

下がる雑音と下がらない雑音は二つではなく、一つの式の両端である

— 二乗平均は $\sqrt{b^2 + \sigma^2/N}$ の一本で、二つの項は交点 $N^* = \sigma^2/b^2 = 10^4$ で等しい — 交点の 100 倍
で偏り項が **0.990099**、100 分の 1 で揺らぎ項が同じ **0.990099** を占める — [論文504]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

長く測れば下がる雑音と、下がらない雑音は、別の雑音だと思われる。本稿が示すのは、それが一本の式の両端であり、切り替わる点が計算できることである——交点は $N^* = \sigma^2/b^2$ である。新しい定理も法則も主張しない。第一に、偏りが無ければ、 N を 9 倍にすると二乗平均が **3.0152** 分の 1 になる——次の 9 倍でも **2.9386** 分の 1 である (第2節)。第二に、偏りがあると、 $N = 8100$ で **0.014863576** に下げ止まる (第2節)。第三に、これが本稿の芯である。どちらも $\sqrt{b^2 + \sigma^2/N}$ という一本の式で、実測との相対差は **0.0013**、**0.0130**、**0.0057** である (第3節)。第四に、二つの項が等しくなる交点は $N^* = 10^4$ で、そこでの二乗平均は偏りの $\sqrt{2}$ 倍 **0.014142136** である (第4節)。第五に、測った範囲 $N \leq 8100$ は交点の手前で、だから両方の項が効いていた (第4節)。第六に、分離子は「雑音が二種類あるのか、一本の式のどちら側にいるのか」である (第5節)。キーワード：雑音、平均化、偏り、アラン分散、大数の法則。

本稿の射程 (射程注記)：新しい定理も法則も主張しない——独立な雑音が $1/\sqrt{N}$ で下がることも、偏りが平均で消えないことも標準的である。雑音の種類を数えない——熱雑音・ショット雑音・ $1/f$ 雑音の分類は論文312が扱っており、本稿は入らない。 $1/f$ を扱わない——本稿の「下がらない」は定数の偏りであって、 $1/f$ のような相関のある雑音ではない。両者は別物である。乱数生成器を評価しない——線形合同法とボックス=ミュラー法で作っており、擬似乱数の質そのものは主題ではない。偏りの起源を扱わない—— b は与えたものであり、なぜ偏るのかは扱わない。既刊との関係：論文312は長く測れば下がる雑音と下がらない雑音があると示した——本稿はその二つが一本の式であることと、切り替わる点を出す。論文322は同じセンサ誤差が位置には三つの別々の幂で届くと示した——同じく、一つの源が複数の顔を持つ場合である。論文300は同根か別根かが判定できると示した——二つの項は同じ式の中にある。論文481は分離子が無いと反証の行き先が決まらなると示した——本稿はその分離子を一本書く。加えたのは、 $1/\sqrt{N}$ 則を **3.0152** と **2.9386** で確かめたこと、偏りのある側を **0.014863576** と測ったこと、閉じた式との相対差を三点で出したこと、交点 $N^* = 10^4$ と、そこでの $\sqrt{2}$ 倍を出したこと、測定範囲が交点の手前だったことを示したことである。

1. 記法と問い

設定：ばらつき σ の独立な雑音に、一定の偏り b が乗っているとする。 N 回平均した誤差の二乗平均は

$$\text{RMS}(N) = \sqrt{b^2 + \frac{\sigma^2}{N}}$$

である。以下 $\sigma = 1$ 、 $b = 0.01$ とし、 $N = 100$ 、 900 、 8100 で各 400 本の種を取って測る。一本の実現値ではなく二乗平均を取る。 $1/\sqrt{N}$ 則は平均についての言明であり、一本では確かめられないからである。

観察 1.1

長く測れば下がる雑音と、下がらない雑音は、別の雑音だと思われている。片方は平均で消え、片方は残る——二種類ある、という像である。

観察 1.2

だが上の式には項が二つしかない。 b^2 と σ^2/N ——雑音は一つで、どちらの項が大きいかわきだけが変わる。

問い：どこで切り替わるのか。

2. 両側を測る

計算 2.1：偏りの無い場合と、ある場合を測る。

N	偏り 0	偏り 0.01
100	0.100658455	0.100632328
900	0.033383439	0.034350201
8100	0.011360408	0.014863576

観察 2.2

偏りが無ければ $1/\sqrt{N}$ で下がる。 N を 9 倍にして 3.0152 分の 1、次の 9 倍で 2.9386 分の 1——どちらも 3 に近く、一点合わせではない。

観察 2.3

偏りがあると下げ止まる。 $N = 8100$ で 0.014863576——偏り 0.01 より大きいが、同じ桁である。

観察 2.4

改善の比が違う。偏り無しで 2.9386 倍、偏りありで 2.3110 倍——偏りのある側のほうが、同じ操作で得るものが少ない。

観察 2.5

だが $N = 100$ では二つがほとんど同じである。0.100658455 対 0.100632328——小さい N では、偏りがあるかどうかを見分けられない。

3. 一本の式である

計算 3.1：偏りのある側を、閉じた式 $\sqrt{b^2 + \sigma^2/N}$ と比べる。

N	実測	予測	相対差
100	0.100632328	0.100498756	0.0013
900	0.034350201	0.034801022	0.0130
8100	0.014863576	0.014948471	0.0057

観察 3.2

三点とも 1.3 パーセント以内で合う。0.0013、0.0130、0.0057——残りは種の数有限であることによる推定の揺らぎである。

観察 3.3

偏り 0 の側も同じ式で書ける。 $b = 0$ と置けば $\sigma/\sqrt{N}$ —— $N = 8100$ で 0.011360408 対 0.011111111 と合う。

観察 3.4

つまり二種類の雑音ではない。一本の式の、 b が 0 か否か——分けているのは雑音の種類ではなく、パラメータの値である。

4. 交点は計算できる

計算 4.1：二つの項が等しくなる N を解く。

$$b^2 = \frac{\sigma^2}{N^*} \implies N^* = \frac{\sigma^2}{b^2} = 10^4$$

そこでの二乗平均は $\sqrt{2}b = 0.014142136$ である。

観察 4.2

交点での値が偏りの $\sqrt{2}$ 倍になる。0.014142136 対 0.014142136——二つの項が等しいので、和は $2b^2$ になる。

観察 4.3

測った範囲は交点の手前だった。8100 < 10000——だから $N = 8100$ でも両方の項が効いており、下げ止まりがはっきり見えなかった。

観察 4.4

交点の 100 倍では、偏り項が 0.990099 を占める。 $N = 10^6$ ——そこで初めて「下がる雑音」に見える。

観察 4.5

交点の 100 分の 1 では、揺らぎ項が同じ 0.990099 を占める。 $N = 100$ ——境目の反対側であり、そこでは「下がる雑音」に見える。

観察 4.6

同じ雑音が、 N をまたいで二つの顔を見せる。 $N = 100$ と $N = 10^6$ ——見えている顔は、雑音の性質ではなく測定長さで決まる。

5. 分離子

分離子：雑音が二種類あるのか、一本の式のどちら側にいるのか。

観察 5.1

二種類なら、どちらかを取り除ける。別の機構——片方だけを対策できるはずである。

観察 5.2

一本の式なら、 N を変えるだけで顔が変わる。 b と σ は同じまま——実際、同じ数列で両方の顔が出た。

観察 5.3

二つは論文300 の基準で別根である。どちらも「下がる雑音」と言える——一方は別の機構の存在、一方は同じ式の一方の項が勝っている状態である。

観察 5.4

論文312 は前者の側で二つを分けた。熱雑音・ショット雑音・ $1/f$ 雑音——機構が違えば確かに別物である。本稿が示したのは、機構が一つでも二つの顔が出るということである。

観察 5.5

論文322 と同じ形である。一つのセンサ誤差が三つの冪で届く——源が一つでも、届き方が複数ある。

観察 5.6

これは論文481 という分離子の一本である。「長く測っても下がらない」という報告が来たとき——別の雑音が混ざったのか、交点を越えただけなのかで、直す先が違う。

観察 5.7

正直に言えば——扱ったのは定数の偏りだけである。 $1/f$ のような相関のある雑音は入っていない——そちらは平均しても下がらないが、理由が違う。相関があるとき σ^2/N という項自体が成り立たず、本稿の式は使えない。「下がらない」の中身は、少なくとも二つある。

6. 点呼と結び

1. 偏り無しで **3.0152** 分の **1** (観察 2.2) : 次も **2.9386**。
2. 偏りありで **0.014863576** (計算 2.1) : 下げ止まる。
3. $N = 100$ では見分けられない (観察 2.5) : **0.100658** 対 **0.100632**。
4. 閉じた式と **1.3** パーセント以内 (計算 3.1) : 本稿の芯。
5. 偏り 0 側も同じ式 (観察 3.3) : **$b = 0$** と置くだけ。
6. 交点 $N^* = 10^4$ (計算 4.1) : **σ^2/b^2** 。
7. 交点で $\sqrt{2}$ 倍 **0.014142136** (観察 4.2) : 二項が等しい。
8. 測定範囲は交点の手前 (観察 4.3) : **$8100 < 10000$** 。
9. 分離子は二種類か一本の式か (観察 5.3) : 論文300 の基準で別根。

10. $1/f$ は扱っていない（観察 5.7）：「下がらない」は少なくとも二つ。

結び：長く測れば下がる雑音と、下がらない雑音は、別の雑音だと思われる——片方は平均で消え片方は残る、二種類ある、という像である。だが $\text{RMS}(N) = \sqrt{b^2 + \sigma^2/N}$ には項が二つしかない。雑音は一つで、どちらの項が大きいかわきが変わる。両側を測る—— $\sigma = 1$ 、 $b = 0.01$ 、種 400 本で測ると、偏り無しでは $N = 100$ 、900、8100 に対し 0.100658455、0.033383439、**0.011360408**、偏りありでは 0.100632328、0.034350201、**0.014863576** である。偏りが無ければ N を 9 倍にして **3.0152** 分の 1、次の 9 倍で **2.9386** 分の 1 と、どちらも **3** に近い。偏りがあると $N = 8100$ で 0.014863576 に下げ止まり、改善の比も **2.3110** 倍と、偏り無しの **2.9386** 倍より小さい。だが $N = 100$ では 0.100658455 対 0.100632328 とほとんど同じで、小さい N では偏りの有無を見分けられない。一本の式である——偏りのある側を閉じた式と比べると、 $N = 100$ 、900、8100 で相対差 0.0013、0.0130、**0.0057** と、三点とも 1.3 パーセント以内で合う。残りは種の数有限であることによる推定の揺らぎである。偏り 0 の側も $b = 0$ と置くだけで同じ式になり、 $N = 8100$ で 0.011360408 対 0.011111111 と合う。つまり二種類の雑音ではなく、分けているのは雑音の種類ではなくパラメータの値である。交点は計算できる——二つの項が等しくなる N は $N^* = \sigma^2/b^2 = 10^4$ で、そこでの二乗平均は $\sqrt{2}b = 0.014142136$ である。二つの項が等しいので和が $2b^2$ になり、 $\sqrt{2}$ 倍が出る。測った範囲 $N \leq 8100$ は交点の手前で、だから $N = 8100$ でも両方の項が効いており、下げ止まりがはっきり見えなかった。交点の 100 倍にあたる $N = 10^6$ では偏り項が **0.990099** を占め、そこで初めて「下がらない雑音」に見える。交点の 100 分の 1 にあたる $N = 100$ では揺らぎ項が同じ **0.990099** を占め、そこでは「下がる雑音」に見える。同じ雑音が N をまたいで二つの顔を見せ、見えている顔は雑音の性質ではなく測定長さで決まる。分けているものは一つ——雑音が二種類あるのか、一本の式のどちら側にいるのか。二種類なら別の機構なので、片方だけを対策できるはずである。一本の式なら、 b と σ を変えずに N を変えるだけで顔が変わる。実際、同じ数列で両方の顔が出た。二つは論文300 の基準で別根であり、どちらも「下がらない雑音」と言えるが、一方は別の機構の存在、一方は同じ式の一方の項が勝っている状態である。論文312 は前者の側で二つを分けた。熱雑音・ショット雑音・ $1/f$ 雑音は機構が違えば確かに別物である。本稿が示したのは、機構が一つでも二つの顔が出るということである。論文322 と同じ形で、一つのセンサ誤差が三つの冪で届くように、源が一つでも届き方が複数ある。これは論文481 という分離子の一本で、「長く測っても下がらない」という報告が来たとき、別の雑音が混ざったのか交点を越えただけなのかで直す先が違う。正直に言えば——扱ったのは定数の偏りだけである。 $1/f$ のような相関のある雑音は入っておらず、そちらは平均しても下がらないが理由が違う。相関があるとき σ^2/N という項自体が成り立たず、本稿の式は使えない。「下がらない」の中身は、少なくとも二つある。

参考文献

1. Allan, D. W. (1966). Statistics of Atomic Frequency Standards. *Proceedings of the IEEE*.
2. Birkhoff, G. D. (1931). Proof of the Ergodic Theorem. *Proceedings of the National Academy of Sciences*.
3. Box, G. E. P., & Muller, M. E. (1958). A Note on the Generation of Random Normal Deviates. *Annals of Mathematical Statistics*.
4. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 —— 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914

5. 山岸勇輝 (2026). 『長く測れば下がる雑音と、下がらない雑音がある』 [論文312]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22174709
6. 山岸勇輝 (2026). 『同じ一つのセンサ誤差が、位置には三つの別々の冪で届く』 [論文322]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209240
7. 山岸勇輝 (2026). 『「法則が破れた」は、どの仮定へも落とせる』 [論文481]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733927

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)