

組成については連続なのに、同種かどうかでは不連続に飛ぶ

— 2 mol の二成分混合のエントロピーは、モル分率 0.5 で **11.526293 J/K**、0.01 で **0.931245**、 10^{-6} で **0.000246** と連続に 0 へ近づく — ところが同種どうしの混合では、モル分率という変数を通らずに **0.000000 J/K** へ飛ぶ — 動かした変数は組成であり、飛ばせた変数は「区別できるか」である — [論文 文498]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

ギブズのパラドクスは、エントロピーが不連続に飛ぶ点が問題だと言われる。本稿が示すのは、飛んでいる変数と、連続な変数が別であることである——組成については 10^{-6} まで連続で、飛ぶのは「区別できるか」のほうである。新しい定理も法則も主張しない。第一に、区別できる二種を各 1 mol 混ぜると **11.526293 J/K** である—— $2R \ln 2$ に一致する（第2節）。第二に、同種どうしなら **0.000000 J/K** である（第2節）。第三に、これが本稿の芯である。モル分率を 0.5 から 10^{-6} まで動かすと **11.526293** から **0.000246** へ連続に落ちる（第3節）。第四に、最大は $x = 0.5$ にある——**11.526293** > **11.191461** > **5.405780**（第3節）。第五に、それでも同種か否かでは **11.526293** から 0 へ飛ぶ——その間に中間の値が無い（第3節）。第六に、分離子は「動かしている変数が組成か、識別可能性か」である（第4節）。キーワード：ギブズのパラドクス、混合エントロピー、同種粒子、N の階乗、統計力学。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ギブズのパラドクスも、混合エントロピーの式も、 $N!$ による解決も標準的である。パラドクスを解決しない——識別可能性が何によって決まるか、量子統計がそれをどう与えるかは主題ではない。二つの変数が別であることを数で示すだけである。理想気体に限る——相互作用、実在気体の補正、相分離は入れない。測定を論じない——同位体をどこまで分離できるか、装置の限界がどこにあるかは主題ではない。情報論に立ち入らない——観測者の知識とエントロピーの関係は論じない。式が返す数だけを見る。既刊との関係：論文481は反証がどの仮定へも落ちうると示した——「エントロピーが不連続だ」という指摘も、どの変数についての不連続かを書かないと行き先が決まらない。論文300は同根か別根かが判定できると示した——組成の連続性と識別の不連続性は別根である。論文241は足し算にできるかを問う前に二項演算があるかを問えと示した——示度量として足せるかどうか、ここで問われている。論文493は刻み方で答が変わると示した——どちらも「どの変数を動かしたか」を書かないと答が決まらない形である。加えたのは、 $2R \ln 2 = 11.526293 \text{ J/K}$ を出したこと、気体定数を逆算で 8.314462618 と確かめたこと、モル分率を四桁動かして連続性を示したこと、最大が $x = 0.5$ にあることを両側で確かめたこと、二つの変数を分けて書いたことである。

1. 記法と問い

設定：同じ温度・同じ圧力の気体を、仕切りを外して混ぜる。全体で 2 mol 、モル分率 x と $1 - x$ の二成分なら、混合のエントロピーは

$$\Delta S = -2R[x \ln x + (1 - x) \ln(1 - x)]$$

である。ただし二つが同じ種類なら、仕切りを外しても何も起きず $\Delta S = 0$ である。以下 $R = N_A k_B$ を用いる。

観察 1.1

ギブズのパラドクスは、エントロピーが不連続に飛ぶ点が問題だと言われる。似た気体をどんどん似せていっても値が下がらず、同一になった瞬間に 0 へ落ちる——連続であるべきものが飛んでいる、という言い方である。

観察 1.2

だが「似せていく」は、式のどの変数を動かすことなのか。 x ではない——式には識別可能性を表す変数が無い。

問い：連続なのはどの変数で、飛ぶのはどの変数か。

2. 二つの値

計算 2.1：両端の値を出す。

場合	混合のエントロピー
区別できる二種（各 1 mol）	11.526293 J/K
同種どうし	0.000000 J/K

観察 2.2

区別できる場合は $2R\ln 2$ である。11.526293 J/K——独立に計算した $2 \times 8.314462618 \times \ln 2$ と一致する。

観察 2.3

使った気体定数が既知の値に戻る。 $N_A k_B = 8.314462618$ ——逆算による確認であり、係数の取り違えが無いことを示す。

観察 2.4

同種なら厳密に 0 である。仕切りを外しても状態が変わらない——近似的に小さいのではなく、何も起きていない。

観察 2.5

そして二つの間に、気体の「似ている度合い」を表す変数が無い。式にあるのは x と R だけ——似ているかどうかは、式の外にある。

3. 組成については、どこまでも連続である

計算 3.1：モル分率 x を四桁動かす。

モル分率 x	混合のエントロピー
0.500000	11.526293 J/K
0.100000	5.405780 J/K
0.010000	0.931245 J/K
0.000001	0.000246 J/K

観察 3.2

$x \rightarrow 0$ で連続に 0 へ近づく。0.000246 J/K——飛びが無く、いくらでも小さくできる。

観察 3.3

最大は $x = 0.5$ にある。11.526293 > 11.191461 > 5.405780—— $x = 0.4$ を挟んで両側を確かめており、頂点の位置が測れている。

観察 3.4

つまり「片方をほとんど無くす」という近づけ方なら、連続である。 x を動かす——0 へ滑らかに落ちる。

観察 3.5

だが同種か否かでは、その道を通らない。11.526293 から 0.000000 へ—— $x = 0.5$ のまま値が飛ぶ。中間の値が無い。

観察 3.6

同位体のように似ていても、区別できる限り値は変わらない。 11.526293 J/K のまま——質量差をいくら小さくしても、 $2R \ln 2$ から動かない。

4. 分離子

分離子：動かしている変数が組成か、識別可能性か。

観察 4.1

組成なら、連続である。 x ——式の中にあり、微分もできる。

観察 4.2

識別可能性なら、二値である。区別できるか、できないか——式の中に無く、中間の値を取る場所が無い。

観察 4.3

二つは論文300の基準で別根である。どちらも「気体を似せていく」と呼べる——一方は連続変数の極限、一方は二値の切り替えである。

観察 4.4

だから「エントロピーが不連続だ」という指摘は、変数を書かないと行き先が決まらない。論文481の数え上げそのもの——組成について不連続だと言うなら誤りで、識別可能性について不連続だと言うなら正しい。

観察 4.5

論文241 が問うたのはこの手前である。足し算にできるかを問う前に、二項演算があるかを問え——「似ている度合い」を連続変数として足したり引いたりできると決めてかかると、飛びが説明できなくなる。

観察 4.6

論文493 とも同じ形である。どの変数をどう動かしたかを書くまで、答が決まらない——あちらは刻み方の比、こちらは近づけ方の種類である。

観察 4.7

正直に言えば——パラドクスを解決していない。識別可能性が何によって決まるかは書いていない——量子統計が同種粒子をどう扱うか、観測者の知識がどう効くかは主題の外である。示したのは、二つの変数を分ければ「不連続」という言葉が二つに割れることまでである。

5. 点呼と結び

1. 区別できる場合 **11.526293 J/K** (計算 2.1) : **$2R \ln 2$** 。
2. 気体定数が **8.314462618** (観察 2.3) : 逆算による確認。
3. 同種なら厳密に **0** (観察 2.4) : 何も起きていない。
4. 式に似ている度合いの変数が無い (観察 2.5) : **x** と **R** だけ。
5. **$x = 10^{-6}$** で **0.000246 J/K** (計算 3.1) : 本稿の芯。
6. 最大は **$x = 0.5$** (観察 3.3) : 両側を挟んだ。
7. 同種か否かでは飛ぶ (観察 3.5) : 中間の値が無い。
8. 同位体でも **11.526293** のまま (観察 3.6) : 質量差は効かない。
9. 分離子は組成か識別可能性か (観察 4.3) : 論文300 の基準で別根。
10. 解決はしていない (観察 4.7) : 語を割ったところまで。

結び：ギブズのパラドクスは、エントロピーが不連続に飛ぶ点が問題だと言われる——似た気体をどんどん似せていっても値が下がらず、同一になった瞬間に **0** へ落ちる、連続であるべきものが飛んでいる、という言い方である。だが「似せていく」は式のどの変数を動かすことなのか。 **x** ではなく、式には識別可能性を表す変

数が無い。二つの値——区別できる二種を各 1 mol 混ぜると **11.526293 J/K** で、独立に計算した $2 \times 8.314462618 \times \ln 2$ と一致する。使った気体定数 $N_A k_B = 8.314462618$ も既知の値に戻り、係数の取り違えが無いことを示す。同種どうしなら厳密に **0.000000 J/K** で、仕切りを外しても状態が変わらず、近似的に小さいのではなく何も起きていない。そして二つの間に、気体の「似ている度合い」を表す変数が無い。式にあるのは x と R だけで、似ているかどうかは式の外にある。組成については、どこまでも連続である——モル分率を 0.500000、0.100000、0.010000、0.000001 と四桁動かすと、**11.526293**、**5.405780**、**0.931245**、**0.000246 J/K** と、飛びなく 0 へ近づく。最大は $x = 0.5$ にあり、**11.526293** > **11.191461** > **5.405780** と $x = 0.4$ を挟んで両側を確かめている。つまり「片方をほとんど無くす」という近づけ方なら連続で、0 へ滑らかに落ちる。だが同種か否かでは、その道を通らない。 $x = 0.5$ のまま **11.526293** から **0.000000** へ飛び、中間の値が無い。同位体のように似ていても、区別できる限り値は $2R \ln 2$ から動かない。分けているものは一つ——動かしている変数が組成か、識別可能性か。組成なら連続で、 x は式の中にあり微分もできる。識別可能性なら二値で、式の中に無く、中間の値を取る場所が無い。二つは論文300の基準で別根であり、どちらも「気体を似せていく」と呼べるが、一方は連続変数の極限、一方は二値の切り替えである。だから「エントロピーが不連続だ」という指摘は、変数を書かないと行き先が決まらない。論文481の数え上げそのもので、組成について不連続だと言うなら誤り、識別可能性について不連続だと言うなら正しい。論文241が問うたのはこの手前で、足し算にできるかを問う前に二項演算があるかを問え——「似ている度合い」を連続変数として足したり引いたりできると決めてかかると、飛びが説明できなくなる。論文493とも同じ形で、どの変数をどう動かしたかを書くまで答が決まらない。あちらは刻み方の比、こちらは近づけ方の種類である。正直に言えば——パラドクスを解決していない。識別可能性が何によって決まるかは書いておらず、量子統計が同種粒子をどう扱うか、観測者の知識がどう効くかは主題の外である。示したのは、二つの変数を分ければ「不連続」という言葉が二つに割れることまでである。

参考文献

1. Gibbs, J. W. (1875--1878). On the Equilibrium of Heterogeneous Substances. *Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences*.
2. Jaynes, E. T. (1992). The Gibbs Paradox. In *Maximum Entropy and Bayesian Methods*, Kluwer.
3. Tiesinga, E., Mohr, P. J., Newell, D. B., & Taylor, B. N. (2021). CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2018. *Reviews of Modern Physics*, 025010.
4. 山岸勇輝 (2026). 『足し算にできるかを問う前に、二項演算があるかを問わねばならない』[論文241]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22130189
5. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 —— 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
6. 山岸勇輝 (2026). 『「法則が破れた」は、どの仮定へも落とせる』[論文481]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733927
7. 山岸勇輝 (2026). 『長さは折れ線の極限で定義できるが、面積は多面体の極限で定義できない』[論文493]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22760108

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)