版は「保存系ではラグランジアンが時間反転で不変だから奇数階の時間微分は寄与しない」と述べた。正しい。だがこれは「保存系には散逸項が無い」と言っているに等しく、なぜ最初の散逸項が 0.5PN でも 1.5PN でもなく 2.5PN なのかを説明しない。第二に、答えは近接帯の展開の $n = 1$ 項にある。遅延ポテンシャルを展開すると

$$V = G \int \frac{\rho(t - r'/c)}{r'} d^3x' = G \sum_n \frac{(-1)^n}{n! c^n} \frac{\partial^n}{\partial t^n} \int \rho r'^{n-1} d^3x'$$

であり、最初の奇数項 $n = 1$ は $-\frac{G}{c} \dot{M}$ 、すなわち質量保存によりゼロである。 $n = 2$ は偶数で1PNに寄与する。したがって生き残る最初の奇数項は $n = 3$ であり、それは四重極モーメントの三階時間微分——バーク=ソーンの輻射反作用ポテンシャル——である。ポテンシャルの c^{-3} はエネルギー損失率の c^{-5} になり、これが 2.5PN である。第三に、これで四重極公式との一致に理由がつく。第2版は「四重極公式の c^{-5} と輻射反作用の 2.5PN はエネルギー収支の整合として必然的に一致する」と正しく述べた。第3版はその一致の出所を書く——どちらも同じ $n = 3$ 項、すなわち四重極の三階微分から来ている。二つの c^{-5} は同根である。第四に、第3層の語彙を本文から外す。「レイテンシ補正」「フレーム補間」「排出」「サブピクセル」等は第2版自身が「読みの語彙であって定理の内容ではない」と限定していた。その限定は正しく、本版は語彙を本文から外して限定を実行に移す。射程：確立された標準的事実の構造的解釈と自己点検 (第2層)。一般相対論の予言を変更せず、物理学に対する新知見も無い——本稿にとって新しいのは体系内部の訂正だけである。

本稿の位置づけ（規律）：本稿の物理はすべて標準的である——遅延ポテンシャルの近接帯展開、バーク＝ソーン（1970）の輻射反作用、ブランシェ（2014）とマッジョーレ（2007）のPN理論、アインシュタイン（1915）の水星近日点、マッচিতフィルタの位相条件。新しい定理は一つも証明しない。第3版の寄与は「なぜ 2.5」に答えることである——(i) 第2版の時間反転の理由がほとんど定義であることを述べ、(ii) $n = 1$ が質量保存で消えることを示し、(iii) 生き残る最初の奇数項が四重極の三階微分であることを同定し、(iv) 二つの c^{-5} が同根であることを述べ、(v) 第3層の語彙を本文から外す。最重要の禁欲：一般相対論の予言を変更しない。水星の一致を本体系の読みの裏づけとしない（第2版の注記を保つ——同じ数値はその読みを採らなくても得られる）。 c^{-5} を5次元バルク容量と対応づけない（ $\frac{c^5}{5}$ は撤回済・論文34・42）。エネルギーの流出先を高次元としない（通常の3次元空間を伝播する重力波である）。5PN精度をサブピクセル限界としない（第2版で撤回済）。位相コヒーレンス条件を厳密な閾値と読まない（桁の見積もりである）。第3層のレンズは非科学の札つきで隔離する。

1. 序：第2版は分岐を回復した。残ったのは「なぜ 2.5 か」である

初版は「奇数次項はパリティ対称性で消滅する」と述べ、輻射反作用——連星がインスパイラルする物理的原因そのもの——を体系から取りこぼしていた。第2版はこれを撤回し、分岐を回復した。

系統	次数	$1/c$ の冪	性格
保存系	1PN, 2PN, 3PN, 4PN	$c^{-2}, c^{-4}, c^{-6}, c^{-8}$	時間反転対称
散逸系	2.5PN, 3.5PN, 4.5PN	c^{-5}, c^{-7}, c^{-9}	時間反転非対称・輻射反作用

この回復は正しく、第3版でも変更しない。第2版が「これは物理学に対する新知見ではなく体系内部の訂正である」と明記したことも、そのまま保つ。

だが第2版は、一つの問いに答えていない。

なぜ散逸系は 2.5PN から始まるのか。0.5PN でも 1.5PN でもなく。

2. 第2版の理由は正しい。だが、ほとんど定義である

確立された事実 2.1 (第2版の説明)

「保存系では系のラグランジアンが時間反転 $t \rightarrow -t$ の下で不変であるため、奇数階の時間微分を含む項は運動方程式に寄与しえない。」

観察 2.1 (正しいが、位置を教えない)

この説明は正しい。時間反転対称な系に、時間反転を破る項が現れないのは確かである。だがこれは「保存系には散逸項が無い」と言っているに等しい。保存系の定義がおおむねそれだからである。そして最も重要なことを説明しない——散逸が始まる位置である。展開は $\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}$ を単位に進むのだから、原理的には $n = 1$ (0.5PN) で奇数項が現れてもよい。現れない。なぜか。

3. 答えは $n = 1$ にある — 質量保存が消している

定理 3.1 (近接帯展開と、最初の生き残り)

遅延ポテンシャルを近接帯で展開すると

$$V = G \int \frac{\rho(t - r'/c)}{r'} d^3x' = G \sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{n! c^n} \frac{\partial^n}{\partial t^n} \int \rho r'^{n-1} d^3x'$$

であり、各項は次のようになる。

n	項	運命
0	ニュートン・ポテンシャル	生き残る (偶数)
1	$-\frac{G}{c} \dot{M}$	ゼロ (質量保存)
2	$+\frac{G}{2c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \rho r' d^3x'$	生き残る (偶数・1PN)
3	$-\frac{G}{6c^3} \frac{\partial^3}{\partial t^3} \int \rho r'^2 d^3x'$	生き残る最初の奇数項

観察 3.1 ($n = 3$ は四重極の三階微分である)

$\int \rho r^2 d^3x'$ は四重極モーメントにほかならない。したがって $n = 3$ の項は四重極モーメントの三階時間微分であり、これがバーク＝ソーンの輻射反作用ポテンシャルである (Burke--Thorne 1970)。ポテンシャルにおける c^{-3} は、エネルギー損失率においては c^{-5} になる——反作用力が $F \sim c^{-3}\ddot{Q}$ 、その仕事率が $P = F \cdot v$ であり、収支を四重極公式と突き合わせれば c^{-5} が確定する。2.5PN が最初の散逸次数なのは、 $n = 1$ が質量保存で消えるからである。もし質量が保存しなければ、散逸は 0.5PN から始まっていた。時間反転対称性は「奇数項は保存系に無い」と言うだけで、どこから始まるかは保存則が決めている。

4. 二つの c^{-5} は、同根である

第2版は正しく述べた——「四重極公式が c^{-5} を持つことと、運動方程式における輻射反作用が 2.5PN (c^{-5}) から入ることは、エネルギー収支の整合性として必然的に一致する」。

観察 4.1 (一致の出所)

第3版はその一致に出所を与える——どちらも同じ $n = 3$ 項から来ている。

四重極公式 $\frac{G}{5c^5} \langle \ddot{Q}\ddot{Q} \rangle$	遠方場の放射：四重極の三階微分の二乗
2.5PN 反作用力	近接帯の $n = 3$ 項：四重極の三階微分

二つは「たまたま同じ次数」なのではなく、同じ量の二つの現れである。片方は系が失うエネルギーを外から数え、もう片方は系が受ける力を内から数えている。これは体系が繰り返してきた判定と逆向きの結論である——論文86は「祖先が同じことは根が同じことを意味しない」と警告し、論文100は「共鳴は署名であって証明ではない」と書いた。だがここでは、共通の出所が実際に指させる。 $n = 3$ の項という、一つの場所である。別根と同根を区別する規律は、同根であることを禁じるものではない。区別せよと言っているだけである。

5. 数値の再検算（すべて第2版のまま）

確立された事実 5.1 (四つとも一致)

量	第2版	本稿の再検算
水星近日点移動	42.99"/世紀	42.990"（観測 42.98" ± 0.04"）
チャープ質量（1.4 + 1.4M _⊙ ）	—	1.2188 M _⊙
N _{cyc} （10 Hz から）	1.6 × 10 ⁴	1.603 × 10 ⁴
δ _{req} = 1/(2πN _{cyc})	1.0 × 10 ⁻⁵	9.93 × 10 ⁻⁶
5PN相対項 (0.3) ¹⁰	5.9 × 10 ⁻⁶	5.905 × 10 ⁻⁶

第2版の数値はすべて正しい。水星の $\Delta\phi = \frac{6\pi GM}{c^2 a(1-e^2)}$ 、位相コヒーレンス条件 $\delta_{\text{req}} \sim 1/(2\pi N_{\text{cyc}})$ 、いずれも変更しない。

観察 5.1 (ただし「閾値上」は桁の話である)

第2版は「両者は同一のオーダーであり、5PN補正はちょうど要求精度の閾値上に位置する」と書いた。オーダーの一致は本稿の再検算でも確認された（9.93 × 10⁻⁶ 対 5.905 × 10⁻⁶）。だが「ちょうど閾値上」は言い過ぎである。δ_{req} は蓄積位相のずれが1ラジアンという目安から出た桁の見積もりであり、(v/c)¹⁰ は合体直前という最悪点での相対項の大きさである。位相は主に低周波側で蓄積するため、高次PN項の実際の位相寄与はこの見積もりより小さい。したがって本版は「同一オーダーである」までを述べ、「ちょうど閾値上」は取り下げる。3.5PN〜4PNまで解析的に整備し合体直前は数値相対論へ接続するという実際の方法論と整合するという第2版の観察は、そのまま正しい。

6. 水星の一致について（第2版の注記を保つ）

確立された事実 6.1 (第2版が正しく書いたこと)

「この一致は標準的な一般相対論の結果であって、本稿の描像の裏づけではない。」命題6.1 の式は1915年にアインシュタインが導いたものであり、本稿はそれを再計算したにすぎない。同じ数値は、その読みを採らなくても得られる。

この注記は、本稿の中でもっとも規律の効いた一文である。第3版でもそのまま保つ。錨としての役割—— c^{-2} 階層の第1段が確立した観測事実に対応していることの確認——に限られるという限定も変更しない。

7. 第3層の語彙を、本文から外す

第2版は冒頭で「『レイテンシ補正』『フレーム補間』『排出』等は本理論体系が与える読みの語彙であって、定理の内容ではない」と限定していた。この限定は正しい。

だが第2版は、その語彙を本文の各所に置いたままにしていた——第5節の「要求精度は描画フレームの累積ズレが1ラジアンに達しないためのパイプライン各段の許容誤差である」、第7節の「有限伝播速度 c を持つ描画システムにおいて、動的オブジェクトの位置をテイラー展開で補間する標準的な計算アルゴリズム」、系4.2 の「局所フレーム補間」「系外への排出」。

第3版は、限定を実行に移す — 語彙を本文から外す。

外しても内容は一つも減らない。整数次PNが系内に保存され半整数次PNが系外へ放出されるという物理は、時間反転対称性と質量保存という根拠を持っており、語彙に依存していない。

なお第2版が撤回した「高次元への排出」は、本版でも復活させない。エネルギーが流出する先は、通常の3次元空間を伝播する重力波である。

8. 射程の書き直し

項目	何であるか
c^{-2} 階層が遅延展開に由来すること	標準的な事実
保存系／散逸系の分岐	標準的な事実（Blanchet 2014 等）
$n = 1$ が質量保存で消えること	標準的な事実（本稿が明示）
2.5PN が最初の散逸次数である理由	$n = 3$ が最初の生き残り
二つの c^{-5} が同根であること	同じ $n = 3$ 項
水星 $42.990''$ /世紀	事実（再検算・アインシュタイン 1915）
$\delta_{\text{req}} \approx 9.93 \times 10^{-6}$ 、 $(0.3)^{10} = 5.905 \times 10^{-6}$	事実（同一オーダー）
「ちょうど閾値上」	取り下げ（桁の見積もりである）
水星の一致が本体系の読みを支持すること	示していない（第2版の注記を保つ）
c^{-5} と5次元バルク容量の対応	撤回済（第2版・復活しない）
5PN精度＝サブピクセル限界 10^{-10}	撤回済（第2版・復活しない）
「奇数次はパリティで消滅する」	撤回済（第2版・復活しない）
一般相対論の予言の変更	無い

十三行のうち、本稿に固有の主張は一つも無い。標準的事実か、再検算か、取り下げか、撤回済である。第3版が加えたのは、標準的事実の一つを明示的に指したことだけである—— $n = 1$ が消えるから 2.5 なのだ、と。

9. 結び

第2版は分岐を回復した。初版が取りこぼしていた輻射反作用——連星が渦を巻いて落ちていく、その原因そのもの——を体系に戻した。大きな訂正だった。

だが「なぜ 2.5 か」は空いていた。時間反転対称性は「保存系に奇数項は無い」と言うだけで、散逸がどこから始まるかを言わない。

答えは、展開の二行目にあった。 $n = 1$ の項は $\dot{M}$ に比例し、質量が保存するからゼロである。だから生き残る最初の奇数項は $n = 3$ 、四重極の三階微分になる。

時間反転は、奇数項を禁じる。
質量保存は、その禁を解く場所を決める。

示さないこと（禁欲）：一般相対論の予言を変更しない／水星の一致を本体系の読みの裏づけとしない（第2版の注記を保つ）／ c^{-5} を5次元バルク容量と対応づけない（撤回済・論文34・42）／エネルギーの流出先を高次元としない（通常の3次元空間を伝播する重力波）／5PN精度をサブピクセル限界としない（撤回済）／位相コヒーレンス条件を厳密な閾値と読まない（桁の見積もり）／第4節の内容を物理学に対する新知見としない（Blanchet 2014・Burke--Thorne 1970 等で確立済）／第3層の語彙を本文に置かない（非科学の札つきで隔離）／新しい数学も予言もない（第2層）。

改訂記録

第3版（2026年8月）：第2版の訂正は三件とも正しく、いずれも復活させない——(a) 初版の「奇数次項はパリテ対称性で消滅する」の撤回（半整数次項は実在し輻射反作用を記述する）、(b) c^{-5} と論文34の $\frac{c^5}{5}$ （5次元バルク容量）の対応づけの撤回（ $\int E^2 dc$ 由来であり撤回済の量である）、(c) 5PN精度＝サブピクセル限界 10^{-10} の撤回（正しくは位相コヒーレンス条件で $\sim 10^{-5}$ ）。数値も四つとも再検算し、すべて一致した——水星 $42.990''$ /世紀、チャープ質量 $1.2188M_\odot$ 、 $N_{\text{cyc}} = 1.603 \times 10^4$ 、 $\delta_{\text{req}} = 9.93 \times 10^{-6}$ 、 $(0.3)^{10} = 5.905 \times 10^{-6}$ 。加えたのは三点である。(i) 「なぜ 2.5PN からか」に答えた——第2版の理由（保存系は時間反転対称だから奇数項が無い）は正しいがほとんど定義であり、散逸が始まる位置を説明しない。近接帯展開 $V = G \sum_n \frac{(-1)^n}{n! c^n} \partial_t^n \int \rho r^{n-1}$ において最初の奇数項 $n = 1$ は $-\frac{G}{c} \dot{M}$ であり、質量保存によりゼロである。ゆえに生き残る最初の奇数項は $n = 3$ 、すなわち四重極モーメントの三階時間微分（パーク＝ソーンの輻射反作用ポテンシャル）であり、これが 2.5 PN である。時間反転対称性は奇数項を禁じ、保存則がその禁を解く場所を決めている。(ii) 二つの c^{-5} が同根であることを示した——四重極公式の c^{-5} も 2.5PN 反作用の c^{-5} も同じ $n = 3$ 項（四重極の三階微分）から来ている。第2版の「エネルギー収支の整合として必然的に一致する」に出所を与えた。(iii) 第3層の語彙を本文から外した——第2版は冒頭で「読みの語彙であって定理の内容ではない」と正しく限定していたが、語彙自体は本文各所（第5節、第7節、系4.2）に残っていた。本版は限定を実行に移す。あわせて「5PN補正はちょうど要求精度の閾値上に位置する」を「同一オーダーである」に弱めた—— δ_{req} は桁の見積もりであり、位相は主に低周波側で蓄積するため高次PN項の実際の寄与はこの見積もりより小さい。

参考文献

1. Blanchet, L. (2014). *Gravitational Radiation from Post-Newtonian Sources and Inspiralling Compact Binaries*. Living Reviews in Relativity 17, 2.
2. Maggiore, M. (2007). *Gravitational Waves, Volume 1: Theory and Experiments*. Oxford University Press.
3. Burke, W. L. & Thorne, K. S. (1970). *Gravitational Radiation Damping*. In: *Relativity*, 209--228. Plenum Press. (輻射反作用ポテンシャル)
4. Einstein, A. (1915). *Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie*. Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, 831--839.
5. Buonanno, A., Iyer, B. R., Ochsner, E., Pan, Y. & Sathyaprakash, B. S. (2009). *Comparison of Post-Newtonian Templates for Compact Binary Inspiral Signals*. Physical Review D 80, 084043.
6. Yamagishi, Y. (2026). *The G and the c^5 of the Quadrupole Formula Cannot Be Separated* [論文42]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21601988>
7. Yamagishi, Y. (2026). *A Census of the c^5 s* [論文34]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21430340>
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Power of 4π Is the Mass Dimension* [論文44]、第3版. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21602231>
9. Yamagishi, Y. (2026). *Roots of Necessity* [論文86]. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21744839>
10. Yamagishi, Y. (2026). *Royal-Roads Census* [論文100]. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21758864>
11. Yamagishi, Y. (2026). *Convention and Fact* [論文95]. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.21758621>

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)