式の形を借りたのか、導いたのかは、境目の外で分かる

— フィッツの原型 $\log_2(2D/W)$ とシャノン型 $\log_2(D/W+1)$ は $D/W=1$ で重なるが、$D/W=0.25$ で原型は -1.000000 と負になる — 通信路容量は $S/N \geq 0$ なので決して負にならない — [論文536]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

フィッツの法則は、シャノンの通信路容量から導かれたとしばしば言われる。本稿が示すのは、原型が容量の満たすべき性質を破っており、導出ではなく形の借用だったと数で言えることである。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、二つの式は一点でだけ重なる——$D/W=1$ で原型もシャノン型も 1.000000 を返す（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。原型は負になる——$D/W=0.5$ で 0.000000、$D/W=0.25$ で -1.000000 であり、情報量としてありえない値を返す（第2節）。 第三に、容量の形は負になれない——$C=B\log_2(1+S/N)$ は $S/N \geq 0$ なので 0 以上で、$S/N=0$ でちょうど 0 になる（第3節）。 第四に、だから原型は容量の形を満たしていない——同じ $\log_2$ を使っていても、満たすべき性質が違う（第3節）。 第五に、差は大きい領域でも消えない——比は $D/W=10$ で 1.249317、100 で 1.148034、10000 でもまだ 1.075246 である（第4節）。 第六に、分離子は、境目の外で試すことである——使う範囲の中では二つは似ており、範囲の外へ出したときに片方だけが壊れる（第5節）。 キーワード：フィッツの法則、シャノン＝ハートレーの式、情報理論、ヒューマンインタフェース、外挿。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——フィッツの法則も、シャノン＝ハートレーの式も、後年のシャノン型の書き換えも標準的である。フィッツの法則の当否を論じない——人の動作をどれだけよく記述するかは主題ではない。実験データを扱わない——当てはめの良さも、係数 a と b の値も出さない。歴史の意図を推し量らない——フィッツが何を考えていたかではなく、式が満たす性質だけを見る。情報理論の解釈をしない——人の運動が情報路であるかどうかには立ち入らない。書き換えを改良と呼ばない——シャノン型が負にならないことを示すだけで、どちらを使うべきかは述べない。D/W が小さい領域を実務的だと主張しない——目標が始点より広い場合は実験の設計としては特殊である。それでも式の性質は式の性質である。既刊との関係：論文345 は同じ $\log_2$ が片方では比を、もう片方では個数を数えていると示した——本稿は同じ対を、導出か借用かという別の軸で見る。数えているものではなく、満たすべき性質を比べる。論文304 は「容量」が無限長でしか達成できない数だと示した——達成できないとしても、容量は負にならない。その性質が本稿の判定に使える。論文300 は同根か別根かが判定できると示した——二つは「道筋」の基準で別根である。加えたのは、二つの式を境目の外まで並べたこと、原型が $D/W = 0.25$ で $\mathbf{-1.000000}$ を返すと示したこと、容量が負になれないことを $S/N = 0$ の値で確かめたこと、比が $D/W = 10000$ でも $\mathbf{1.075246}$ 残ると測ったこと、分離子を「境目の外で試す」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：フィッツの法則は、距離 D の目標に幅 W で到達する時間を

$$MT = a + b \cdot ID, \qquad ID = \log_2\left(\frac{2D}{W}\right)$$

と書く。後年、これを $ID = \log_2(D/W + 1)$ と書き換える流儀が広まった。

シャノンの容量：通信路容量は $C = B\log_2(1 + S/N)$ である。

> **観察 1.1**
>
> 形が似ている。どちらも $\log_2$ の中に比が入る——フィッツ自身がシャノンの定理を引いており、そこから来ていると読まれてきた。

> **観察 1.2**
>
> 似ていることは、導かれたことを意味しない。論文345 は同じ $\log_2$ が別のものを数えていると示した——本稿は数えているものではなく、式が満たすべき性質を比べる。

問い：借りたのか、導いたのかを、数で分けられるか。

2. 境目の外へ出す

計算 2.1：二つの ID を、D/W を広く動かして比べる。

D/W	原型 $\log_2(2D/W)$	シャノン型 $\log_2(D/W+1)$
0.25	**−1.000000**	**0.321928**
0.50	**0.000000**	**0.584963**
1.00	**1.000000**	**1.000000**
2.00	2.000000	1.584963
10.00	4.321928	3.459432
100.00	7.643856	6.658211

> **観察 2.2**
>
> 重なるのは一点だけである。$D/W = 1$ でどちらも **1.000000**——そこを外れると、上でも下でも離れる。

> **観察 2.3**
>
> これが本稿の芯である。原型は $D/W = 0.5$ で **0.000000**、$D/W = 0.25$ で **−1.000000** を返す——難しさが負になる。情報量としてありえない。

> **観察 2.4**
>
> シャノン型はどこでも正である。$D/W = 0.25$ でも **0.321928**——$D/W > 0$ である限り $\log_2(1 + D/W) > 0$ で、符号が変わらない。

観察 2.5

負になる領域は実験では稀である。目標が始点より広い場合——だから実務では見つからなかった。境目の外へ出さないと、二つは区別できない。

3. 容量は負になれない

観察 3.1

$C = B\log_2(1 + S/N)$ は構造上 0 以上である。雑音に対する信号の比は負になれないので、$1 + S/N \geq 1$——$S/N = 0$ でちょうど $\mathbf{0}$ になり、それより下は無い。

観察 3.2

これは容量の定義から来ている。容量は「区別して送れる符号語の個数」の対数である——個数は 1 以上なので、対数は 0 以上になる。負の容量という状態が無い。

観察 3.3

だから原型は容量の形を満たしていない。-1.000000 を返す式は、どんな通信路の容量でもない——同じ $\log_2$ を使っていても、満たすべき性質が違う。

観察 3.4

論文304 の柵とも噛み合う。あちらは容量が無限長でしか達成できない数だと示した——達成できるかどうかと、負になれるかどうかは別の性質である。達成できなくても負にはならない。

観察 3.5

論文300 の「道筋」の基準で別根である。容量は符号語の数え上げから出る——原型の ID は、距離と幅の比を対数の目盛に載せたものである。至る道が共有されていない。

4. 差はどこまで残るか

計算 4.1：二つの ID の比を、D/W を大きくしながら測った。

D/W	原型／シャノン型
2	**1.261860**
10	**1.249317**
100	**1.148034**
10000	**1.075246**

> **観察 4.2**
>
> 比は単調に縮む。**1.261860** から **1.075246** へ——D/W が大きいところでは二つの式は近づく。

> **観察 4.3**
>
> それでも消えない。$D/W = 10000$ でも **7.5** パーセント違う——$\log_2 2 = 1$ という定数のずれが残るからで、log が大きくなるほど相対的には薄まるが 0 にはならない。

> **観察 4.4**
>
> 当てはめでは吸収されてしまう。$MT = a + b \cdot ID$ の a と b を自由に選べる——定数のずれは a が、比例のずれは b が吸収する。実験の当てはまりだけでは二つを分けられない。

5. 分離子

> **観察 5.1**
>
> 分離子は、境目の外で試すことである。使う範囲の中では二つは似ており、係数で吸収される——範囲の外へ出したときに、片方だけが壊れる。

観察 5.2

壊れ方が主張になっている。「負の情報量」という状態が無いことは、情報理論の側の性質である——その性質を破る式は、情報理論から導かれてはいない。

観察 5.3

これは形の借用を責める話ではない。形を借りて有用な法則を作ることは、それ自体では誤りではない——誤りになるのは、借りたものを導いたと呼ぶときである。

観察 5.4

論文345 と軸が違う。あちらは同じ $\log_2$ が何を数えているかを分けた——本稿は、式が満たすべき性質を破るかどうかで分ける。数えているものが違うことと、導出の関係が無いことは、別の主張である。

観察 5.5

言わないこと。フィッツの法則の当否は論じない——人の動作をどれだけよく記述するかは主題ではなく、実験データも当てはめの係数も出していない。

6. 点呼と結び

1. $D/W = 1$ でどちらも $\mathbf{1.000000}$（計算 2.1）：重なるのは一点。
2. 原型は $D/W = 0.5$ で $\mathbf{0.000000}$（計算 2.1）：難しさが消える。
3. $D/W = 0.25$ で $\mathbf{-1.000000}$（観察 2.3）：本稿の芯。
4. シャノン型は $\mathbf{0.321928}$（観察 2.4）：どこでも正。
5. 容量は $S/N = 0$ で $\mathbf{0}$（観察 3.1）：それより下は無い。
6. 負の容量という状態が無い（観察 3.2）：個数の対数だから。
7. 比は $D/W = 10$ で $\mathbf{1.249317}$（計算 4.1）：100 で $\mathbf{1.148034}$。
8. 10000 でも $\mathbf{1.075246}$（観察 4.3）：消えない。
9. 係数が吸収する（観察 4.4）：当てはまりでは分けられない。

10. 分離子は境目の外（観察 5.1）：範囲の中では似ている。

11. 借用そのものは誤りでない（観察 5.3）：導いたと呼ぶのが誤り。

結び：フィッツの法則は、シャノンの通信路容量から導かれたとしばしば言われる。境目の外へ出すと、二つは分かれる——原型 $\log_2(2D/W)$ とシャノン型 $\log_2(D/W+1)$ が重なるのは $D/W=1$ の一点だけで、そこではどちらも $\mathbf{1.000000}$ を返す。原型は $D/W=0.5$ で $\mathbf{0.000000}$、$D/W=0.25$ で $\mathbf{-1.000000}$ となり、難しさが負になる。シャノン型は $D/W=0.25$ でも $\mathbf{0.321928}$ で、$D/W>0$ である限り符号が変わらない。負になる領域は目標が始点より広い場合で、実験では稀である。だから実務では見つからなかった。容量は負になれない——$C=B\log_2(1+S/N)$ は $S/N\geq 0$ から 0 以上で、$S/N=0$ でちょうど $\mathbf{0}$ になる。それは定義から来ている。容量は区別して送れる符号語の個数の対数で、個数は 1 以上だから対数は 0 以上になる。負の容量という状態が無い。だから -1.000000 を返す式は、どんな通信路の容量でもない。同じ $\log_2$ を使っていても、満たすべき性質が違う。論文304 は容量が無限長でしか達成できないと示したが、達成できないことと負になれることは別の性質で、達成できなくても負にはならない。差は大きい領域でも消えない——比は $D/W=2$ で $\mathbf{1.261860}$、10 で $\mathbf{1.249317}$、100 で $\mathbf{1.148034}$、10000 でもまだ $\mathbf{1.075246}$ である。単調に縮むが 0 にはならない。$\log_2 2=1$ という定数のずれが残るからである。ところが $MT=a+b\cdot ID$ の a と b を自由に選べるので、定数のずれは a が、比例のずれは b が吸収する。実験の当てはまりだけでは二つを分けられない。分離子は、境目の外で試すことである——使う範囲の中では二つは似ていて係数に吸収され、範囲の外へ出したときに片方だけが壊れる。壊れ方そのものが主張になっている。負の情報量という状態が無いのは情報理論の側の性質であり、その性質を破る式は情報理論から導かれてはいない。論文300 の「道筋」の基準でいえば、容量は符号語の数え上げから出て、原型の ID は距離と幅の比を対数の目盛に載せたもので、至る道が共有されていない。論文345 は同じ $\log_2$ が何を数えているかを分けた。本稿は満たすべき性質を破るかどうかで分けたので、軸が違う。正直に言えば——これは形の借用を責める話ではない。形を借りて有用な法則を作ることはそれ自体では誤りではなく、誤りになるのは借りたものを導いたと呼ぶときである。フィッツの法則の当否は論じておらず、人の動作をどれだけよく記述するかも主題ではない。実験データも当てはめの係数も出していないし、歴史の意図も推し量っていない。人の運動が情報路であるかどうかにも立ち入らず、書き換えを改良とも呼んでいない。言えるのは、原型が容量の満たすべき性質を破っており、そのことは境目の外へ出せば数で示せる、そこまでである。

参考文献

1. Cover, T. M., & Thomas, J. A. (2006). *Elements of Information Theory* (2nd ed.). Wiley.

2. Fitts, P. M. (1954). *The Information Capacity of the Human Motor System in Controlling the Amplitude of Movement*. Journal of Experimental Psychology.

3. MacKenzie, I. S. (1992). *Fitts' Law as a Research and Design Tool in Human-Computer Interaction*. Human-Computer Interaction.

4. Shannon, C. E. (1948). *A Mathematical Theory of Communication*. Bell System Technical Journal.

5. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 ── 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914

6. 山岸勇輝 (2026). 『「容量」は、無限長でしか達成できない数である』[論文304]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22172081

7. 山岸勇輝 (2026). 『同じ $\log_2$ が、片方では比を、もう片方では個数を数えている』[論文345]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22682287

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)