滞在時間が 5.8 倍変わっても、掛け算の関係は動かない

— サービス時間の分布を変えると滞在時間は **5.8189** 倍になるが、三つの分布すべてで「中にいる数 ＝ 到着率 × 滞在時間」が 10^{-9} 以内で成り立つ — 同じ式が赤血球にも当たる — [論文549]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

待ち行列の平均は、分布を決めなければ計算できない。本稿が示すのは、中にいる数と滞在時間を結ぶ掛け算だけは分布を決めなくても成り立ち、しかもそれが行列でない系にも当たることである。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。三つの分布すべてで掛け算が成り立つ——決定的・指数・重い尾のいずれでも「中にいる数 ＝ 到着率 × 滞在時間」が 10^{-9} 以内で合う（第3節）。 第二に、その滞在時間そのものは大きく変わる——2.983790 から 17.362248 へ 5.8189 倍。法則が素通しなのではない（第3節）。 第三に、行列でない系にも当たる——赤血球の産生率 2.0×10^{6} 個毎秒に寿命 120 日を掛けると 2.0736×10^{13} 個（第2節）。 第四に、それは実測の目安の 0.8294 倍である——桁は合うが一致ではない。17 パーセント外れている（第2節）。 第五に、論文405 により、この一致は同根の証拠にならない——全単射が無い以上、0.8294 は整合性の確認であって導出ではない（第2節）。 第六に、分離子は、中で数が増えも減りもしないことである——分裂も消滅もしない中身に限って、掛け算は分布に依らない（第4節）。 キーワード：リトルの法則、滞在時間、待ち行列、赤血球の寿命、平均在庫。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——リトルの法則は標準的で、1961 年に証明されている。待ち行列の設計を論じない——窓口を何個置くべきかは述べない。分布ごとの滞在時間の式を導かない——各分布の W は計算機で測った値であって、閉じた式を出していない。赤血球の生理を主張しない——産生率も寿命も文献の代表値で、個人差も病態も入れていない。得た **0.8294** 倍は整合性の確認であって、生理の発見ではない。定常でない場合を扱わない——立ち上がりや過渡は主題ではない。「分布は要らない」とは書かない——要らないのは掛け算の関係だけで、三つの量のうち二つを知るには分布が要る。既刊との関係：論文469 は混みぐあいを一割上げたときの待ち時間が、いまどこにいるかで決まると示した——あちらの主題は W が混雑率に対して非線形に伸びることで、本稿の主題は $L = \lambda W$ が分布に依らないことである。あちらは W の中身を問い、こちらは W の中身を問わずに済む関係を扱う。論文308 はあなたが乗るバスの間隔が平均の 2 倍だと示した——観測者が見る量と時間平均が食い違う例で、本稿はその食い違いを持たない量を扱う。論文405 は数値の一致が同根の証拠になるのは全単射があるときだけだと示した——赤血球の **0.8294** 倍にこれを適用した。論文300 は同根か別根かが判定できると示した——「分布に依らない」と「W は分布で変わる」は別根である。加えたのは、三つの分布で掛け算を 10^{-9} まで確かめたこと、同じ計算機実験で W が **5.8189** 倍動くことを対照に置いたこと、行列でない系（赤血球）に当てて **0.8294** 倍を得たこと、その一致を論文405 の基準で格下げしたこと、分離子を「中で数が増減しないこと」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：ある区画に物が入り、しばらく留まり、出ていく。単位時間あたりの到着数を λ、一つあたりの平均滞在時間を W、ある瞬間に中にいる平均個数を L とする。定常であれば

$$L = \lambda W$$

が成り立つ。リトルの法則である。

> **観察 1.1**
>
> この式には分布が出てこない。到着のしかたにも、サービス時間の形にも触れていない——ふつう待ち行列の平均は分布を決めなければ出ないのに、この関係だけは決めなくてよい。

> **観察 1.2**
>
> 式のどこにも「窓口」が無い。行列である必要すらない——入って、留まって、出ていく区画なら何でもよい。

問い：本当に分布に依らないのか。そして、行列でない系に当てるとどうなるか。

2. 行列でない系に当てる

計算 2.1：赤血球を「区画」と見た。骨髄が作り、血中に留まり、脾臓が壊す。

量	値
産生率 λ	2.0×10^{6} 個毎秒
寿命 W	120 日 $= 1.0368 \times 10^{7}$ 秒
予測 $L = \lambda W$	$\mathbf{2.0736 \times 10^{13}}$ 個
実測の目安	2.5×10^{13} 個
比	**0.8294**

> **観察 2.2**
>
> 桁が合う。どちらも 10^{13} の桁である——三つの量のうち二つから三つ目が出た。

> **観察 2.3**
>
> しかし一致ではない。比は 0.8 より大きく 0.9 より小さい（実測 **0.8294**）——17 パーセント外れている。閾値を先に「1 割以内」と置いていたら落ちていた。

> **観察 2.4**
>
> 論文405 の基準で、この一致を格下げする。数値の一致が同根の証拠になるのは全単射があるときだけである——産生率と寿命はどちらも幅のある代表値で、それを掛けた値が実測の目安に近いというだけでは、生理の発見にはならない。これは整合性の確認である。

> **観察 2.5**
>
> それでも使い道はある。三つのうち二つが測りやすく、一つが測りにくいとき、残りが出る——赤血球なら数と寿命は測れるが、産生率は測りにくい。式は測りにくいほうを与える。

3. 三つの分布で、崩れない

計算 3.1：到着はポアソン（率 0.8）に固定し、サービス時間の分布だけを三つに変えて、区画を計算機の中で回した。平均サービス時間はいずれも 1.0 に揃えてある。

サービス時間	L	λ	W	λW
決定的（常に 1.0）	**2.381815**	0.798252	**2.983790**	**2.381815**
指数	**3.971286**	0.798388	**4.974128**	**3.971286**
二山（重い尾）	**13.861879**	0.798392	**17.362248**	**13.861879**

> **観察 3.2**
>
> これが本稿の芯である。三つの分布すべてで L と λW が 10^{-9} 以内で一致した——L は時間平均として、W は一人ずつの平均として、まったく別に集計している。それでも一致する。

> **観察 3.3**
>
> 法則が素通しなのではない。W そのものは **2.983790** から **17.362248** へ **5.8189** 倍動いた——分布は確かに効いている。効かないのは「三つの量を結ぶ関係」だけである。もし W が動かなければ、この検査は失敗しようがなかった。

> **観察 3.4**
>
> L も同じだけ動く。**2.381815** から **13.861879**——L と W が揃って動くので、比だけが残る。

観察 3.5

論文469 とは問うている場所が違う。あちらは混みぐあいを一割上げたときに W がどう伸びるかを扱った——W の中身が主題である。本稿は W の中身を問わずに済む関係を扱う。同じ区画を、片方は内側から、片方は外側から見ている。

観察 3.6

論文308 との差。あちらは観測者が見る間隔が時間平均の 2 倍になる例だった——見る立場で答が変わる量である。本稿の $L = \lambda W$ は、時間平均と個体平均という別々の立場から集計した二つが一致する。食い違う例と、食い違わない例が並ぶ。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、中で数が増えも減りもしないことである。入った一つが一つのまま出ていくときに限って、掛け算は分布に依らない——中で分裂する（一つ入って二つ出る）系や、消滅する系では成り立たない。

観察 4.2

赤血球が当たるのは、その条件を満たすからである。一つ作られた赤血球は、一つのまま壊される——もし血中で分裂していたら当たらなかった。当たる理由は「生物だから」でも「行列に似ているから」でもなく、この一点である。

観察 4.3

第二の分離子は定常性である。立ち上がりの途中では成り立たない——出血の直後の赤血球には当てられない。

> **観察 4.4**
>
> 論文300 の基準で別根である。「分布に依らない」は保存則という持ち物を要る——「W は分布で変わる」は待ち行列の力学という別の持ち物を要る。同じ実験から出た二つの事実で、一方から他方は出ない。

> **観察 4.5**
>
> 言わないこと。「分布は要らない」とは書かない——要らないのは三つを結ぶ関係だけで、三つのうち二つを知るには分布が要る。

5. 点呼と結び

1. 決定的で $L = \mathbf{2.381815}$（計算 3.1）：λW と一致。
2. 指数で $L = \mathbf{3.971286}$（計算 3.1）：同上。
3. 重い尾で $L = \mathbf{13.861879}$（計算 3.1）：同上・10^{-9} 以内。
4. W は **2.983790** から **17.362248**（観察 3.3）：**5.8189** 倍。
5. 赤血球の予測 $\mathbf{2.0736 \times 10^{13}}$ 個（計算 2.1）：産生率 × 寿命。
6. 実測の目安との比 **0.8294**（計算 2.1）：桁は合う。
7. 0.8 より大きく 0.9 より小さい（観察 2.3）：実測してから挟んだ。
8. 論文405 で格下げ（観察 2.4）：整合性の確認であって導出ではない。
9. 分離子は中で数が増減しないこと（観察 4.1）：分裂すれば崩れる。
10. 第二の分離子は定常性（観察 4.3）：過渡には当てられない。

結び：待ち行列の平均は、分布を決めなければ計算できない。ところが中にいる数と滞在時間を結ぶ掛け算だけは、分布を決めなくても成り立つ——到着をポアソンに固定してサービス時間の分布だけを決定的・指数・重い尾と変えたところ、三つすべてで「中にいる数 = 到着率 × 滞在時間」が 10^{-9} 以内で合った。L は時間平均として、W は一つずつの平均として、まったく別に集計している。それでも一致する。法則が素通しなのではない——W そのものは **2.983790** から **17.362248** へ **5.8189** 倍動いており、分布は確かに効いている。効かないのは三つの量を結ぶ関係だけである。W が動かなければ、この検査は失敗しようがなかった。そしてこの関係は、行列でない系にも当たる——赤血球の産生率 2.0×10^{6} 個毎秒に寿命 120 日を掛けると $\mathbf{2.0736 \times 10^{13}}$ 個で、実測の目安 2.5×10^{13} 個の **0.8294** 倍になる。桁は合うが一致ではなく、17 パーセント外れている。閾値を先に「1 割以内」と置いていたら落ちていた。論文405 の基準を当てれば、全単射が無い以上この **0.8294**

は同根の証拠にならない——産生率も寿命も幅のある代表値で、これは整合性の確認であって生理の発見ではない。それでも使い道はある。三つのうち二つが測りやすく一つが測りにくいとき、式は測りにくいほうを与える。分離子は、中で数が増えも減りもしないことである——入った一つが一つのまま出ていく系に限って掛け算は分布に依らず、中で分裂する系や消滅する系では成り立たない。赤血球が当たるのは「生物だから」でも「行列に似ているから」でもなく、一つ作られた赤血球が一つのまま壊されるからである。第二の分離子は定常性で、出血の直後には当てられない。既刊との位置——論文469 は混みぐあいを一割上げたときの W の伸びを扱い、W の中身が主題だった。本稿は W の中身を問わずに済む関係を扱う。同じ区画を、片方は内側から、片方は外側から見ている。論文308 は観測者が見る間隔が時間平均の 2 倍になる例だったが、本稿の $L = \lambda W$ では時間平均と個体平均が一致する。食い違う例と食い違わない例が並ぶ。論文300 の基準では、「分布に依らない」は保存則を、「W は分布で変わる」は待ち行列の力学を、それぞれ別に要る。正直に言えば——待ち行列の設計は論じていない。各分布の W は計算機で測った値であって、閉じた式を出していない。赤血球の産生率も寿命も文献の代表値で、個人差も病態も入れていない。定常でない場合も扱っていない。そして「分布は要らない」とも書かない——要らないのは三つを結ぶ関係だけで、三つのうち二つを知るには分布が要る。

参考文献

1. Franco, R. S. (2012). *Measurement of Red Cell Lifespan and Aging*. Transfusion Medicine and Hemotherapy.
2. Kleinrock, L. (1975). *Queueing Systems, Volume 1: Theory*. Wiley.
3. Little, J. D. C. (1961). *A Proof for the Queuing Formula $L = \lambda W$*. Operations Research.
4. Little, J. D. C., & Graves, S. C. (2008). *Little's Law*. In Building Intuition. Springer.
5. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 —— 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
6. 山岸勇輝 (2026). 『あなたが乗るバスの間隔は、平均の 2 倍である』[論文308]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22172305
7. 山岸勇輝 (2026). 『数値の一致が同根の証拠になるのは、全単射があるときだけである』[論文405]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699433
8. 山岸勇輝 (2026). 『混みぐあいを一割上げたときの待ち時間は、いまどこにいるかで決まる』[論文469]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733401

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)