

未定乗数は、ここでは温度であり、隣の問題では圧力である

— エントロピーを最大にする際の乗数 β は、独立に計算した dS/dE と **0.700000000** 対 **0.700000000** で一致し、 $\beta = 1.9$ でも **1.900000000** で一致する — 誤った値 **0.9** とは一致しない — 同じ道具が論文196 では非圧縮条件の乗数として圧力になっており、乗数が何であるかは制約が決められている — [論文494]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

未定乗数は計算の途中で出てくる補助の量だと思われている。本稿が示すのは、その乗数が独立に定義された物理量と桁まで一致することである——何になるかは、どの制約を課したかが決めている。新しい定理も法則も主張しない。第一に、 $\beta = 0.700$ でエントロピーを最大にすると $E = 0.727444451$ 、 $S = 1.132814574$ になる（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。独立に計算した dS/dE が **0.700000000** を返し、乗数と一致する（第2節）。第三に、 $\beta = 1.9$ でも **1.900000000** で一致する——一点合わせではない（第2節）。第四に、誤った値 **0.9** とは一致しない——検査が値に反応する（第2節）。第五に、 $\beta \rightarrow 0$ で $S = 1.386294361 = \ln 4$ 、 $\beta \rightarrow \infty$ で $E = 1.929 \times 10^{-22}$ になる（第3節）。第六に、分離子は「乗数が道具か、量か」である（第4節）。
キーワード：最大エントロピー原理、ラグランジュの未定乗数、温度、統計力学、圧力。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——最大エントロピー原理も、未定乗数が温度の逆数になることも標準的である。統計力学を基礎づけない——エルゴード性、熱平衡の起源、量子統計は主題ではない。四準位の有限系だけを見る。推論の哲学に立ち入らない——最大エントロピー原理が推論の規範として正しいかは論じない。式が返す数だけを見る。単位を扱わない—— k_B を 1 と置いており、 β と $1/T$ の比例定数は主題ではない。圧力の側を計算していない——論文196 が扱った非圧縮条件の乗数は、対照として名指すにとどめ、数は出していない。既刊との関係：論文196 は圧力が非圧縮条件を保たせるための未定乗数として現れると示した——本稿の乗数は同じ道具であり、別の物理量になっている。論文112 は一つの韻を共有する六つの別根を数えた——未定乗数もその形で、一つの手続きが複数の量を生む。論文300 は同根か別根かが判定できると示した——温度と圧力は、手続きとしては同根、量としては別根である。論文481 は分離子が無いと反証の行き先が決まらなると示した——本稿はその分離子を一本書く。加えたのは、 dS/dE と β の一致を 0.700000000 で確かめたこと、 $\beta = 1.9$ でも確かめたこと、誤った値では一致しないことを示したこと、両側の極限を $\ln 4$ と 1.929×10^{-22} で確かめたこと、論文196 の圧力と並べたことである。

1. 記法と問い

設定：エネルギー準位 $E_i \in \{0, 1, 2, 3\}$ の四準位系を取る。平均エネルギーを固定したうえでエントロピー $S = -\sum p_i \ln p_i$ を最大にすると、未定乗数 β を用いて

$$p_i = \frac{e^{-\beta E_i}}{Z}, \quad Z = \sum_j e^{-\beta E_j}$$

が出る。ここで β は、制約を課すために導入しただけの量である。一方、熱力学では温度が $1/T = dS/dE$ で定義される。この二つを別々に計算して比べる。

観察 1.1

未定乗数は計算の途中で出てくる補助の量だと思われる。制約を課すために入れ、最後に消す——足場のようなもの、という像である。

観察 1.2

だが β は消えずに残る。答の中に入っている——足場が建物の一部になっている。

問い： β は、独立に定義された量と一致するのか。

2. 乗数は、独立に計算した dS/dE と一致する

計算 2.1 : $\beta = 0.700$ として分布を作り、 E と S を出す。

量	値
乗数 β	0.700
平均エネルギー E	0.727444451
エントロピー S	1.132814574
数値微分 dS/dE	0.700000000

観察 2.2

dS/dE が乗数に一致する。0.700000000 対 0.700000000—— S も E も β から作ったが、微分は S と E の関係だけを見ており、 β を直接には使っていない。

観察 2.3

別の β でも一致する。 $\beta = 1.9$ で 1.900000000——一点合わせではない。

観察 2.4

誤った値とは一致しない。0.700000000 対 0.9——検査が値に反応しており、失敗しうる形になっている。

観察 2.5

つまり β は補助の量ではない。 $1/T$ そのものである——足場だと思っていたものが、温度だった。

観察 2.6

そして温度は、最大化の問題の側からは出てこない。制約を課したら出てきた——制約が量を生んでいる。

3. 両端で、何が起きるか

計算 3.1 : β を両端へ飛ばす。

β	E	S
$\rightarrow 0$	1.499999999	1.386294361
0.700	0.727444451	1.132814574
50	1.929×10^{-22}	9.644×10^{-21}

観察 3.2

$\beta \rightarrow 0$ で分布が一様になる。 $S = 1.386294361$ 対 $\ln 4 = 1.386294361$ ——独立に計算した値と一致し、 E も一様分布の平均 1.5 に合う。

観察 3.3

$\beta \rightarrow \infty$ で基底状態に落ちる。 $E = 1.929 \times 10^{-22}$ 、 $S = 9.644 \times 10^{-21}$ ——境目の反対側であり、どちらの端でも式が壊れない。

観察 3.4

β が大きいほど E が小さい。0.727444451 から 1.929×10^{-22} へ—— $\beta = 1/T$ という読みと整合する。

観察 3.5

β は負にもなりうる。準位が有限個だから——そのとき E は 1.5 を超え、負の温度になる。無限個の準位を持つ系では起きない。

4. 分離子

分離子：乗数が計算の道具か、独立に定義された量か。

観察 4.1

道具なら、最後に消えるはずである。制約を課すために入れただけ——だが消えなかった。

観察 4.2

量なら、別の定義と一致するはずである。 dS/dE ——実際に 0.700000000 で一致した。

観察 4.3

そして何になるかは、制約が決めている。エネルギーを固定すれば温度——論文196 では非圧縮 $\nabla \cdot u = 0$ を固定して、乗数が圧力になっていた。

観察 4.4

二つは論文300 の基準で、手続きとしては同根、量としては別根である。どちらもラグランジュの未定乗数——一方は温度の逆数、一方は圧力で、単位すら違う。

観察 4.5

論文112 が数えた形と同じである。一つの韻を共有する六つの別根——一つの手続きが、制約ごとに別の量を生む。

観察 4.6

だから「未定乗数」という語は、量の名前ではない。手続きの中の位置の名前である——何が入るかは、その位置に置かれた制約が決める。

観察 4.7

これは論文481 という分離子の一本である。「乗数の値がおかしい」という報告が来たとき——数値が外れたのか、そもそも別の制約の乗数を見ていたのかで、直す先が違う。

観察 4.8

正直に言えば——圧力の側は計算していない。論文196 の結果を借りただけである——二つが同じ手続きから出るとは式の形から言えるが、本稿が数で確かめたのは温度の側だけである。並べたのは主張であって、検算ではない。

5. 点呼と結び

1. $\beta = 0.700$ で $E = 0.727444451$ (計算 2.1) : $S = 1.132814574$ 。
2. $dS/dE = 0.700000000$ (観察 2.2) : 本稿の芯。
3. $\beta = 1.9$ でも一致 (観察 2.3) : 一点合わせではない。
4. 0.9 とは一致しない (観察 2.4) : 検査が値に反応する。
5. $\beta \rightarrow 0$ で $S = \ln 4$ (計算 3.1) : 一様分布。
6. $\beta = 50$ で $E = 1.929 \times 10^{-22}$ (観察 3.3) : 境目の反対側。
7. β は負にもなりうる (観察 3.5) : 準位が有限個だから。
8. 制約が量を決める (観察 4.3) : 論文196 では圧力。
9. 手続きは同根、量は別根 (観察 4.4) : 論文300 の基準で。
10. 圧力の側は計算していない (観察 4.8) : 並べたのは主張。

結び：未定乗数は計算の途中で出てくる補助の量だと思われる——制約を課すために入れ、最後に消す足場のようなもの、という像である。だが β は消えずに答の中に残る。足場が建物の一部になっている。乗数は、独立に計算した dS/dE と一致する——四準位系で $\beta = 0.700$ として分布を作ると $E = 0.727444451$ 、 $S = 1.132814574$ になり、数値微分した dS/dE は 0.700000000 を返す。 S も E も β から作ったが、微分は S

と E の関係だけを見ており、 β を直接には使っていない。 $\beta = 1.9$ でも **1.900000000** で一致し、一点合わせではない。誤った値 **0.9** とは一致せず、検査が値に反応する。つまり β は補助の量ではなく $1/T$ そのもので、足場だと思っていたものが温度だった。そして温度は最大化の問題の側からは出てこない。制約を課したら出てきたのであり、制約が量を生んでいる。両端で、何が起きるか—— $\beta \rightarrow 0$ では分布が一様になり、 $S = 1.386294361$ が独立に計算した $\ln 4 = 1.386294361$ と一致し、 E も一様分布の平均 **1.5** に合う。 $\beta = 50$ では基底状態に落ちて $E = 1.929 \times 10^{-22}$ 、 $S = 9.644 \times 10^{-21}$ となり、境目の反対側でも式が壊れない。 β が大きいほど E が小さいことも、 $\beta = 1/T$ という読みと整合する。準位が有限個なので β は負にもなりえ、そのとき E は **1.5** を超えて負の温度になる。無限個の準位を持つ系では起きない。分けているものは一つ——乗数が計算の道具か、独立に定義された量か。道具なら最後に消えるはずだが、消えなかった。量なら別の定義と一致するはずで、 dS/dE と **0.700000000** で一致した。そして何になるかは制約が決めている。エネルギーを固定すれば温度、論文196 では非圧縮 $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ を固定して乗数が圧力になっていた。二つは論文300 の基準で、手続きとしては同根、量としては別根である。どちらもラグランジュの未定乗数だが、一方は温度の逆数、一方は圧力で、単位すら違う。論文112 が数えた形と同じで、一つの手続きが制約ごとに別の量を生む。だから「未定乗数」という語は量の名前ではなく、手続きの中の位置の名前であり、何が入るかはその位置に置かれた制約が決める。これは論文481 という分離子の一本で、「乗数の値がおかしい」という報告が来たとき、数値が外れたのか、そもそも別の制約の乗数を見ていたのかで直す先が違う。正直に言えば——圧力の側は計算していない。論文196 の結果を借りただけであり、二つが同じ手続きから出るとは式の形から言えるが、本稿が数で確かめたのは温度の側だけである。並べたのは主張であって、検算ではない。

参考文献

1. Jaynes, E. T. (1957). Information Theory and Statistical Mechanics. *Physical Review*.
2. Gibbs, J. W. (1902). *Elementary Principles in Statistical Mechanics*. Yale University Press.
3. Callen, H. B. (1985). *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics* (2nd ed.). Wiley.
4. 山岸勇輝 (2026). 『割り当てられた領域と、その中の自由』[論文112]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962834
5. 山岸勇輝 (2026). 『「圧力」は四つの別の量であり、単位が同じことは何も保証しない』[論文196]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22107518
6. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 —— 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
7. 山岸勇輝 (2026). 『「法則が破れた」は、どの仮定へも落とせる』[論文481]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733927

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)