

「勢力圏」は三つあり、質量比を 1000 分の 1 にすると別々に縮む

— 地球のヒル半径は **149.6433** 万 km、ラプラスの作用圏は **92.4554** 万 km、重力が等しくなる点は **25.8781** 万 km — 月は前二つの内側で、三つ目の外側にいる — [論文505]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

惑星の勢力圏は一つの半径だと思われている。本稿が示すのは、三つの定義があり、指数が $1/3$ 、 $2/5$ 、 $1/2$ で違うことである——だから質量比を変えると、三つが別々に動く。新しい定理も法則も主張しない。第一に、地球のヒル半径は **149.6433** 万 km である（第2節）。第二に、ラプラスの作用圏は **92.4554** 万 km、重力が等しくなる点は **25.8781** 万 km である（第2節）。第三に、最大と最小が **5.7826** 倍ひらく（第2節）。第四に、これが本稿の芯である。質量比を 1000 分の 1 にすると、三つは **10.000000** 倍、**15.848932** 倍、**31.569804** 倍と、別々に縮む（第3節）。第五に、そのときひらきは **5.7826** 倍から **18.2556** 倍へ変わる（第3節）。第六に、分離子は「何と釣り合わせたか」である（第4節）。キーワード：勢力圏、ヒル半径、ラプラスの作用圏、天体力学、質量比。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ヒル半径もラプラスの作用圏も標準的であり、指数が違うことも既知である。軌道力学を作らない——摂動、脱出条件、探査機の航法は主題ではない。三つの半径の値と、質量比への依存だけを見る。円軌道に限る——地球の軌道離心率を無視し、太陽からの距離を一定として計算した。どれが正しいかを決めない——用途によって使うべき定義が違う。本稿はどれが正しいとは言わない。三つ以外を数えていない——ロッシュ限界や重力捕獲の半径は入れていない。三つで打ち止めだとは主張しない。既刊との関係：論文337 は太陽系の「果て」が五つあり、最小と最大が **5106** 倍ひらくと示した——あちらは太陽の周りで五つ、こちらは地球の周りで三つである。論文490 はラグランジュ点の柵が質量比 **24.96** だと示した——同じ質量比が、こちらでは三つの半径を別々に動かす。論文300 は同根か別根かが判定できると示した——三つは別根であり、指数がその証拠になる。論文481 は分離子が無いと反証の行き先が決まらなないと示した——本稿はその分離子を一本書く。加えたのは、三つの半径を同じ表に置いたこと、ひらきを **5.7826** 倍と出したこと、質量比を動かして縮み方を閉じた式と突き合わせたこと、ひらき自体が **18.2556** 倍へ変わることを示したこと、月の位置で三つの判定が割れることを示したことである。

1. 記法と問い

設定：質量 M の主星から距離 a にある、質量 m の惑星を考え、質量比を $q = m/M$ と書く。「勢力圏」には少なくとも三つの定義がある。

$$r_H = a \left(\frac{q}{3} \right)^{1/3}, \quad r_S = a q^{2/5}, \quad \frac{r_E}{a - r_E} = \sqrt{q}$$

左からヒル半径、ラプラスの作用圏、両者の重力が等しくなる点である。以下、地球と太陽で $q = 3.002735 \times 10^{-6}$ として数を出す。

観察 1.1

惑星の勢力圏は一つの半径だと思われている。そこまでは惑星が支配し、外は主星が支配する——境界が一本ある、という像である。

観察 1.2

だが上の三つは、指数が違う。1/3、2/5、1/2——同じ質量比から、違う数が出る。

問い：三つはどれだけひらき、質量比を変えるとどう動くのか。

2. 三つの半径

計算 2.1：地球について三つを出す。

定義	指数	半径
ヒル半径	1/3	149.6433 万 km
ラプラスの作用圏	2/5	92.4554 万 km
重力が等しくなる点	1/2	25.8781 万 km

観察 2.2

ヒル半径が実測と合う。 1.496433×10^9 m——約 150 万 km というよく引かれる値と一致する。

観察 2.3

作用圏も既知と合う。 $9.245539 \times 10^8 \text{ m}$ ——探査機の航法で使われる約 92 万 km である。

観察 2.4

三つは 5.7826 倍ひらく。最大と最小——「地球の勢力圏はどこまでか」という問いに、六倍の幅がある。

観察 2.5

順序は決まっている。ヒル > 作用圏 > 釣り合い点—— q が小さいとき、指数が小さいほど大きな半径を与える。

観察 2.6

月は三つのうち二つの内側にいる。 $3.844 \times 10^8 \text{ m}$ ——ヒル半径と作用圏の内側だが、重力が等しくなる点より外である。「月は地球のものか」という問いの答が、定義で割れる。

3. 質量比を動かすと、別々に縮む

計算 3.1 : q を 1000 分の 1 にして、三つがどれだけ縮むかを見る。

定義	縮み方	閉じた式
ヒル半径	10.000000 倍	$1000^{1/3} = 10.000000$
ラプラスの作用圏	15.848932 倍	$1000^{2/5} = 15.848932$
重力が等しくなる点	31.569804 倍	$1000^{1/2} = 31.622777$

観察 3.2

ヒルと作用圏は閉じた式に一致する。10.000000000 と 15.848931925——指数がそのまま縮み方になっている。

観察 3.3

釣り合い点だけは厳密に一致しない。31.569804 対 31.622777、差 5.297×10^{-2} ——式に $1 + \sqrt{q}$ という分母があるため、 q が小さいほど $1000^{1/2}$ に寄る。

観察 3.4

三つの縮み方が互いに違う。10.0000、15.8489、31.5698——同じ操作をしたのに、答が三通りある。

観察 3.5

だからひらき自体が変わる。5.7826 倍から 18.2556 倍へ——「三つの定義の差は小さい」と言えるのは、いまの質量比でだけである。

観察 3.6

軽い衛星ほど、定義の差が効く。 q が小さいほどひらきが大きい——小天体では、どの定義を使うかが答を大きく変える。

4. 分離子

分離子：何と釣り合わせて半径を決めたか。

観察 4.1

潮汐力と釣り合わせれば、ヒル半径になる。指数 $1/3$ ——回転する系で、遠心力を含めた実効的な力の釣り合いである。

観察 4.2

摂動の相対的な大きさに切れば、作用圏になる。指数 $2/5$ ——どちらを主星として扱うほうが誤差が小さいか、という比較である。

観察 4.3

重力そのものを比べれば、釣り合い点になる。指数 $1/2$ ——最も素朴で、最も内側にある。

観察 4.4

三つは論文300の基準で別根である。どれも「勢力圏」と呼ばれる——釣り合わせた相手が違い、その違いが指数として現れている。指数は別根の指紋である。

観察 4.5

論文337は太陽の周りで五つ数えた。最小と最大が5106倍——こちらは地球の周りで三つ、5.7826倍である。同じ形が、入れ子になった二つの階層で起きている。

観察 4.6

論文490の柵と同じ質量比が効いている。あちらでは24.96という一つの閾値——こちらでは同じ q が三つの半径を別々に動かす。

観察 4.7

正直に言えば——三つで打ち止めだとは示していない。ロッシュ限界や捕獲半径は数えていない——「勢力圏」と呼ばれうる量は他にもあり、本稿が示したのは、少なくとも三つあって指数が違うということまでである。

5. 点呼と結び

1. ヒル半径 **149.6433 万 km** (計算 2.1) : 実測と一致。
2. 作用圏 **92.4554 万 km** (観察 2.3) : 航法で使われる値。
3. 釣り合い点 **25.8781 万 km** (計算 2.1) : 最も内側。
4. ひらきは **5.7826 倍** (観察 2.4) : 六倍の幅。
5. 縮み方が **10.0000 / 15.8489 / 31.5698** (計算 3.1) : 本稿の芯。
6. 釣り合い点だけ厳密に一致しない (観察 3.3) : 分母 $1 + \sqrt{q}$ のため。
7. ひらきが **18.2556 倍** へ (観察 3.5) : 差の大きさ自体が動く。
8. 月の判定が割れる (観察 2.6) : 二つの内側、一つの外側。
9. 分離子は何と釣り合わせたか (観察 4.4) : 指数が別根の指紋。
10. 三つで打ち止めではない (観察 4.7) : 他にもありうる。

結び：惑星の勢力圏は一つの半径だと思われている——そこまでは惑星が支配し外は主星が支配する、境界が一本あるという像である。だが定義は三つあり、指数が $1/3$ 、 $2/5$ 、 $1/2$ と違う。同じ質量比から、違う数が出る。三つの半径——地球について、ヒル半径は **149.6433 万 km**、ラプラスの作用圏は **92.4554 万 km**、重力が等しくなる点は **25.8781 万 km** である。ヒル半径の $1.496433 \times 10^9 \text{ m}$ はよく引かれる約 **150 万 km** と一致し、作用圏の $9.245539 \times 10^8 \text{ m}$ は探査機の航法で使われる約 **92 万 km** である。三つは **5.7826 倍** ひらき、「地球の勢力圏はどこまでか」という問いに六倍の幅がある。順序はヒル > 作用圏 > 釣り合い点で、 q が小さいとき指数が小さいほど大きな半径を与える。そして月は $3.844 \times 10^8 \text{ m}$ でヒル半径と作用圏の内側だが、重力が等しくなる点より外である——「月は地球のものか」という問いの答が、定義で割れる。質量比を動かすと、別々に縮む—— q を 1000 分の 1 にすると、ヒル半径は **10.000000 倍**、作用圏は **15.848932 倍**、釣り合い点は **31.569804 倍** に縮む。前二つは閉じた式 $1000^{1/3}$ と $1000^{2/5}$ に一致し、指数がそのまま縮み方になっている。釣り合い点だけは $1000^{1/2} = 31.622777$ と 5.297×10^{-2} 違うが、これは式に $1 + \sqrt{q}$ という分母があるためで、 q が小さいほど寄る。三つの縮み方が互いに違い、同じ操作をしたのに答が三通りある。だからひらき自体が **5.7826 倍** から **18.2556 倍** へ変わり、「三つの定義の差は小さい」と言えるのはいまの質量比だけでである。軽い衛星ほど定義の差が効き、小天体ではどの定義を使うかが答を大きく変える。分けているものは一つ——何と釣り合わせて半径を決めたか。潮汐力と釣り合わせればヒル半径になり、指数は $1/3$ で、回転する系で遠心力を含めた実効的な力の釣り合いである。摂動の相対的な大きさに切れば作用圏になり、指数は $2/5$ で、どちらを主星として扱うほうが誤差が小さいかという比較である。重力そのものを比べれば釣り合い点になり、指数は $1/2$ で、最も素朴で最も内側にある。三つは論文300の基準で別根であり、どれも「勢力圏」と呼ばれるが、釣り合わせた相手が違い、その違いが指数として現れている。指数は別根の指紋である。論文337は太陽の周りで五つ数え、最小と最大が **5106 倍** だった。こちらは地球の周りで三つ、**5.7826 倍** で、同じ形が入れ子になった二つの階層で起きている。論文490の柵と同じ質量比が効いており、あちらでは **24.96** という一つの閾値だったが、こちらでは同じ q が三つの半径を別々に動かす。正直に言えば——三つで打ち止めだとは示していない。ロッシュ限界や捕獲半径は数えておらず、「勢力圏」と呼ばれうる量は他にもある。本稿が示したのは、少なくとも三つあって指数が違うということまでである。

参考文献

- 1. Hill, G. W. (1878). Researches in the Lunar Theory. *American Journal of Mathematics*.
- 2. Laplace, P.-S. (1799). *Traité de Mécanique Céleste*. Duprat, Paris.
- 3. Roy, A. E. (2005). *Orbital Motion* (4th ed.). Institute of Physics Publishing.
- 4. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
- 5. 山岸勇輝 (2026). 『太陽系の「果て」は五つあり、最小と最大は **5106** 倍ひらく』 [論文337]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22681940
- 6. 山岸勇輝 (2026). 『「法則が破れた」は、どの仮定へも落とせる』 [論文481]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733927
- 7. 山岸勇輝 (2026). 『山の頂上に、物が留まっている』 [論文490]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22760033

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)