

場を縦と横に分けるのは場の性質だが、 x と y に分けるのは座標の性質である

— 座標を回しても縦成分の割合は **0.647222222222** のまま一桁も動かないが、 x 成分の割合は回すたびに動く — 二つの分け方はどちらも「場を二つに割る」と言われながら、片方だけが場に属している — [論文517]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

ベクトル場を二つに分ける操作は、いくつもある。本稿が示すのは、そのうちどれが場に属し、どれが座標に属するかは、座標を回して測れば分かることである。新しい定理も法則も主張しない。第一に、縦成分の割合は **0.647222222222**、横成分は **0.352777777778**、両者を独立に足すと **1.000000000000** である（第2節）。第二に、同じ場を x 成分と y 成分に分けると **0.384259259259** になる——どちらも「場を二つに割った」と言える（第2節）。第三に、これが本稿の芯である。座標を 30 度、45 度、90 度と回すと、縦の割合は **0.647222222222** のまま動かないが、 x の割合は **0.558401558841**、**0.634259259259**、**0.615740740741** と動く（第3節）。第四に、回さなければ x の割合も **0.384259259259** のまま動かない——境目である（第3節）。第五に、分解の三つの性質（足すと戻る、平行成分の外積が 0、垂直成分の内積が 0）は三つのモードすべてで 0 の桁で成り立つ（第2節）。第六に、分離子は「座標を回す」という操作である——何を動かすと別物になるかが、そのまま分け方の住所を決める（第4節）。キーワード：ヘルムホルツ分解、ベクトル場、回転不変性、縦成分と横成分、座標系。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ヘルムホルツ分解も、その回転不変性も標準的である。一意性を主張しない——分解が一意になるのは境界条件を指定したときであり、本稿は周期的な波数空間だけを扱う。領域の効果に入らない——有界領域では調和成分が現れ、分解は三つになる。本稿はそこへ行かない。三次元を扱わない——二次元の三つのモードだけで、次元が上がったときの横成分の自由度の増え方は主題ではない。物理的な意味を割り当てない——縦が音波で横が電磁波、といった対応は場合ごとの話であって、本稿は割合の数だけを見る。回転以外の変換を見ない——伸縮やせん断のもとで何が保たれるかは扱わない。既刊との関係：論文347は「作図できない」が図形ではなく道具の性質だと示した——本稿は逆向きで、性質が道具ではなく対象に属している場合の一つ書く。論文516は単位からの自由が共分散への依存に移っただけだと示した——そこでは選択が移り、ここでは選択が本当に消える。二つを並べると境目が見える。論文130はヘルムホルツの三定理が値段の違う三つの言明だと示した——本稿の分解は同じ名前を持つ別のヘルムホルツであり、混同しないために番号で分けておく。論文299は太鼓に音程が無いのが境界のせいだと示した——本稿が境界を切って周期的な場合に限るのは、そこを踏まないためである。論文300は同根か別根かが判定できると示した——「場を二つに分ける」という一語が、別根の二つを指している。論文481は分離子が無いと反証の行き先が決まらなると示した——本稿はその分離子を一本書く。加えたのは、縦横と xy の二つの分け方を同じ場に当てて割合を出したこと、座標を三通りに回して片方だけが動くことを数で示したこと、横成分を縦から引かず独立に足し上げて1になることを確かめたこと、分解の三つの性質をモードごとに検算したこと、分離子を「座標を回す」という操作に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：二次元の平面上に、三つの波を重ねた場を置く。各波は波数 $\mathbf{k}$ と振幅ベクトル $\mathbf{a}$ で決まる。用いるのは

$$(\mathbf{k}, \mathbf{a}) = ((1, 0), (0.7, 0.4)), \quad ((0, 1), (-0.3, 0.9)), \quad ((1, 2), (0.5, -0.6))$$

である。

第一の分け方（縦と横）：各波について、振幅を波数の向きに平行な成分と垂直な成分に分ける。 $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ として

$$\mathbf{a}_{\parallel} = (\mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{k}}) \hat{\mathbf{k}}, \quad \mathbf{a}_{\perp} = \mathbf{a} - \mathbf{a}_{\parallel}$$

とする。これがヘルムホルツ分解の波数空間での姿である。

第二の分け方（ x と y ）：同じ振幅を、第一成分と第二成分に分ける。 $\mathbf{a} = (a_x, a_y)$ をそのまま二つに割る。

観察 1.1

どちらも「場を二つに分けた」と言える。足せば元に戻り、二乗和も保たれる——形の上では区別がつかない。

問い：この二つの分け方は、同じ資格を持つのか。

2. 二つの分け方を、同じ場に当てる

計算 2.1：各モードの縦成分と横成分を出す。

波数 k と振幅 a	縦成分 $a_{\parallel}$	横成分 $a_{\perp}$
$k = (1, 0)$ 、 $a = (0.7, 0.4)$	(0.7000000000, 0.0000000000)	(0.0000000000, 0.4000000000)
$k = (0, 1)$ 、 $a = (-0.3, 0.9)$	(0.0000000000, 0.9000000000)	(-0.3000000000, 0.0000000000)
$k = (1, 2)$ 、 $a = (0.5, -0.6)$	(-0.1400000000, -0.2800000000)	(0.6400000000, -0.3200000000)

観察 2.2

最初の二つは目で確かめられる。 k が x 軸に沿うとき縦成分は x 成分そのもの、 k が y 軸に沿うとき縦成分は y 成分そのものである——独立に検算できる場合を先に置いた。

観察 2.3

三つ目は目では出ない。 $k = (1, 2)$ は軸に沿っていないので、縦成分は両方の成分に散る——ここから先は計算に頼る。

検算 2.4：分解が分解であることを、三つの性質で確かめる。足すと元に戻るか、平行成分は本当に k と平行か（外積が 0）、垂直成分は本当に k と垂直か（内積が 0）。三つのモードすべてで、差も外積も内積も 0.000×10^0 である。

計算 2.5：エネルギーの割合を出す。

分け方	割合
縦成分	0.647222222222
横成分	0.352777777778
x 成分	0.384259259259

観察 2.6

縦と横を独立に足し上げると **1.000000000000** になる。横を「1 から縦を引いたもの」として出したのではなく、垂直成分の二乗和を別に足した——引き算で作った数は、足し合わせの検算にならない。

観察 2.7

ここまでで二つの分け方に差は無い。どちらも 0 と 1 の間の一つの数を読み返し、どちらも残りを足せば 1 になる——一つの場合に対する一つの数、という点で同じ形をしている。

3. 座標を回すと、片方だけが動く

計算 3.1：波数と振幅の両方を同じ角だけ回し、二つの割合を測り直す。

回した角	縦成分の割合	x 成分の割合
0 度	0.647222222222	0.384259259259
30 度	0.647222222222	0.558401558841
45 度	0.647222222222	0.634259259259
90 度	0.647222222222	0.615740740741

観察 3.2

縦の割合は 12 桁とも動かない。0 度と 90 度で **0.647222222222** 対 **0.647222222222**——丸めの範囲ではなく、 10^{-12} より内側で一致している。

観察 3.3

x の割合は大きく動く。**0.384259259259** から **0.634259259259** まで、幅 **0.25**——場は何も変えていない。変えたのは座標の名づけだけである。

観察 3.4

回さなければ x の割合も動かない。**0.384259259259** のまま——境目である。検査が「いつも動く」と言っているのではなく、回したときにだけ動くことを確かめた。

観察 3.5

90 度で元に戻らないことに注意する。**0.615740740741** は 0 度の **0.384259259259** ではない——90 度回すと x 軸は y 軸の位置へ行くので、 x の割合は元の y の割合になる。二つを足すと **1.000000000000** である。

観察 3.6

なぜ片方だけが動かないかは、式を見れば分かる。縦の割合は $a \cdot \hat{k}$ という内積だけでできており、内積は回転で保たれる—— x の割合には a の第一成分という、座標の名前が入っている。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は「座標を回す」という操作である。回して値が動けば座標の性質、動かなければ場の性質——一回の操作で二つが分かれる。

観察 4.2

この分離子は、他の操作へ置き換えると効かなくなる。たとえば場全体を定数倍しても、二つの割合はどちらも動かない——分けたい二つを分けない操作は、分離子にならない。

観察 4.3

「場を二つに分ける」は別根である。論文300の判定でいえば、縦横の分解と xy の分解は、同じ形を持ちながら別の由来を持つ——形が同じことは同根の証拠にならない。

観察 4.4

論文516と並べると、三通りが見える。選択が消える場合（本稿の縦横）、選択が移る場合（論文516の共分散）、選択が残る場合（本稿の xy ）——「恣意性が無い」と言われたとき、この三つのどれかを見分ける必要がある。

観察 4.5

論文347とは向きが逆である。あちらは図形の性質と思われていたものが道具の性質だった——こちらは座標の産物と思われかねないものが、実は場に属していた。同じ問いの二つの答である。

観察 4.6

論文481の言い方でいえば、「この分解は座標に依らない」を疑うとき、行き先は二つある。分解の定義を疑うか、回転の実装を疑うか——本稿は両方に数を置いたので、どちらへ落としても検算が残る。

観察 4.7

どちらの分け方が正しいかは言わない。 x 成分と y 成分に分けるのが有用な場面はいくらでもある——言えるのは、その分け方が場について何かを述べているとは限らない、ということだけである。

5. 点呼と結び

1. 縦成分の割合 **0.647222222222**（計算 2.5）：三つの波を重ねた場で。
2. 横成分 **0.352777777778**、独立に足して **1.000000000000**（観察 2.6）：引き算で作らなかった。
3. x 成分の割合 **0.384259259259**（計算 2.5）：ここまで差が無い。
4. 回しても縦は **0.647222222222**（観察 3.2）：本稿の芯。

5. x は **0.558401558841**、**0.634259259259**、**0.615740740741** (計算 3.1) : 幅 **0.25**。

6. 回さなければ動かない (観察 3.4) : 境目。

7. 90 度で x は y の割合になる (観察 3.5) : 足すと **1.000000000000**。

8. 理由は内積が回転で保たれること (観察 3.6) : 式の側にある。

9. 分離子は「座標を回す」 (観察 4.1) : 定数倍では効かない。

10. どちらが正しいかは言わない (観察 4.7) : 場について述べているとは限らない、まで。

結び : ベクトル場を二つに分ける操作はいくつもあり、どれも「足せば元に戻る」という同じ形をしている。形が同じでも、属している場所は違う——三つの波を重ねた場で、縦成分の割合は **0.647222222222**、横成分は **0.352777777778** であり、横を縦から引かずに独立に足し上げても **1.000000000000** になる。同じ場を x 成分と y 成分に分ければ **0.384259259259** で、ここまでは二つの分け方に差が無い。どちらも一つの数返し、どちらも残りを足せば 1 になる。座標を回すと片方だけが動く——30 度、45 度、90 度と回しても縦の割合は **0.647222222222** のまま 12 桁とも動かないが、 x の割合は **0.558401558841**、**0.634259259259**、**0.615740740741** と動き、幅は **0.25** に達する。場は何も変えていない。変えたのは座標の名づけだけである。回さなければ x の割合も **0.384259259259** のまま動かないので、検査が「いつも動く」と言っているのではない。90 度で元に戻らないのは、 x の割合が元の y の割合になるからで、二つを足せば **1.000000000000** である。理由は式にある。縦の割合は内積だけでできていて、内積は回転で保たれる。 x の割合には第一成分という座標の名前が入っている。一つの操作が二つに分ける——回して値が動けば座標の性質、動かなければ場の性質である。場全体を定数倍する操作ではどちらも動かないので、分離子になるのは回転のほうである。論文300 の判定でいえば、二つの分解は同じ形を持ちながら別根である。論文516 と並べると三通りが見える。選択が消える場合、選択が共分散へ移る場合、選択がそのまま残る場合。論文347 とは向きが逆で、こちらは図形の性質と思われたものが道具の性質だったが、こちらは座標の産物と思われかねないものが場に属していた。論文481 の言い方でいえば、「この分解は座標に依らない」を疑うとき、分解の定義を疑うか回転の実装を疑うかで行き先が変わる。正直に言えば——扱ったのは周期的な波数空間だけである。有界な領域では調和成分が現れて分解は三つになり、境界条件を決めるまで一意にもならない。論文299 が示したとおり、境界は方程式と同じだけ効く。本稿が言えるのは、境界を切って回転だけを見たときに何が動かなかったか、そこまでである。

参考文献

1. Arfken, G. B., & Weber, H. J. (2005). *Mathematical Methods for Physicists* (6th ed.). Elsevier.
2. Bhatia, H., Norgard, G., Pascucci, V., & Bremer, P.-T. (2013). The Helmholtz--Hodge Decomposition: A Survey. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*.
3. Helmholtz, H. (1858). Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*.

4. 山岸勇輝 (2026). 『渦線が終われないのは、法則ではなく恒等式である』 [論文130]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079996
5. 山岸勇輝 (2026). 『太鼓に音程が無いのは、境界のせいであって方程式のせいではない』 [論文299]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171877
6. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
7. 山岸勇輝 (2026). 『「作図できない」は図形の性質ではなく、道具の性質である』 [論文347]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22682365
8. 山岸勇輝 (2026). 『「法則が破れた」は、どの仮定へも落とせる』 [論文481]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733927
9. 山岸勇輝 (2026). 『単位から自由になったのではなく、単位を選択を共分散に委ねただけである』 [論文516]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22862360

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)