

弦を一本足すと、局所で確かめられる性質だけが壊れる

— 六角形に弦を一本足すと、次数が奇数の頂点が **2** 個できてオイラー回路が消える — ところがハミルトン閉路は **2** 本のまま変わらない — [論文508]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

一筆書きと巡回路は、どちらもグラフを一周する問題だと思われる。本稿が示すのは、同じ辺を一本足すと、片方だけが壊れることである——片方には頂点ごとの証書があり、片方には無い。新しい定理も法則も主張しない。第一に、輪グラフの全走査の本数は $(n-1)!$ に一致し、 $n=10$ で **362880** 本である（第2節）。第二に、有効なハミルトン閉路はどの n でもちょうど **2** 本（往路と復路）である（第2節）。第三に、 n を **1** 増やすと走査が **8.0000** 倍、次は **9.0000** 倍と、増え方自体が増える（第2節）。第四に、 $n=20$ では次数 **20** 個 対 **1.216451×10^{17}** 本、比は **6.082×10^{15}** 倍である—— $n=10$ ではまだ **3.629×10^4** 倍にすぎない（第3節）。第五に、これが本稿の芯である。弦を一本足すとオイラー回路は消えるが、ハミルトン閉路は **2** 本のままである（第4節）。第六に、分離子は「頂点ごとの証書があるか」である（第5節）。キーワード：オイラー路、ハミルトン閉路、NP 完全、グラフ理論、局所的な証明書。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——オイラーの定理も、ハミルトン閉路問題が NP 完全であることも標準的である。計算量理論を作らない——NP 完全性の証明や P と NP の関係には立ち入らない。総当たりの規模だけを数える。よいアルゴリズムを扱わない——分枝限定法や動的計画法は使っていない。総当たりの本数は上限であって、実際に必要な手間ではない。小さなグラフしか走査していない——全走査は $n = 10$ ままで、 $n = 20$ の値は $(n - 1)!$ から計算した。連結性を判定に含めていない——オイラーの条件のうち「連結」の部分は、輪グラフでは自明なので次数だけを見た。既刊との関係：論文348 は同じグラフで繋ぐのは安く並べるのは高いと示し、分離子を「順序を要求するか」に置いた——本稿の分離子はそれとは別で、「頂点ごとの証書があるか」である。論文300 は同根か別根かが判定できると示した——二つの周回は別根である。論文481 は分離子が無いと反証の行き先が決まらなると示した——本稿はその分離子を一本書く。論文507 は答が接するところで決まる三つを並べた——同じく、似た形の問いが別の型を持つ場合である。加えたのは、全走査の本数が $(n - 1)!$ に一致することを確認したこと、有効な閉路が 2 本だと数えたこと、増え方が 8.0000 から 9.0000 へ動くことを示したこと、手間の比を $n = 10$ と $n = 20$ で並べたこと、弦一本で片方だけが壊れることを実測したことである。

1. 記法と問い

設定：頂点 n 個の輪グラフを取り、二つの問いを立てる。一つは「すべての辺をちょうど一度ずつ通る閉路があるか」（オイラー回路）、もう一つは「すべての頂点をちょうど一度ずつ通る閉路があるか」（ハミルトン閉路）である。前者は各頂点の次数が偶数かを見れば足りる。後者は、頂点の並びを総当たりする。以下、全走査の本数と、有効な閉路の本数を分けて数える。

観察 1.1

一筆書きと巡回路は、どちらもグラフを一周する問題だと思われる。辺を尽くすか、頂点を尽くすか——似た形の問いに見える、という像である。

観察 1.2

だが片方は頂点ごとに答が読める。次数が偶数か——もう片方には、そういう読み方が知られていない。

問い：その差は、どこで測れるのか。

2. 全走査を数える

計算 2.1：輪グラフで、二つの判定にかかる手間を数える。

n	オイラー判定	全走査の本数	有効な閉路
6	次数 6 個	120	2
8	次数 8 個	5040	2
9	次数 9 個	40320	2
10	次数 10 個	362880	2

観察 2.2

全走査の本数が $(n - 1)!$ に一致する。362880 対 362880——閉じた式との一致であり、走査が本当に全部を見ていることの確認になる。

観察 2.3

有効な閉路はどの n でも 2 本である。往路と復路——輪グラフには周り方が二通りしかない。

観察 2.4

答が 2 本しかないのに、362880 本を調べている。18 万分の 1 未満——見つけるのが難しいのではなく、無いことを確かめるのが高い。

観察 2.5

増え方自体が増える。 n を 8 から 9 にすると 8.0000 倍、9 から 10 にすると 9.0000 倍——指数なら比が一定になるはずで、そうならない。階乗である。

3. $n = 20$ で測る

計算 3.1 : $n = 20$ で二つの手間を並べる。

判定	手間
オイラー回路	次数 20 個を見るだけ
ハミルトン閉路 (全走査)	1.216451×10^{17} 本
比	6.082×10^{15} 倍

観察 3.2

オイラー判定は $n = 20$ でも即座に終わる。0.000000 秒——頂点の数だけ見ればよい。

観察 3.3

比が 10^{15} を超える。 6.082×10^{15} 倍——同じグラフ、同じ「一周する」という言葉である。

観察 3.4

比そのものが n で急に増える。 $n = 10$ で 3.629×10^4 倍、 $n = 20$ で 6.082×10^{15} 倍—— n を 2 倍にして、比が 11 桁増えた。

観察 3.5

だから小さい例では差が見えない。 $n = 10$ なら 0.2 秒——手元で試せる範囲では、二つは同じくらい簡単に見える。

4. 弦を一本足す

計算 4.1 : 六角形の輪に、向かい合う頂点を結ぶ弦を一本足す。

量	弦の前	弦の後
次数が奇数の頂点	0 個	2 個
オイラー回路	ある	無い
ハミルトン閉路の本数	2	2

観察 4.2

弦一本でオイラー回路が消える。次数が奇数の頂点が **2** 個——その二つを見るだけで判定できる。

観察 4.3

ハミルトン閉路は変わらない。**2** 本のまま——弦を使う閉路は **1、2、4、5** を尽くせないので、新しい閉路は生まれない。

観察 4.4

つまり同じ辺一本が、片方だけを壊している。オイラーは壊れ、ハミルトンは無傷——「一周する」という言葉が同じでも、辺の追加への反応が違う。

観察 4.5

壊れた側は、壊れたことを二頂点で示せる。奇数次数の頂点——「無い」という答に、短い証書が付く。

観察 4.6

無傷の側は、無傷であることを二頂点では示せない。全走査が要る——「ある」ほうは経路を見れば済むが、「無い」ほうには短い証書が知られていない。

5. 分離子

分離子：頂点ごとの証書があるか。

観察 5.1

あるなら、局所を見て全体が決まる。次数が偶数か—— n 個の独立な検査で足りる。

観察 5.2

無いなら、全体を見なければ決まらない。 $(n-1)!$ 本——どの頂点も、単独では何も言わない。

観察 5.3

二つは論文300 の基準で別根である。どちらも「一周できるか」——一方は局所の性質の連言、一方はそうでない。判定の型が違う。

観察 5.4

論文348 は同じ対比を別の分離子で切った。繋ぐのは安く、並べるのは高い——あちらの分離子は「順序を要求するか」だった。本稿は「局所の証書があるか」で切っており、同じ現象に二つの切り口がある。

観察 5.5

弦の実験が、二つの分離子を見分ける。順序はどちらの問いも要求している——それでも弦一本の反応が違うのだから、効いているのは順序ではなく証書の側である。

観察 5.6

これは論文481 でいう分離子の一本である。「この問題は難しい」という主張が問われたとき——規模が大きいのか、局所の証書が無いのかで、直す先が違う。

観察 5.7

正直に言えば——総当たりの本数は上限であって、必要な手間ではない。分枝限定法を使えば、多くの場合はずっと早く終わる——本稿が測ったのは「何も工夫しないとどうなるか」であり、ハミルトン閉路問題が本質的に難しいことの証明ではない。それは計算量理論の側の話である。

6. 点呼と結び

1. 全走査が $(n-1)!$ に一致（観察 2.2）： $n=10$ で **362880** 本。
2. 有効な閉路は **2** 本（観察 2.3）：往路と復路。
3. **2** 本のために **362880** 本（観察 2.4）：無いことの確認が高い。
4. 増え方が **8.0000** から **9.0000** へ（観察 2.5）：階乗である。
5. $n=20$ で比 6.082×10^{15} 倍（計算 3.1）： $n=10$ では 3.629×10^4 倍。
6. 弦一本でオイラーが消える（観察 4.2）：奇数次数が **2** 個。
7. ハミルトンは **2** 本のまま（観察 4.3）：本稿の芯。
8. 壊れた側には短い証書が付く（観察 4.5）：二頂点で示せる。
9. 分離子は局所の証書があるか（観察 5.3）：論文**300** の基準で別根。
10. 総当たりは上限である（観察 5.7）：難しさの証明ではない。

結び：一筆書きと巡回路は、どちらもグラフを一周する問題だと思われている——辺を尽くすか頂点を尽くすか、似た形の問いに見えるという像である。だが片方は頂点ごとに答が読める。次数が偶数かどうかであり、もう片方にはそういう読み方が知られていない。全走査を数える——輪グラフで全部の並びを走査すると、本数は $n=6$ で **120**、 8 で **5040**、 9 で **40320**、 10 で **362880** となり、閉じた式 $(n-1)!$ に一致する。有効なハミルトン閉路はどの n でも **2** 本で、輪グラフには往路と復路の二通りしかない。答が **2** 本しかないのに **362880** 本を調べており、見つけるのが難しいのではなく、無いことを確かめるのが高い。増え方自体が増え、 n を **8** から **9** にすると **8.0000** 倍、 9 から 10 にすると **9.0000** 倍——指数なら比が一定になるはずで、そうならない。階乗である。 $n=20$ で測る——オイラー判定は次数 **20** 個を見るだけで **0.000000** 秒、ハミルトンの全走査は 1.216451×10^{17} 本、比は 6.082×10^{15} 倍である。同じグラフ、同じ「一周する」という言葉である。比そのものが n で急に増え、 $n=10$ では 3.629×10^4 倍にすぎない。 n を **2** 倍にして、比が **11** 桁増えた。だから小さい例では差が見えず、 $n=10$ なら **0.2** 秒で終わって、手元で試せる範囲では二つは同じくらい簡単に見える。弦を一本足す——六角形の輪に向かい合う頂点を結ぶ弦を足すと、次数が奇数の頂点が **2** 個できてオイラー回路が消える。その二つを見るだけで判定できる。ところがハミルトン閉路は **2** 本のまま変わらない。弦を使う閉路は **1**、**2**、**4**、**5** を尽くせないで、新しい閉路は生まれない。つまり同じ辺一本が片方だけを壊しており、「一周する」という言葉が同じでも、辺の追加への反応が違う。壊れた側は、壊れたことを奇数次数の二頂

点で示せる。「無い」という答に短い証書が付く。無傷の側は、無傷であることを二頂点では示せず、全走査が要る。「ある」ほうは経路を見せれば済むが、「無い」ほうには短い証書が知られていない。分けているものは一つ——頂点ごとの証書があるか。あるなら局所を見て全体が決まり、 n 個の独立な検査で足りる。無いなら全体を見なければ決まらず、 $(n-1)!$ 本を走査することになる。どの頂点も、単独では何も言わない。二つは論文300の基準で別根であり、どちらも「一周できるか」だが、一方は局所の性質の連言、一方はそうでない。判定の型が違う。論文348は同じ対比を別の分離子で切り、繋ぐのは安く並べるのは高いとして「順序を要求するか」を置いた。本稿は「局所の証書があるか」で切っており、同じ現象に二つの切り口がある。そして弦の実験が二つの分離子を見分ける。順序はどちらの問いも要求しているのに、弦一本への反応が違うのだから、効いているのは順序ではなく証書の側である。これは論文481でいう分離子の一本で、「この問題は難しい」という主張が問われたとき、規模が大きいのか局所の証書が無いのかで直す先が違う。正直に言えば——総当たりの本数は上限であって、必要な手間ではない。分枝限定法を使えば多くの場合はずっと早く終わる。本稿が測ったのは「何も工夫しないとどうなるか」であって、ハミルトン閉路問題が本質的に難しいことの証明ではない。それは計算量理論の側の話である。

参考文献

1. Bondy, J. A., & Murty, U. S. R. (2008). *Graph Theory*. Springer.
 2. Euler, L. (1736). *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. *Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae*.
 3. Karp, R. M. (1972). Reducibility Among Combinatorial Problems. In *Complexity of Computer Computations*, Plenum.
 4. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
 5. 山岸勇輝 (2026). 『同じグラフで、繋ぐのは安く、並べるのは高い』 [論文348]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22683555
 6. 山岸勇輝 (2026). 『「法則が破れた」は、どの仮定へも落とせる』 [論文481]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733927
 7. 山岸勇輝 (2026). 『三つの別々の答は、どれも「接する」ところで決まっている』 [論文507]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22861868
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)