

山の頂上に、物が留まっている

— L_4 は有効ポテンシャルの極大であり、周囲八方向すべてが低い (-1.499998500005 対 最大 -1.499998503754) — それでも安定で、柵は質量比 **24.9599357944** である — 太陽と地球の比 **333029.7043** は安定側、質量比 **20** は不安定側にいる — 支えているのはポテンシャルではなくコリオリの力で、「安定」の意味が一つ入れ替わっている — [論文490]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

安定な点とは、谷の底のことだと思われている。本稿が示すのは、 L_4 が有効ポテンシャルの極大でありながら安定であることである——柵は形ではなく、質量比 **24.9599357944** である。新しい定理も法則も主張しない。第一に、 L_4 は停留点である——勾配は $(0.000 \times 10^0, 1.110 \times 10^{-10})$ で、 0.05 ずらすと -0.040634 になる (第2節)。第二に、これが本稿の芯である。その停留点は極大である——有効ポテンシャルは -1.499998500005 で、周囲八方向の最大が -1.499998503754 、すべて低い (第2節)。第三に、それでも安定であり、条件は $27\mu(1-\mu) < 1$ である——閾値の質量比は **24.9599357944** である (第3節)。第四に、太陽と地球の比 **333029.7043** は安定側、質量比 **20** は不安定側にいる (第3節)。第五に、 L_1 は数値解で **1491426526 m**、近似式は **1496433206 m** で相対差 **0.003357** である (第4節)。第六に、分離子は「支えているのがポテンシャルか、速度に依る力か」である (第5節)。キーワード：ラグランジュ点、制限三体問題、 L_4 と L_5 、線形安定性、天体力学。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——制限三体問題、ラグランジュ点、 L_4/L_5 の線形安定条件は、いずれも標準的である。天体力学を作らない——摂動、離心率、太陽輻射圧、実際のトロヤ群の分布は主題ではない。円制限三体問題の内側だけを見る。非線形の安定性を扱わない——扱うのは線形安定であり、長時間の挙動やアーノルド拡散には立ち入らない。五点すべての位置を出さない—— L_1 と L_4 の数だけを出す。 L_2 、 L_3 、 L_5 は名指すにとどめる。ヒル半径を導かない——論文337 が射程注記で「三体問題やヒル半径の導出そのものには立ち入らない」と書いており、本稿はその隣に置く。既刊との関係：論文195 は「安定」が六つの別の言葉であり、分けているのは何を揺らすかだと示した——本稿はその六つのうち二つが L_4 で食い違う例を出す。論文487 は停留点が最小・最大・縮退の三通りあることを示した—— L_4 はその「最大」であり、しかも安定である。論文337 は太陽系の「果て」が五つあると示した——同じ系で「安定な場所」も一つではない。論文481 は分離子が無いと反証の行き先が決まらなると示した——本稿はその分離子を一本書く。加えたのは、 L_4 の極大性を八方向で確かめたこと、勾配を 1.110×10^{-10} と出したこと、閾値を **24.9599357944** と出し逆算で確かめたこと、境目の両側を **20** と **25** で挟んだこと、 L_1 の数値解と近似式を相対差 **0.003357** で比べたことである。

1. 記法と問い

設定：質量 m_1 、 m_2 の二体が共通重心のまわりを円運動し、質量比を $\mu = m_2/(m_1 + m_2)$ と書く。共に回る座標系で、質量の無視できる第三体を感じる有効ポテンシャルは

$$\Omega(x, y) = - \left[\frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1 - \mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} \right]$$

である（ $G(m_1 + m_2) = 1$ 、距離 1、角速度 1 の単位）。その停留点が五つあり、 L_4 と L_5 は二体と正三角形をなす。

観察 1.1

安定な点とは、谷の底のことだと思われている。ずらせば戻る——ポテンシャルが低いほうへ落ちる、という像である。

観察 1.2

だが回る座標系には、速度に依る力がある。コリオリの力——ポテンシャルには書けない。

問い： L_4 は谷なのか、山なのか。

2. L_4 は山の頂上である

計算 2.1 : $\mu = 3.0 \times 10^{-6}$ (太陽と地球に近い値) で L_4 の勾配を数値で出す。

$$\left(\frac{\partial \Omega}{\partial x}, \frac{\partial \Omega}{\partial y}\right) = (0.000 \times 10^0, 1.110 \times 10^{-10})$$

観察 2.2

勾配が消えている。 1.110×10^{-10} ——数値微分の刻みの大きさであり、停留点である。

観察 2.3

そこから 0.05 ずらすと停留点でなくなる。 -0.040634 ——八桁動いており、検査が位置に反応していることの確認になる。

計算 2.4 : L_4 とその周囲八方向で Ω を比べる。

位置	有効ポテンシャル Ω
L_4	-1.499998500005
周囲八方向の最大	-1.499998503754
周囲八方向の最小	-1.499998513721

観察 2.5

周囲がすべて低い。最大でも $-1.499998503754 < -1.499998500005$ ——どの向きへずらしてもポテンシャルは下がる。 L_4 は極大である。

観察 2.6

極小ではない。周囲の最小が -1.499998513721 ——向きによる差もあり、平らでもない。

観察 2.7

論文487 の三通りでいえば、これは「最大」である。停留点が山になっている場合——そこでは光の経路が最長になった。ここでは物が留まる。

3. それでも安定であり、柵は質量比である

計算 3.1： L_4/L_5 の線形安定条件 $27\mu(1-\mu) < 1$ を解く。

量	値
臨界の質量比 μ_c	0.038520896505
$27\mu_c(1-\mu_c)$ (逆算)	0.999999999999999
閾値の質量比 $(1-\mu_c)/\mu_c$	24.9599357944

観察 3.2

逆算が 1 に戻る。0.999999999999999——式の変形にも数値にも誤りが無いことの独立な確認である。

観察 3.3

柵は 24.9599357944 である。重いほうが軽いほうの 24.96 倍より重ければ安定——形の話ではなく、比の話である。

計算 3.4： 境目の両側を確かめる。

系	質量比	判定
太陽と地球	333029.7043	安定
質量比 25 の連星	25	安定 (境目のすぐ上)
質量比 20 の連星	20	不安定

観察 3.5

太陽と地球は柵から四桁離れている。**333029.7043** 対 **24.9599357944**——余裕をもって安定側にいる。

観察 3.6

25 と **20** で境目を挟んだ。片方は安定、片方は不安定——閾値がその間にあることの確認である。

観察 3.7

支えているのはコリオリの力である。ずれると横向きに曲げられ、山を降りきる前に周回に入る——速度に依るので、ポテンシャルの図には現れない。

4. L_1 —— 谷ではないが、鞍である

計算 4.1：太陽と地球で L_1 の位置を数値で解き、近似式と比べる。

出し方	地球からの距離
数値解	1491426526 m (149.1427 万 km)
近似式 $R(m_2/3m_1)^{1/3}$	1496433206 m
差	5006679 m (相対差 0.003357)

観察 4.2

実測の約 **150 万 km** に合う。**149.1427 万 km**——観測衛星が置かれている距離であり、独立な確認になる。

観察 4.3

近似式は **0.34** パーセント外れる。差 **5006679 m**——一致してはいないが、桁は合っている。近似が効いている範囲が読める。

観察 4.4

L_1 は鞍点であり、安定でない。一方向に落ちる——置いた衛星は制御を続けなければ留まらない。

観察 4.5

つまり五つの停留点は同じ種類ではない。三つは鞍、二つは極大——そして安定なのは極大のほうである。

5. 分離子

分離子：支えているのがポテンシャルか、速度に依る力か。

観察 5.1

ポテンシャルなら、極小でなければ安定でない。谷の底—— L_4 はそうになっていない。

観察 5.2

速度に依る力なら、極大でも安定でありうる。コリオリ——実際に L_4 がそれである。

観察 5.3

論文195 が分けた六つの「安定」のうち、二つがここで食い違う。「エネルギーが極小」と「摂動が散散しない」—— L_4 は後者を満たし、前者を満たさない。論文300 の基準で別根である。

観察 5.4

だから「安定だから谷にある」とは言えない。反例が実在する——トロヤ群の小惑星が、その山の頂上に留まっている。

観察 5.5

柵が形ではなく比であることも、そこから来る。**24.9599357944**——コリオリの効きと山の傾きの釣り合いが、質量比だけで決まる。

観察 5.6

これは論文**481** という分離子の一本である。「安定なはずの点から外れた」という報告が来たとき——どの意味の安定が破れたのかで、直す先が違う。

観察 5.7

正直に言えば——扱ったのは線形安定だけである。一次までの摂動が発散しないこと——長時間でどうか、非線形の効果がどう効くかは別の問題であり、本稿は触れていない。実際のトロヤ群が数十億年留まっている理由の全部が、ここに書かれているわけではない。

6. 点呼と結び

1. L_4 の勾配は 1.110×10^{-10} (計算 2.1) : 停留点である。
2. **0.05** ずらすと **-0.040634** (観察 2.3) : 検査が位置に反応する。
3. $\Omega(L_4) = -1.499998500005$ (計算 2.4) : 本稿の芯。
4. 周囲の最大が **-1.499998503754** (観察 2.5) : すべて低く、極大である。
5. 閾値は **24.9599357944** (計算 3.1) : 逆算で **0.9999999999999999**。
6. 太陽と地球は **333029.7043** (計算 3.4) : 四桁の余裕。
7. **25** と **20** で挟んだ (観察 3.6) : 境目の両側。
8. L_1 は **1491426526 m** (計算 4.1) : 近似式との差 **0.003357**。
9. 分離子はポテンシャルか速度依存の力か (観察 5.3) : 論文**195** の六つのうち二つが食い違う。
10. 線形安定だけを扱った (観察 5.7) : 長時間の話ではない。

結び : 安定な点とは谷の底のことだと思われている——ずらせば戻る、ポテンシャルが低いほうへ落ちる、という像である。だが回る座標系にはコリオリの力があり、それはポテンシャルには書けない。 L_4 は山の頂上である—— $\mu = 3.0 \times 10^{-6}$ で L_4 の勾配は $(0.000 \times 10^0, 1.110 \times 10^{-10})$ 、数値微分の刻みの大きさであり停留点である。そこから **0.05** ずらすと **-0.040634** となって八桁動く。有効ポテンシャルは **-1.499998500005** で、周

囲八方向の最大が **-1.499998503754**、最小が **-1.499998513721**。どの向きへずらしてもポテンシャルは下がる。 L_4 は極大であって極小ではなく、向きによる差もあるので平らでもない。論文487の三通りでいえばこれは「最大」であり、あちらでは光の経路が最長になった場合だった。ここでは物が留まる。それでも安定であり、柵は質量比である——線形安定条件 $27\mu(1-\mu) < 1$ を解くと $\mu_c = 0.038520896505$ 、逆算した $27\mu_c(1-\mu_c)$ は **0.999999999999999** で1に戻り、閾値の質量比は **24.9599357944** である。重いほうが軽いほうの **24.96** 倍より重ければ安定で、形の話ではなく比の話である。太陽と地球の比 **333029.7043** は柵から四桁離れて安定側におり、質量比 **25** は安定側、**20** は不安定側で、境目を挟んだ。支えているのはコリオリの力で、ずれると横向きに曲げられ、山を降りきる前に周回に入る。速度に依るので、ポテンシャルの図には現れない。 L_1 は谷ではないが、鞍である——太陽と地球で数値に解くと地球から **1491426526 m**、すなわち **149.1427 万 km** で、観測衛星が置かれている距離に合う。近似式 $R(m_2/3m_1)^{1/3}$ は **1496433206 m** で、差は **5006679 m**、相対差 **0.003357**——一致してはいないが桁は合っており、近似の効く範囲が読める。 L_1 は鞍点であって安定でなく、置いた衛星は制御を続けなければ留まれない。つまり五つの停留点は同じ種類ではなく、三つは鞍、二つは極大で、安定なのは極大のほうである。分けているものは一つ——支えているのがポテンシャルか、速度に依る力か。ポテンシャルなら極小でなければ安定でないが、 L_4 はそうになっていない。速度に依る力なら極大でも安定でありうる。実際に L_4 がそれである。論文195が分けた六つの「安定」のうち、「エネルギーが極小」と「摂動が発散しない」の二つがここで食い違う。 L_4 は後者を満たし前者を満たさず、論文300の基準で別根である。だから「安定だから谷にある」とは言えない。反例が実在し、トロヤ群の小惑星がその山の頂上に留まっている。柵が形ではなく比であることもそこから来る。コリオリの効きと山の傾きの釣り合いが、質量比だけで決まる。これは論文481という分離子の一本で、「安定なはずの点から外れた」という報告が来たとき、どの意味の安定が破れたのかで直す先が違う。正直に言えば——扱ったのは線形安定だけである。一次までの摂動が発散しないことであって、長時間でどうなるか、非線形の効果がどう効くかは別の問題であり、本稿は触れていない。実際のトロヤ群が数十億年留まっている理由の全部が、ここに書かれているわけではない。

参考文献

1. Lagrange, J.-L. (1772). Essai sur le problème des trois corps. *Prix de l'Académie Royale des Sciences de Paris*.
2. Szebehely, V. (1967). *Theory of Orbits: The Restricted Problem of Three Bodies*. Academic Press.
3. Murray, C. D., & Dermott, S. F. (1999). *Solar System Dynamics*. Cambridge University Press.
4. 山岸勇輝 (2026). 『「安定」は六つの別の言葉であり、分けているのは何を揺らすかである』 [論文195]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22107170
5. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
6. 山岸勇輝 (2026). 『太陽系の「果て」は五つあり、最小と最大は **5106** 倍ひらく』 [論文337]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22681940
7. 山岸勇輝 (2026). 『「法則が破れた」は、どの仮定へも落とせる』 [論文481]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733927

8. 山岸勇輝 (2026). 『停留点は三通りある —— 最小と、最大と、どこでも同じ』 [論文487]. Zenodo.
10.5281/zenodo.22759965

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)