最適の周りが平らなので、最適を厳密に守る必要がない

— 発注量を最適の **2** 倍にしても半分にしても総費用は **1.2500** 倍にしかならず、費用が **5** パーセント増に収まる範囲は最適の **0.7298** 倍から **1.3702** 倍まで広い — [論文547]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

最適な発注量には閉じた式があり、実務ではその値を守ることが求められる。本稿が示すのは、最適の周りが平らで、二倍外しても費用が四分の一しか増えないこと、そしてその平らさが最適の条件そのものから出ることである。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、最適点では二つの費用がちょうど等しい——発注費も保管費も **15811.3883** 円で、差は 1.82×10^{-12} である（第2節）。 第二に、それは相加相乗平均の等号条件そのものである——二つの費用の積が発注量に依らないので、和が最小になるのは二つが等しいときに限る（第2節）。 第三に、これが本稿の芯である。最適の周りが平らである——発注量を **2** 倍にしても総費用は **1.2500** 倍にしかならず、半分にしても同じ **1.2500** 倍である（第3節）。 第四に、許容範囲は広い——費用が **5** パーセント増に収まるのは **2307.9687** 個から **4332.8144** 個、最適の **0.7298** 倍から **1.3702** 倍までである（第3節）。 第五に、それでも際限なく平らではない——**4** 倍にすると **2.1250** 倍になる。境目の反対側である（第3節）。 第六に、分離子は、費用の和が対数で対称かどうかである——**2** 倍と **2** 分の **1** が同じ値を返すことが、平らさの正体である（第4節）。 キーワード：経済的発注量、在庫管理、相加相乗平均の不等式、最適の平坦さ、ハリスの式。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——経済的発注量の式も、相加相乗平均の不等式も標準的である。在庫の運用を勧めない——どの発注量を使うべきかは述べない。最適から外れたときに何が起きるかだけを見る。需要の変動を扱わない——需要は一定として計算した。ばらつきがある場合の安全在庫は別の主題である。欠品や数量割引を入れない——品切れの費用も、まとめ買いの値引きも入っていない。費用の推定を論じない——発注費と保管費をどう見積もるかは主題ではない。ここでは与えられたものとして扱う。「平らだから最適でなくてよい」とは書かない——平らなのは費用の側であって、他の制約（保管場所・資金）は別に効く。既刊との関係：論文486は三つの分野に出る「ちょうど半分」が二次関数の頂点だと示した——本稿の「二つの費用が等しい」も同じ型で、最適の条件が二つの量の一致として現れる。ただしあちらは頂点、こちらは相加相乗平均の等号である。論文194は四つの平均が一つの族であり、等号の柵が一つしかないと示した——本稿の最適点は、まさにその柵の上にある。論文300は同根か別根かが判定できると示した——「最適の周りが平ら」と「最適が二量の一致」は「量の持ち物」の基準で別根である。加えたのは、最適点で二つの費用が 10^{-12} の桁で等しいことを確かめたこと、2倍と2分の1がどちらも **1.2500** 倍を返すことを12桁で示したこと、5パーセント増に収まる範囲を逆算で **0.7298** 倍から **1.3702** 倍と出したこと、4倍では平らでなくなることを対照に置いたこと、分離子を「対数で対称か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：年間需要 D、一回あたりの発注費 S、一個を一年置く保管費 H とする。一回に Q 個ずつ発注するとき、年間の費用は

$$C(Q) = \frac{DS}{Q} + \frac{HQ}{2}$$

である。第一項が発注費、第二項が保管費である。

> **観察 1.1**
>
> 二つの項は逆向きに動く。Q を大きくすると発注は減り、在庫は増える——だから最小がどこかにある。

> **観察 1.2**
>
> 二つの項の積は Q に依らない。$\frac{DS}{Q} \cdot \frac{HQ}{2} = \frac{DSH}{2}$——積が一定で和を最小にする問題である。答は相加相乗平均の等号条件で決まる。

問い：最適を外すと、費用はどれだけ増えるか。

2. 最適点では、二つが等しい

計算 2.1：$D = 10000$、$S = 5000$、$H = 10$ として最適発注量を出した。

量	値
最適発注量 $Q^* = \sqrt{2DS/H}$	**3162.2777** 個
そこでの発注費	**15811.3883** 円
そこでの保管費	**15811.3883** 円
二つの差	$\mathbf{1.82 \times 10^{-12}}$
総費用	**31622.7766** 円

> **観察 2.2**
>
> 二つの費用がちょうど等しい。差は丸めの桁——偶然ではなく、積が一定だからである。

> **観察 2.3**
>
> その値は独立に組み立てられる。$\sqrt{DSH/2}$ が同じ **15811.3883** を返す——Q^* を経由せずに出るので、これは検査である。合わなければどちらかの式が違う。

> **観察 2.4**
>
> 論文194 の柵の上にいる。相加平均が相乗平均に等しくなるのは、二つが等しいときだけである——最適の条件が「二つの量の一致」として現れるのは、そのためである。

> **観察 2.5**
>
> 論文486 と同じ型で、根は違う。あちらは「ちょうど半分」が二次関数の頂点から出ると示した——こちらの一致は頂点ではなく、積が一定という条件から出る。同じ「一致が最適を告げる」でも、告げ方が違う。

3. 最適の周りは平らである

計算 3.1：発注量を最適から外して、総費用を測った。

Q/Q^*	総費用（円）	最小に対する比
0.50	**39528.4708**	**1.2500**
0.80	32413.3460	1.0250
1.00	**31622.7766**	1.0000
1.25	32413.3460	1.0250
2.00	**39528.4708**	**1.2500**
4.00	**67198.4003**	**2.1250**

> **観察 3.2**
>
> これが本稿の芯である。2 倍に外しても **1.2500** 倍——二倍まちがえて、費用は四分の一しか増えない。

> **観察 3.3**
>
> 2 倍と 2 分の 1 が同じ値を返す。どちらも **1.2500** 倍で、12 桁一致する——$C(Q)/C(Q^*) = \frac{1}{2}(x + 1/x)$（$x = Q/Q^*$）だからで、$x$ と $1/x$ が同じ値を返す。平らさは対数の対称性である。

> **観察 3.4**
>
> 0.80 倍と 1.25 倍も同じ。どちらも 1.0250 倍——二割まちがえて、費用は 2.5 パーセントしか増えない。

計算 3.5：費用が 5 パーセント増に収まる範囲を、二分法で求めた。

量	値
下限	**2307.9687** 個（最適の **0.7298** 倍）
上限	**4332.8144** 個（最適の **1.3702** 倍）

> **観察 3.6**
>
> 逆算が検査になっている。両端で費用がちょうど 1.05 倍に戻る（10^{-6} 以内）——解き損ないではないことを別に確かめた。

> **観察 3.7**
>
> それでも際限なく平らではない。4 倍にすると **2.1250** 倍——境目の反対側。平らなのは最適の近傍であって、どこまでもではない。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、費用の和が対数で対称かどうかである。x と $1/x$ が同じ値を返す形なら平らになる——対称でない費用の形（たとえば欠品の罰が片側だけ重い場合）では、平らさは消える。

計算 4.2：需要が変わったとき、最適はどう動くか。

需要	最適発注量	比
1 倍	**3162.2777**	1.0000
4 倍	**6324.5553**	**2.0000**
9 倍	**9486.8330**	**3.0000**

> **観察 4.3**
>
> 需要が 4 倍でも最適は 2 倍にしかならない。平方根で効く（12 桁）——だから需要の見積もりを二倍まちがえても、最適発注量は 1.41 倍しかずれない。平らさが二重に効いている。

> **観察 4.4**
>
> 論文300 の「量の持ち物」で別根である。「最適が二量の一致」は積が一定という持ち物を要る——「周りが平ら」は二階微分の大きさという別の持ち物を要る。同じ最適点についての二つの事実で、一方から他方は出ない。

> **観察 4.5**
>
> 言わないこと。「平らだから最適でなくてよい」とは書かない——平らなのは費用の側であって、保管場所や資金といった他の制約は別に効く。

5. 点呼と結び

1. 最適発注量 **3162.2777** 個（計算 2.1）：$\sqrt{2DS/H}$。
2. 二つの費用がどちらも **15811.3883** 円（計算 2.1）：差は $\mathbf{1.82 \times 10^{-12}}$。
3. $\sqrt{DSH/2}$ が同じ値を返す（観察 2.3）：独立な組み立て。
4. 2 倍で **1.2500** 倍（計算 3.1）：本稿の芯。
5. 2 分の 1 でも同じ **1.2500** 倍（観察 3.3）：対数で対称。
6. 0.80 倍と 1.25 倍がどちらも 1.0250 倍（観察 3.4）：二割で 2.5 パーセント。
7. 5 パーセント増の範囲は **0.7298**〜**1.3702** 倍（計算 3.5）：広い。
8. 両端で 1.05 倍に戻る（観察 3.6）：逆算の突合せ。
9. 4 倍では **2.1250** 倍（観察 3.7）：境目の反対側。
10. 需要 4 倍で最適は **2.0000** 倍（計算 4.2）：平方根。
11. 分離子は対数の対称性（観察 4.1）：片側が重ければ消える。

結び：最適な発注量には閉じた式があり、実務ではその値を守ることが求められる。最適点では二つの費用がちょうど等しい——$D = 10000$、$S = 5000$、$H = 10$ なら最適発注量は **3162.2777** 個で、発注費も保管費も

15811.3883 円、差は 1.82×10^{-12} である。偶然ではなく、二つの費用の積が Q に依らないからで、積が一定のとき和を最小にするのは二つが等しいときに限る。$\sqrt{DSH/2}$ が Q^* を経由せずに同じ値を返すので、これは検査になっている。論文194 の言う等号の柵の上にいるわけで、論文486 の「ちょうど半分」と同じ型ではあるが、あちらは二次関数の頂点、こちらは積が一定という条件から出る。そして最適の周りは平らである——発注量を 2 倍にしても総費用は 1.2500 倍にしかならず、二倍まちがえて四分の一しか増えない。2 分の 1 でも同じ 1.2500 倍で 12 桁一致する。比が $\frac{1}{2}(x + 1/x)$ という形だからで、平らさの正体は対数の対称性である。0.80 倍と 1.25 倍もどちらも 1.0250 倍で、二割の誤りが 2.5 パーセントにしかならない。費用が 5 パーセント増に収まる範囲は 2307.9687 個から 4332.8144 個、最適の 0.7298 倍から 1.3702 倍までで、両端で費用がちょうど 1.05 倍に戻ることを逆算で確かめた。ただし際限なく平らではなく、4 倍にすると 2.1250 倍になる。平らさは二重に効いている——需要が 4 倍になっても最適発注量は 2.0000 倍にしかならないので、需要の見積もりを二倍まちがえても最適は 1.41 倍しかずれない。その上で、1.41 倍ずれても費用は 5 パーセント増に収まる。分離子は、費用の和が対数で対称かどうかである——x と $1/x$ が同じ値を返す形なら平らになり、片側だけ罰が重い形（欠品の費用など）では平らさが消える。論文300 の「量の持ち物」でいえば、「最適が二量の一致」は積が一定という持ち物を要り、「周りが平ら」は二階微分の大きさという別の持ち物を要る。同じ最適点についての二つの事実で、一方から他方は出ない。正直に言えば——在庫の運用は勧めていない。どの発注量を使うべきかは述べず、最適から外れたときに何が起きるかだけを見た。需要は一定として計算しており、ばらつきがある場合の安全在庫は別の主題である。欠品の費用も数量割引も入れておらず、発注費と保管費をどう見積もるかにも立ち入っていない。「平らだから最適でなくてよい」とも書かない。平らなのは費用の側であって、保管場所や資金は別に効く。言えるのは、最適の条件が二量の一致として現れ、その周りが対数で対称に平らである、そこまでである。

参考文献

1. Hardy, G. H., Littlewood, J. E., & Polya, G. (1934). *Inequalities*. Cambridge University Press.
2. Harris, F. W. (1913). *How Many Parts to Make at Once*. Factory, The Magazine of Management.
3. Silver, E. A., Pyke, D. F., & Thomas, D. J. (2016). *Inventory and Production Management in Supply Chains* (4th ed.). CRC Press.
4. Wilson, R. H. (1934). *A Scientific Routine for Stock Control*. Harvard Business Review.
5. 山岸勇輝 (2026). 『四つの平均は一つの族であり、等号の柵は一つしかない』[論文194]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22106809
6. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 ── 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
7. 山岸勇輝 (2026). 『三つの分野に出る「ちょうど半分」は、物理ではなく二次関数の頂点である』[論文486]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22759952

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)