

山岸・重力多重極集約理論

— 第4版：集約を許可しているのは指数 $n=2$ であり、 4π は答えに残らない。ただしその許可は球殻定理までしか届かない — [論文51]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月 (第4版)

— From thinking to syncing. —

要旨

遠方にある球対称な質量分布は、総質量と重心という二つの量だけで、外部の重力場を誤差ゼロで再現できる。これがニュートンの球殻定理である。本稿はこの集約許可の出所を一つに特定する。【第4版】その一行は強すぎた。初版から第3版まで、本稿はこれを「 N 体計算においてバーンズ・ハット法や高速多重極法 (FMM) が $O(N^2)$ を圧縮できる根拠でもある」と述べていた。球殻定理は球対称な殻についての厳密な言明であり、両手法が扱うのは非対称な塊で、誤差はゼロにならない。実のところ本稿の系4.3 は既に誤差を $O(\theta^2)$ と書いており、要旨と本体が食い違っていた。帰属は球殻定理までであって、FMM には届かない。FMM の許可証は低ランク分離可能性であり、指数が 2 でない核 ($\log r \cdot$ 湯川・ヘルムホルツ $\cdot 1/r^4 \cdot$ ガウシアン) でも同じ圧縮が働く。核非依存 FMM の存在自体が反例である (論文124)。また FMM は $O(N)$ であり、 $O(N \log N)$ はバーンズ・ハット法である (本稿の定理7.1 は本文では正しく区別していた)。【第4版】逆に、「 4π は答えに残らない」には二本目の脚が付いた。 4π は核の全体因子であり、階層的低ランク法の計算量は核の定数倍で変わらない。したがって 4π は複雑度に入りえない——幾何の相殺とは独立の、計算量からの証明である (論文124)。初版はそれを 4π に、より正確には山岸パッチ $G = 4\pi$ (論文35) に帰していた。第2版はこれを訂正し、許可を与えているのは指数 $n = 2$ (束保存) であって G の値ではないと述べた。第3版はこの訂正を本文の定理そのものに実行するとともに、訂正をもう一段先へ進める。中心的な主張は次の一行である： 4π は球殻定理の答えに残らない。球面を貫く束の積分は $g(r) \cdot 4\pi r^2$ 、ガウスの法則の右辺は $-4\pi GM$ であり、両辺の 4π は同一の対象 (全立体角 Ω_2) が二度現れたもので、完全に相殺する ($g = -GM/r^2$ 、記号計算で確認済)。したがって 4π は「許可証ではない」どころか、結論の中に存在しない。パッチ $G = 4\pi$ を代入したとき $g = -4\pi M/r^2$ に残る 4π は規約の側であり、幾何の側は既に消えている。初版が幾何と呼んで指差したものは、規約だった。集約を許可しているのは指数である。 4π は、その指数が「捨ててよい」と告げてくれる当のものである。

本稿の位置づけ：本稿が用いる定理群——球殻定理、多重極展開、因果的有限化、バーンズ・ハット法——はいずれも既存の物理学および計算機科学の内容である。本稿は新たな物理法則を主張せず、既存の結果に対してどの量がどの結論を支えているかという帰属だけを検査する。 $O(N^2)$ パラドックスについて（重要）：第1節に述べる計算量の爆発は物理学における未解決問題ではない。標準的な場の理論では全ペアの総和という操作はどこでも行われておらず、各点は局所的な場にのみ応答する。この「パラドックス」は、宇宙をN体シミュレータと見なす前提から生じるものであり、その前提の外では発生しない。

1. 序論 (Introduction)

アイザック・ニュートンの万有引力の法則は、2物体間の距離 r の2乗に反比例する引力を規定する。この法則を宇宙全体へ無制限に適用した場合、計算機科学的なパラドックスが生じる。全可視宇宙に含まれる素粒子数 N は約 10^{80} 個と見積もられており、全粒子対の相互作用をプランク時間ごとに直接計算するならば、必要な演算数は

$$\text{Operations per tick} = \frac{N(N-1)}{2} \approx O(N^2) \approx 10^{160} [\text{ops/tick}]$$

へ爆発する。現実の計算機科学（大規模N体シミュレーションおよび3DCGレンダリング）においては、この暴走を回避するためバーンズ・ハット（Barnes--Hut）空間分割法や高速多重極法（FMM）が必須とされる。

この「パラドックス」の地位：上記の爆発は、物理学における未解決問題ではない。それが問題として立ち現れるのは、宇宙が全粒子対の力を逐次的に足し上げる計算機であると前提した場合に限られる。標準的な場の理論において、そのような計算はどこでも行われていない。重力は局所的な場の方程式に従い、各点はその点における場にのみ応答する。全ペアの総和という操作は物理過程として存在せず、したがって 10^{160} という演算数もまた存在しない。

したがって本稿の問題設定は、物理的パラドックスの提示ではなく、「宇宙を計算機として読むならばどう見えるか」という枠組みの内部での問いである。本稿が扱う定理群（球殻定理・多重極展開・因果的有限化）は、この枠組みを採らずとも成立する既存の物理学であり、枠組みに依存しない。

1.1 遮断 (Culling) ではなく集約 (Aggregation)

本稿の初版（2026年7月）では、計算負荷の削減機構として湯川型の指数減衰

$$V_{\text{screened}}(r) = -\frac{4\pi M}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_H}\right) \quad (\text{初版・撤回})$$

を提案していた。第2版はこれを全面的に撤回した。重力には遮蔽が存在せず、指数減衰の導入は銀河回転曲線・重力レンズ・宇宙大規模構造の観測と正面から矛盾する（第2節）。

しかしながら、初版が散文において述べていた結論——「宇宙は局所的に高精度、遠方に粗結合という理想的な分散計算環境を維持している」——は正しい。誤っていたのは、その結論を表現する数式の選択であった。実際、初版が引用していたバーンズ・ハット法は力を切り捨てないアルゴリズムであり、遠方セルを重心1点へまとめるのみで寄与そのものは保存する。すなわち初版の引用文献は、初版の数式ではなく改訂版の数式を支持していた。

2. なぜ重力は遮蔽できないのか：媒介粒子質量による区別

定理 2.1 (湯川型遮蔽の重力への非適用性)

湯川ポテンシャルの指数減衰は媒介粒子の有限質量に由来する。重力の媒介場が質量ゼロである限り、重力ポテンシャルに指数減衰項は現れない。

証明 湯川秀樹（1935）が核力に対して導入したポテンシャル

$$V_Y(r) = -g^2 \frac{e^{-m_g r / \hbar}}{r}$$

において、減衰長 $\bar{\lambda} = \hbar / (m_g c)$ は媒介粒子の換算コンプトン波長であり、指数減衰はひとえに媒介粒子が質量 $m_g \neq 0$ を持つことの帰結である。核力の場合、媒介するパイ中間子の質量 $m_\pi \approx 140 \text{ MeV}/c^2$ が $\bar{\lambda}_\pi \approx 1.4 \text{ fm}$ という有限到達距離を与える。逆に $m_g \rightarrow 0$ の極限では $\bar{\lambda} \rightarrow \infty$ となり

$$\lim_{m_g \rightarrow 0} V_Y(r) = -\frac{g^2}{r}$$

すなわち純粋な逆2乗則が回復する。重力の媒介場（重力子）は理論的に質量ゼロであり、観測的にも重力波の分散測定から強い上限を与えられている。

注記 2.2 (第3版：どちらのコンプトン波長か)

第2版は本定理の減衰長を $\lambda = \hbar / (m_g c)$ と書きながら、続けて GW170104 の報告値 $\lambda_g \gtrsim 1.6 \times 10^{13} \text{ km}$ を引いていた。この二つは同じ量ではない。検算すると、 $m_g = 7.7 \times 10^{-23} \text{ eV}/c^2$ に対して

$$\frac{\hbar}{m_g c} = 2.56 \times 10^{12} \text{ km}, \quad \frac{h}{m_g c} = 1.61 \times 10^{13} \text{ km}$$

であり、引用値と一致するのは後者、すなわち 2π 倍だけ大きい通常のコンプトン波長 $\lambda = h / (mc)$ である。湯川指数に入るのは換算コンプトン波長 $\bar{\lambda} = \hbar / (mc)$ の方であるから、式は正しく、名前と引用値だけが 2π ずれていた。第3版は式を $\bar{\lambda}$ と書き、引用値には $\lambda = h / (mc)$ と明記する。

なおこの 2π は結論を一切変えない。上限は GW170104 が $m_g \leq 7.7 \times 10^{-23} \text{ eV}/c^2$ ($\lambda_g \gtrsim 1.6 \times 10^{13} \text{ km}$)、GWTC-3 による統合解析が $m_g \lesssim 1.3 \times 10^{-23} \text{ eV}/c^2$ であり、いずれで読んでも到達距離は 10^{12} km を優に超え、宇宙論的スケールにおける重力の指数遮蔽は許されない。結論に効かない場所であっても、量の名前は正しく書く——これは体系が繰り返し用いてきた検査である（論文16）。

系 2.3 (観測との矛盾)

ハッブル半径 r_H を減衰長とする遮蔽 e^{-r/r_H} を仮定すると、以下の確立された観測群と矛盾する：

1. 銀河団の重力レンズ: Mpc スケールの質量分布が背景光を偏向させる強度は、減衰なしの $1/r^2$ 則と整合する。
2. 宇宙大規模構造の成長: 密度ゆらぎの線形成長率は、長距離重力が減衰しないことを前提として観測と一致する。
3. 銀河回転曲線: 遠方質量の寄与が指数的に失われるならば、回転曲線の平坦性はさらに強い矛盾に陥る。

すなわち、計算負荷の削減を重力法則の改変によって達成する路線は、物理的に閉ざされている。解決は重力法則の幾何構造そのものに求めねばならない。

3. 束構造と集約許可定理

本節が本稿の中核である。遠方質量を粗視化してよい根拠は外挿的な近似ではなく、重力が束（フラックス）保存則であることから厳密に従う。第3版は、その「束保存」の中でどの量が働いているのかを最後まで分解する。

3.1 許可を与えているのは $n = 2$ である

初版は「 $G = 4\pi$ という幾何構造が集約の許可証として機能している」と述べていた。第2版はこの帰属を訂正した。検査は単純である——式から定数を消して結論が変わるかを見ればよい：

結論	$G = 1$ と置いたとき
球殻定理（定理3.2）	$g = -GM/r^2$ 。 G の値に依存せず成立
多重極誤差 $O(\theta^2)$ （定理4.1）	G が式に現れない
$O(N \log N)$ 圧縮（定理7.1）	G が式に現れない
因果的有限化（定理5.1）	c に依存。 G と無関係

では何が許可しているのか。逆2乗則そのもの、すなわち指数 $n = 2$ である。球面を貫く束は $\Phi(r) = 4\pi r^2 g(r)$ であり、 $g \propto r^{-n}$ と置けば

$$\Phi(r) \propto 4\pi r^{2-n}$$

となる。 Φ が r によらず保存するのは $n = 2$ のときに限られる（数値確認済： $n = 1, 3/2, 2, 5/2, 3$ のうち $n = 2$ のみ r 非依存）。そして束が保存するからこそ、閉曲面の内側の分布の詳細が外部に現れず、球殻定理が成立する。

これは本体系の土台と同一の条件である。論文01（ $n = d - 1$ 唯一性定理）、論文10（ $dm/dr = 4\pi r^{2-n}$ ）、論文41第2節（球面波の流束保存）は、いずれも同じ代数条件 r^{2-n} を扱っている。本稿の集約許可も、この同じ条件に帰着する。

3.2 【第3版】 4π は答えに残らない

第2版はここで筆を止め、「許可を与えているのは 4π ではない」と述べるにとどまった。もう一步進める。 4π は許可証でないだけでなく、球殻定理の結論の中に存在しない。

定理 3.1 (ガウス束容量)

重力に対するガウスの法則は、閉曲面を貫く重力束を

$$\oint_{\partial V} \mathbf{g} \cdot d\mathbf{A} = -4\pi G M_{enc}$$

と与える。ここで現れる 4π は3次元空間の全立体角 Ω_2 であり、単位系の選択によらない事実である（論文35第3版）。 G の値は単位系が定める規約であって、この式のどこにも制約を課さない。

定理 3.2 (球殻集約の厳密性)

球対称な質量分布 $\rho(\mathbf{r}')$ が半径 R 内に閉じているとき、 $r > R$ における重力場は、全質量 $M = \int \rho dV$ が重心に集中した点質量の場合と厳密に一致する（誤差ゼロ）。

証明 球対称性より $\mathbf{g}$ は動径方向で、半径 r の球面上で一定値 $g(r)$ をとる。左辺の面積分は球の面積 $4\pi r^2$ を与え、定理3.1の右辺と等置して

$$g(r) \cdot 4\pi r^2 = -4\pi GM \implies g(r) = -\frac{GM}{r^2}$$

左辺の 4π は球の面積に、右辺の 4π はガウス則の規格化に由来する。右辺は内部の質量分布 $\rho(\mathbf{r}')$ の詳細に一切依存せず、総質量 M のみで決まる。これはニュートンが『プリンキピア』（1687）第1巻命題LXXIで証明した球殻定理に他ならない。

系 3.3 (第3版の中心： 4π の相殺)

定理3.2の導出において、 4π は両辺に現れ、完全に相殺する。結論 $g = -GM/r^2$ に π は含まれない（記号計算で確認済）。

この相殺は偶然ではない。両辺の 4π は同一の対象が二度現れたものである——左辺のそれは半径 r の球の面積に含まれる立体角、右辺のそれはガウスの法則の規格化に含まれる立体角であり、どちらも $\Omega_2 = 4\pi$ という同じ幾何量である。同じものを両辺に置けば消えるのは当然であって、 4π は球殻定理において「働いている量」ではなく、「両側で釣り合って退場する量」である。

系 3.4 (帰属の裏返し)

山岸パッチ $G = 4\pi$ （論文35）を代入すると

$$g(r) = -\frac{4\pi M}{r^2}$$

となり、答えに 4π が現れる。しかしこの 4π は幾何ではなく規約である。それは代入した G の値そのものであって、立体角の方は既に相殺して消えている。

初版はこの式の 4π を指差して「集約を許可している幾何構造」と呼んでいた。指差された 4π は規約であり、幾何の 4π はその時点で式から消えている。帰属は誤っていただけでなく、裏返っていた。これが第3版の訂正の核心である。

注記 3.5 (二つの 4π を掛けてはならない)

第2版の定理3.1は $-4\pi GM = -(4\pi)(4\pi)M = -16\pi^2 M$ と書き、「前段の 4π は全立体角、後段は質量パッチ」と正しく名指ししたうえで、両者を掛けていた。名指しが正しいのに積を作れば、名前は書かれた次の行で失われる。論文35第3版が禁じているのはまさにこの合流であり——事実と規約を一つの数に畳むと、出所の記録が消える——第3版は積を作らず、 4π (事実) と G (規約) を分けたまま置く。定理3.2で相殺するのは前者だけであり、後者は G という文字のまま結論に残る。この分離を保ったからこそ、系3.4の裏返りが見えた。

注記 3.6 (相殺は $n = 2$ に依存する)

4π が相殺できるのは、そもそも相殺する相手（ガウスの法則）が存在するからであり、ガウスの法則が成立するのは束が r に依存しないとき、すなわち $n = 2$ のときに限られる（第3.1節）。指数が条件であり、 4π はその条件が「捨ててよい」と告げてくれる当のものである。なおこの相殺は次元によらない： d 次元空間では両辺に Ω_{d-1} が同一に現れて消え、 d とともに変わるのは指数 $n = d - 1$ の方である（論文01）。

系 3.7 (集約許可の意味)

定理3.2は、宇宙OSにとって決定的な意味を持つ。銀河のような遠方の質量集団を扱う際、OSは構成する星の座標を個別に保持する必要がなく、総質量と重心という2つの量のみで、厳密に同一の外部重力場を再現できる。この集約は近似ではなく、束保存からの厳密な帰結である。そしてその条件は $n = 2$ である。

4. 多重極集約と誤差制御

現実の質量分布は完全な球対称ではないため、集約には制御された誤差が生じる。この誤差の構造を多重極展開により定量化する。

定理 4.1 (多重極展開と $O(\theta^2)$ 誤差): 寸法 s のセル内に分布する質量群が、距離 $d \gg s$ の観測点に及ぼすポテンシャルは、セル重心まわりの多重極展開により

$$\Phi(d) = -\frac{G}{d} \left[M_{\text{cell}} + \frac{1}{2d^2} Q_{ij} \hat{n}_i \hat{n}_j + O\left(\frac{s^3}{d^3}\right) \right]$$

と表される。ここで双極子項は重心を展開中心に選ぶことで恒等的に消滅する。開き角 $\theta \equiv s/d$ を用いると、単極子近似の相対誤差は

$$\frac{|\Delta\Phi|}{|\Phi|} = O(\theta^2)$$

で抑えられる。

証明 四重極モーメント $Q_{ij} = \sum_k m_k (3x_{k,i}x_{k,j} - r_k^2 \delta_{ij})$ は $|Q| \lesssim M_{\text{cell}} s^2$ を満たす。したがって第2項と第1項の比は $\frac{Ms^2/d^2}{2M} \sim \frac{1}{2}(s/d)^2 = \frac{1}{2}\theta^2$ となる。

注記 4.2 (第3版：ここでも G は全体因子である)

上式で G は角括弧の外に立つ全体因子であり、相対誤差 $|\Delta\Phi|/|\Phi|$ を取れば約分されて消える。すなわち G の値は誤差評価にも受理判定にも一切入らない。第2版はこの式の G を 4π と書いていたが、書いても書かなくても θ 判定は同じものである。正規化された量に全体因子としてしか入らない量は、その量に対して検証不能である（論文35）。

系 4.3 (受理判定基準)

宇宙OSは、開き角が閾値を下回るセル ($\theta < \theta_{\text{crit}}$) に対してのみ単極子集約を適用する。バーンズ・ハット法の標準的採用値 $\theta_{\text{crit}} \approx 0.5$ において、個別相互作用の誤差は $O(\theta^2)$ に留まり、多数のセルにわたる統計的相殺を経た正味の力の相対誤差は実用上 10^{-2} 以下に収まる。

重要な性質として、この機構は力を捨てない。遠方セルの寄与は単極子（および必要に応じ四重極）として完全に保持される。削減されるのは「保持すべき自由度の数」であって「相互作用の強度」ではない。ここが初版の湯川遮蔽との決定的な差である。

5. 因果的地平線による源集合の厳密な有限化

集約とは独立に、源集合そのものを厳密に有限化する機構が存在する。これは近似ではなく、相対論の厳密な帰結である。

定理 5.1 (因果的源集合の有限性)

重力は光速 c で伝播するため、時刻 t ・ 位置 $\mathbf{x}$ における重力場に寄与しうる源は、過去光円錐の内部に限られる：

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = -G \int \frac{\rho(\mathbf{x}', t_{\text{ret}})}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x', \quad t_{\text{ret}} = t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{c}$$

この遅延時間構造（論文49）により、寄与する源の総数は粒子的地平線内部の有限個に厳密に限定される。

注記 5.2

この地平線は源集合の境界であって、境界内部の寄与を減衰させるものではない。初版の e^{-r/r_H} が誤りであったのは、地平線を「内部を徐々に弱める減衰長」として誤用した点にある。正しくは「外部を含まないための因果的な切り取り」である。有限化しているのは c の有限性であり、ここにも G は関与しない。

6. 有効数字閾値：プランク変位による下限

定理 6.1 (観測不能力の閾値)

質量 m の粒子に働く力 F が、宇宙年齢 $T \approx 4.35 \times 10^{17} \text{ s}$ の全期間にわたって累積してもプランク長 l_P 未満の変位しか生まないならば、その力は原理的に観測不能である。この閾値は

$$\frac{1}{2} \frac{F}{m} T^2 < l_P \implies F_{\min} < \frac{2m l_P}{T^2}$$

で与えられる。陽子質量 $m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ を代入すると

$$F_{\min} \approx \frac{2(1.673 \times 10^{-27})(1.616 \times 10^{-35})}{(4.35 \times 10^{17})^2} \approx 2.858 \times 10^{-97} \text{ N}$$

すなわち $\sim 10^{-97} \text{ N}$ 未満の力は、宇宙の全歴史を通じて最小長スケールの変位を生じない（数値確認済）。

注記 6.2 (初版の数値との関係)

初版は「初版が提示していた $\epsilon_{\text{cutoff}} \approx 10^{-100}$ N はオーダーとしてこの物理的下限に対応していた」と述べていた。この評価は甘い。両者の比は **2858 倍**、すなわち**3.46桁の隔**たりがある（数値確認済）。「オーダーとして対応」と呼べる範囲を超えている。正確には、初版の 10^{-100} は根拠を欠く数値であり、本節の 2.858×10^{-97} とは独立に導出されたものである。両者が近い桁に落ちたことは偶然の域を出ない。

注記 6.3 (本節の位置づけ)

さらに重要な点として、本節は改訂後の論旨においては必須ではない。第4節・第5節が示したとおり、改訂版の機構は力を一切切り捨てない——遠方の寄与は単極子として完全に保持される。したがって「観測不能な力の閾値」は、切り捨てを正当化するために初版が必要としていた道具であって、集約による圧縮には不要である。本節を残すのは、 $\sim 10^{-97}$ N という下限それ自体が独立に意味のある物理的スケールだからであり、本稿の主張を支えるためではない。

7. 計算複雑性の圧縮

定理 7.1 (複雑性圧縮)

八分木（Octree）による階層的空間分割と系4.3の受理判定を組み合わせるとき、 N 体系の1ステップあたりの相互作用計算量は

$$O(N^2) \xrightarrow[\text{Multipole Aggregation}]{\text{Octree}+\theta\text{-criterion}} O(N \log N)$$

へ圧縮される。さらに高速多重極法（Greengard & Rokhlin, 1987）を用いれば、局所展開と多重極展開の相互変換により $O(N)$ すなわち粒子数に線形な計算量が達成される。

証明 八分木の深さは $O(\log N)$ である。各粒子について、受理判定を満たすセルの集合は木の各深さで有界個（ θ_{crit} に依存する定数個）であるから、1粒子あたりの相互作用数は $O(\log N)$ となる。全粒子で総和して $O(N \log N)$ を得る。

8. 考察 (Discussion)

初版は「計算が破綻するから、重力法則の側を改変しなければならない」と考えた。改訂版が示したのは、「重力法則は、改変を要さずして既に計算可能な形式で書かれている」という事実である。球殻定理の厳密性、多重極展開の急速な収束、光速有限性による因果的切り取り——これらはいずれも既存の物理学である。【第4版】ただし $O(N \log N)$ 圧縮を可能にしているのは、この三つのうち多重極展開の収束であって、球殻定理ではない。球殻定理が与えるのは対称な殻についての誤差ゼロであり、木構造の各セルは対称ではない。

8.1 三つの版で、帰属はどこへ動いたか

集約を許可しているもの		4π の身分
初版	$G = 4\pi$ (山岸パッチ)	許可証としての幾何構造
第2版	指数 $n = 2$ (束保存)	「許可証ではない」立体角
第3版	指数 $n = 2$ (束保存)	結論に残らない (両辺で相殺)
第4版	指数 $n = 2$ (球殻定理まで)	結論に残らない (相殺 + 全体因子)

第2版から第3版への移動は小さく見えて、性質が違う。第2版は「 4π は許可証ではない」と格下げした。第3版が示したのは不在である—— 4π は球殻定理の結論の中に一度も現れない。格下げは程度の問題だが、不在は有無の問題である。

さらに、初版が指差していた 4π の正体が判明した (系3.4)。パッチ $G = 4\pi$ を入れたときに答えへ残る 4π は規約であり、幾何の 4π はその前に相殺して消えている。初版は規約を指して幾何と呼んでいた。第2版はこれを「 G の値は寄与しない」と正しく述べたが、なぜ寄与しないのかを両辺の相殺として示すには至っていなかった。

8.2 この訂正が体系に返すもの

この訂正は後退ではない。 $n = 2$ は論文01の唯一性定理が扱う当のものであり、本稿は土台に接続する。パッチ $G = 4\pi$ に接続していたとする初版の主張よりも、結びつきは強い。

加えて、本稿は体系に一つの検査を返す。 4π を含む式を見たとき、それが両辺に現れて相殺する立体角なのか、規約として代入された数なのかを、まず区別せよ。体系は 4π をめぐる論文を多数抱えている (論文17、35、45、67)。本稿が経験したのは、その二つを取り違えたまま「幾何が働いている」と読んでしまう失敗であり、取り違えは名指しの後に起きた (注記3.5)。名前を正しく書くだけでは足りず、名前を書いた後に積を作らないことまでが検査である。

9. 結論 (Conclusion)

本稿では、万有引力の長距離性が生む $O(N^2)$ 計算パラドックスに対し、以下を示した。

1. 湯川型指数遮蔽による解決は、媒介粒子が質量ゼロであることおよび宇宙論的観測群と矛盾するため、物理的に成立しない（定理2.1、系2.3）。初版の該当定式化は撤回済である。
2. ガウスの法則と球殻定理により、遠方球対称質量の重心集約は誤差ゼロで厳密に許可される（定理3.1、3.2）。この許可を与えているのは指数 $n = 2$ （束保存）であり、 G の値ではない（第3.1節）。
3. 4π は球殻定理の結論に残らない。球の面積とガウス則の規格化に同一の立体角 Ω_2 が現れ、完全に相殺する（系3.3・記号計算で確認済）。パッチ $G = 4\pi$ を代入したとき答えに残る 4π は規約であって幾何ではなく、初版の帰属は裏返っていた（系3.4）。
4. 一般の分布に対しても、多重極展開により集約誤差は $O(\theta^2)$ で制御される。この機構は力を保存し、削減するのは自由度の数のみである（定理4.1、系4.3）。 G は全体因子として約分され、判定に入らない（注記4.2）。
5. 因果的地平線は源集合を厳密に有限化するが、内部を減衰させるものではない（定理5.1）。
6. 観測能力の閾値 $\sim 2.858 \times 10^{-97} \text{ N}$ がプランク長変位から導出される（定理6.1・数値確認済）。ただし初版の 10^{-100} とは3.46桁隔たっており、初版に事後的な裏付けを与えるものではない。またこの閾値は改訂後の論旨には必須でない（第6節）。
7. 以上により自由度は $O(N^2) \rightarrow O(N \log N)$ （FMM では $O(N)$ ）へ圧縮される（定理7.1）。

9.1 射程の明示

- 本稿が示すもの：束が保存する（ $n = 2$ ）ならば球殻定理により遠方質量の集約が厳密に許可されること、その誤差が $O(\theta^2)$ で制御されること、因果構造が源集合を有限化すること、および 4π がこれらのどの結論にも残らないこと。前三者は既存の物理学・計算機科学の内容であり、本稿はそれを整理・検算した。最後の一点は、本稿自身の初版に対する訂正である。
- 本稿が示さないもの：(i) $G = 4\pi$ が集約可能性に寄与すること—— $G = 1$ と置いても全定理が成立し、 4π は相殺して消える（第3節）、(ii) 宇宙が実際に全ペア総和を行っているという前提の正しさ—— $O(N^2)$ パラドックスは枠組みの内部でのみ生じる（第1節）、(iii) 初版の 10^{-100} N の正当化（第6節）、(iv) 重力法則への一切の変更。
- 残るもの：粗視化が厳密に許されることと、重力が $n = 2$ に従うことは同一の代数的事実である。この $n = 2$ は論文01・10・41が扱う条件と同一であり、本稿は体系の土台に接続する。

本稿の含意は、重力を「切り捨てて」計算を軽くする必要はなく、重力が逆2乗則であることそれ自体が、切り捨てなしに自由度を圧縮する仕組みを内蔵しているという点にある。そして許可を出しているのは指数であって、定数ではない。

改訂記録

第4版（2026年8月）で加えた訂正

1. 集約許可の射程を測った（要旨・第8節）：第3版までの要旨は、球殻定理を「バーンズ・ハット法や高速多重極法が計算量を圧縮できる根拠でもある」と述べていた。この一行は強すぎた。球殻定理は球対称な殻についての誤差ゼロの言明であり、両手法が扱うのは非対称な塊で、誤差はゼロにならない。帰属は球殻定理までである。
2. 要旨と本体の食い違いを解消した：本稿の系4.3 は既に「個別相互作用の誤差は $O(\theta^2)$ 」と書いていた。すなわち第4版が指摘する事実は、外から持ち込まれたのではなく本稿自身の中に既にあった。要旨だけが誤差ゼロを名乗っていた。
3. FMM の許可証を名指しした：低ランク分離可能性である。指数が 2 でない核でも同じ圧縮が働き、核非依存 FMM の存在自体が反例である（論文124）。
4. $O(N)$ と $O(N \log N)$ を要旨でも分けた：FMM は $O(N)$ 、バーンズ・ハット法は $O(N \log N)$ 。定理7.1 は本文では既に正しく分けていた。
5. 「 4π は答えに残らない」に計算量からの証拠を加えた： 4π は核の全体因子であり、相対しきい値で測った数値ランクを変えない。この主張は弱まるのではなく、二本目の脚を得た（論文124）。

第3版（2026年8月）で加えた訂正

1. 副題：第2版の副題は「ガウスの立体角 4π が保証する」と述べていた。第2版本文（第3.1節）が既に撤回していた帰属を、副題がなお名乗っていた。第3版は主題名をそのまま保ち、副題のみを本稿が示す内容——指数 $n = 2$ ——に改める。
2. 定理3.1・3.2を G 非依存に書き直した：第2版は第3.1節で「 $G = 1$ と置いても全定理が成立する」と述べた直後に、定理3.1・3.2で $G = 4\pi$ を代入し $16\pi^2$ を用いて球殻定理を証明していた。訂正が本文の定理に実行されていなかった。第3版は G を文字のまま扱う。
3. 4π の相殺を新たに示した（系3.3・3.4）： 4π は両辺に同一の立体角として現れ完全に相殺し、結論に残らない。パッチ代入時に答えへ残る 4π は規約である。初版の帰属は「誤り」ではなく「裏返し」であった。
4. 二つの 4π の積を解消した（注記3.5）：第2版の $-4\pi GM = -16\pi^2 M$ は、事実（立体角）と規約（パッチ）を正しく名指したうえで掛け合わせていた。論文35第3版の禁じる合流であり、第3版は積を作らない。
5. コンプトン波長の 2π を訂正した（注記2.2）：第2版は減衰長を $\hbar/(m_g c)$ と書きながら $h/(m_g c)$ に対応する引用値を並べていた。式は正しく、名前と引用値が 2π ずれていた。結論は変わらない。
6. 定理4.1・5.1の G を文字に戻した：第2版はここでも 4π を代入していた。 G は全体因子として相対誤差から約分される（注記4.2）。
7. 数値を再検算した： $F_{\min} = 2.858 \times 10^{-97}$ N、初版値との隔たり 3.46 桁（第2版の「3.5桁」を精密化）、束保存は $n = 2$ のみ、 4π の相殺（記号計算）。

8. 参考文献の自己引用に DOI を付した。

第2版で撤回・訂正した主張（据え置き）

1. 湯川型指数遮蔽 e^{-r/r_H} ：撤回（第2節）。重力に遮蔽は存在しない。
2. 「集約の許可証は $G = 4\pi$ 」：訂正（第3.1節）。 G の値はいずれの結論にも寄与しない。
3. 「 10^{-100} N にオーダーの裏付けを与えた」：撤回（第6節）。両者は独立の数値である。

参考文献

1. 山岸勇輝 (2026). 集約の三つの別根 [論文124]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22057728
2. Newton, I. (1687). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Book I, Proposition LXXI (Shell Theorem). London: Royal Society.
3. Yukawa, H. (1935). On the Interaction of Elementary Particles. I. *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan*. 3rd Series, 17, 48--57.
4. Barnes, J., & Hut, P. (1986). A hierarchical $O(N \log N)$ force-calculation algorithm. *Nature*, 324(6096), 446--449.
5. Greengard, L., & Rokhlin, V. (1987). A fast algorithm for particle simulations. *Journal of Computational Physics*, 73(2), 325--348.
6. Abbott, B. P. et al. (LIGO Scientific and Virgo Collaborations) (2017). GW170104: Observation of a 50-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence at Redshift 0.2. *Physical Review Letters*, 118, 221101.
7. Abbott, R. et al. (LIGO Scientific, Virgo and KAGRA Collaborations) (2021). Tests of General Relativity with GWTC-3. arXiv:2112.06861.
8. 山岸勇輝 (2026). $n = 2$ 唯一性定理 [論文01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
9. 山岸勇輝 (2026). 人間原理のデバッグ [論文10]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404556
10. 山岸勇輝 (2026). 等号にも別根がある [論文16]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
11. 山岸勇輝 (2026). 8π は単位の産物である [論文17]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600813
12. 山岸勇輝 (2026). 万有引力定数解凍理論 [論文35]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430118
13. 山岸勇輝 (2026). 干渉縞は、指数を覚えていない [論文41]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21436048
14. 山岸勇輝 (2026). 面積は、立体角ではない [論文45]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602337
15. 山岸勇輝 (2026). $2.5PN$ が最初の散逸次数なのは、質量保存が $n = 1$ を消すからである [論文49]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602658
16. 山岸勇輝 (2026). 4π パッチのオイラー標数的起源 [論文67]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21642170
17. 山岸勇輝 (2026). 規約と事実 [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)