同じ「一割」が、どの寸法かで 1.4641 倍にも 0.7513 倍にもなる

— ばね定数には線径の 4 乗・コイル径の −3 乗・巻数の −1 乗という三つの冪が同居している — 線径の ±1 パーセントの公差は、ばね定数の 8.3290 パーセントに増幅される — [論文558]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

ばねを硬くしたいとき、線を太くするか、コイルを細くするか、巻数を減らすかを選ぶ。本稿が示すのは、一つの式の中に三つの違う冪が同居していて、「同じ割合だけ変える」という言い方が意味を持たないことである。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。同じ一割が三つに分かれる——線径なら 1.464100 倍、コイル径なら 0.751315 倍、巻数なら 0.909091 倍である（第2節）。 第二に、冪は式を見ずに取り出せる——対数どうしの傾きが 4.000000・−3.000000・−1.000000 を返す（第2節）。 第三に、向きも一つだけ違う——三つのうち線径だけが 1 より大きく、あとの二つは 1 より小さい（第2節）。 第四に、公差が増幅される——線径 ±1 パーセントが、ばね定数の 8.3290 パーセントの幅になる（第3節）。 第五に、線径だけが二つを同時によくする——一割太くすると硬さは 1.464100 倍になり、同じ荷重での応力は 0.751315 倍に下がる（第3節）。 第六に、分離子は、冪が寸法ごとに違うことである——冪が同じなら「一割」は一つの意味を持つ。違うから持たない（第4節）。 キーワード：コイルばね、ばね定数、ねじり応力、寸法の感度、ばねの設計。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——コイルばねのばね定数の式も、ねじり応力の式も標準的である。ばねの設計を勧めない——どの寸法をいじるべきかは述べない。いじったときに何が起きるかだけを見る。製造の都合を入れない——線を太くする費用も、巻ける最小のコイル径も入っていない。だから「線径をいじれ」とは書かない。座巻と端末処理を扱わない——有効巻数は与えられたものとした。たわみの大きい領域を扱わない——線形域だけで、コイルどうしが密着する手前までを見ている。疲労と へたりを扱わない——繰り返し荷重は主題ではない。応力集中係数を入れない——ワールの補正を掛けていないので、第3節の応力は比としてだけ読む。既刊との関係：論文372 は面積を半分にしても種は半分にならないと示し、指数 $z = 0.25$ の下で **0.840896** を出した——本稿でばね定数を半分にする線径の比も同じ **0.840896** である。冪 1/4 と冪 4 は互いに逆数なので、同じ数が出入りの向きを変えて現れているだけで、偶然ではない。あちらは一つの冪の話であり、本稿は三つの冪が同居する話である。論文335 は往復すると冪が変わると示し、そこにも **0.840896** が出ている——冪を一つ動かすと何が起きるかを扱った編で、本稿は動かさずに三つ並べる。論文300 は同根か別根かが判定できると示した——「冪が寸法ごとに違う」と「公差が増幅される」は、同じ冪 4 から出る同根である。加えたのは、三つの冪を式を見ずに対数の傾きで取り出したこと、同じ一割が **1.464100**・**0.751315**・**0.909091** に分かれることを 12 桁で示したこと、線径の公差の増幅を **8.3290** パーセントと測ったこと、線径だけが硬さと応力を同時によくすることを示したこと、分離子を「冪が寸法ごとに違うこと」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：線径 d、コイル平均径 D、有効巻数 n、横弾性係数 G のコイルばねのばね定数は

$$k = \frac{G\,d^4}{8\,D^3\,n}$$

である。同じ荷重 F に対するねじり応力は $\tau = 8FD/(\pi d^3)$ である。

> **観察 1.1**
>
> 三つの寸法が、三つの違う冪で入っている。$+4$・-3・-1——同じ「寸法」という顔をしていても、効き方の桁が違う。

> **観察 1.2**
>
> 現場の問いは「どれをどれだけ変えるか」の形をしている。「一割ほど硬くしたい」という言い方をする——どの寸法を一割動かすかで答が変わるなら、その言い方は指示になっていない。

問い：同じ「一割」が、どれだけ違う結果を返すか。

2. 同じ一割が、三つに分かれる

計算 2.1：線径 2 mm・コイル径 16 mm・巻数 10 の鋼のばね（ばね定数 3872.070313 N/m）を基準に、一つずつ一割増やした。

一割増やす寸法	ばね定数の比	対応する冪
線径	**1.464100**	1.1^{4}
コイル径	**0.751315**	1.1^{-3}
巻数	**0.909091**	1.1^{-1}

> **観察 2.2**
>
> これが本稿の芯である。同じ「一割」が **1.464100** から **0.751315** まで散らばる——いちばん大きい効きといちばん小さい効きの比は 1.95 倍で、しかも向きが逆である。

> **観察 2.3**
>
> 向きが一つだけ違う。線径だけが 1 より大きく、コイル径と巻数は 1 より小さい——「大きくする」という同じ操作が、硬くしたり柔らかくしたりする。

計算 2.4：冪を、式を見ずに取り出した。ばね定数と寸法の対数どうしの傾きを数値微分で求める。

寸法	対数の傾き
線径	**4.000000**
コイル径	**−3.000000**
巻数	**−1.000000**

> **観察 2.5**
>
> これは検査である。式に書いてある指数と、関数から数値で取り出した傾きが 10^{-6} 以内で一致した——実装が式のとおりでなければ落ちる。比の **1.464100** が 1.1^4 に 12 桁一致することも別に確かめた。

> **観察 2.6**
>
> 「一割変える」は指示になっていない。どの寸法かを言わなければ、比は決まらない——割合で語れば寸法の単位からは自由になるが、冪からは自由にならない。

3. 公差の増幅と、線径だけの得

計算 3.1：線径に公差を与えて、ばね定数の幅を見た。

線径の公差	ばね定数の比	幅
±1 パーセント	0.960596〜1.040604	**1.083290**
±2 パーセント	0.922368〜1.082432	1.173536
±5 パーセント	0.814506〜1.215506	1.492323

> **観察 3.2**
>
> ±1 パーセントが **8.3290** パーセントになる。1.08 より大きく 1.09 より小さい（実測 **1.083290**）——線を引くときの 1 パーセントが、ばね定数では 8 倍の幅で返ってくる。冪 4 の代償である。

> **観察 3.3**
>
> 効きが大きいことと、荒れやすいことは同じ事実の裏表である。いちばんよく効くつまみが、いちばん公差に厳しい——選べるのは「よく効くが管理が要る」か「効かないが安定している」かであって、両方は取れない。

> **観察 3.4**
>
> ばね定数を半分にする線径の比は **0.840896** である。戻すとちょうど 0.5 に返る（12 桁）——この数は体系に既にある。論文372 は指数 $z = 0.25$ の下で「面積を半分にすると種は **0.840896** 残る」と出し、論文335 にも同じ数がある。冪 1/4 と冪 4 は互いに逆数なので、同じ数が出入りの向きを変えて現れているだけで、偶然ではない。

計算 3.5：線を一割太くしたとき、同じ荷重での応力はどうなるか。**0.751315** 倍である（1.1^{-3} に 12 桁一致）。

> **観察 3.6**
>
> 線径だけが二つを同時によくする。硬さは **1.464100** 倍になり、応力は **0.751315** 倍に下がる——ふつう設計のつまみは片方を良くして片方を悪くする（論文556・557 がその例である）。ここは両方が同じ向きに動く、めずらしい場合である。

> **観察 3.7**
>
> 同じ **0.751315** が二か所に出る。コイル径を一割増やしたときのばね定数の比と、線径を一割増やしたときの応力の比——どちらも 1.1^{-3} である。冪が同じで、掛かる相手が違う。同じ数が二つの別の意味で出ている。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、冪が寸法ごとに違うことである。もし三つとも同じ冪なら、「一割変える」は一つの意味を持つ——違うから持たない。分離子は式の形（冪の積）ではなく、指数がそろっているかどうかである。

> **観察 4.2**
>
> 冪の積であることは、割合で語れば加法になることを意味する。対数を取れば $\ln k = 4\ln d - 3\ln D - \ln n +$ 定数——だから小さい変更なら効きが足し合わされる。ただし係数が 4・-3・-1 と違うので、足すのは「割合」ではなく「割合に冪を掛けたもの」である。

> **観察 4.3**
>
> 論文300 の基準で同根である。「冪が寸法ごとに違う」と「公差が増幅される」は、どちらも冪 4 という一つの持ち物から出る——冪を 1 にそろえれば両方とも消える。体系のふだんの結論は別根だが、ここは同根である。

> **観察 4.4**
>
> 言わないこと。「線径をいじれ」とは書かない——線を太くする費用も、巻ける最小のコイル径も入れていない。効きが大きいことと、選ぶべきであることは別である。

5. 点呼と結び

1. 線径 一割で $\mathbf{1.464100}$ 倍（計算 2.1）：1.1^{4} に 12 桁一致。
2. コイル径 一割で $\mathbf{0.751315}$ 倍（計算 2.1）：1.1^{-3}。
3. 巻数 一割で $\mathbf{0.909091}$ 倍（計算 2.1）：1.1^{-1}。
4. 対数の傾き $\mathbf{4.000000}$・$\mathbf{-3.000000}$・$\mathbf{-1.000000}$（計算 2.4）：式を見ずに取り出した。
5. 線径 $\pm$1 パーセントで幅 $\mathbf{1.083290}$（計算 3.1）：$\mathbf{8.3290}$ パーセント。
6. 半分にする線径の比 $\mathbf{0.840896}$（観察 3.4）：論文372・335 が既に持つ数。
7. 応力は $\mathbf{0.751315}$ 倍（計算 3.5）：硬くなり、かつ下がる。
8. 同じ $\mathbf{0.751315}$ が二か所（観察 3.7）：冪が同じで相手が違う。
9. 分離子は冪がそろっていないこと（観察 4.1）：そろえば「一割」に意味が戻る。
10. 二つの事実は同根（観察 4.3）：どちらも冪 4 から。

結び：ばねを硬くしたいとき、線を太くするか、コイルを細くするか、巻数を減らすかを選ぶ。ところが一つの式の中に三つの違う冪が同居していて、「同じ割合だけ変える」という言い方が意味を持たない——線径 2 mm・コイル径 16 mm・巻数 10 のばねで一つずつ一割増やすと、線径なら $\mathbf{1.464100}$ 倍、コイル径なら

0.751315 倍、巻数なら 0.909091 倍になる。散らばりは 1.95 倍あり、しかも向きが一つだけ逆で、線径だけが 1 を超える。冪は式を見ずに取り出せて、対数どうしの傾きが 4.000000・−3.000000・−1.000000 を 10^{-6} 以内で返す。実装が式のとおりでなければ落ちる検査である。割合で語れば寸法の単位からは自由になるが、冪からは自由にならない。そして冪 4 は、公差を増幅して返してくる——線径 ±1 パーセントが、ばね定数では 1.083290 倍の幅、8.3290 パーセントになる。効きが大きいことと荒れやすいことは同じ事実の裏表で、いちばんよく効くつまみがいちばん公差に厳しい。「よく効くが管理が要る」か「効かないが安定している」かであって、両方は取れない。ばね定数を半分にする線径の比 0.840896 は体系に既にある数で、論文372 が指数 $z = 0.25$ の下で「面積を半分にすると種は 0.840896 残る」と出し、論文335 にも同じ数がある。冪 1/4 と冪 4 は互いに逆数なので、同じ数が出入りの向きを変えて現れているだけで偶然ではない。線径だけは、二つを同時によくする——一割太くすると硬さは 1.464100 倍になり、同じ荷重での応力は 0.751315 倍に下がる。設計のつまみはふつう片方を良くして片方を悪くするもので、論文556 の締付も論文557 の圧力角もそうだった。ここは両方が同じ向きに動くめずらしい場合である。なおこの 0.751315 は、コイル径を一割増やしたときのばね定数の比と同じ数でもある。どちらも 1.1^{-3} で、冪が同じで掛かる相手が違う。分離子は、冪が寸法ごとに違うことである——三つとも同じ冪なら「一割変える」は一つの意味を持ち、違うから持たない。分離子は式が冪の積であることではなく、指数がそろっているかどうかである。論文300 の基準では、「冪が寸法ごとに違う」と「公差が増幅される」はどちらも冪 4 という一つの持ち物から出るので同根である——冪を 1 にそろえれば両方とも消える。正直に言えば——ばねの設計は勧めていない。線を太くする費用も、巻ける最小のコイル径も入れていないので「線径をいじれ」とは書かない——効きが大きいことと選ぶべきであることは別である。座巻と端末処理は扱わず有効巻数は与えられたものとし、線形域だけを見て密着の手前で止めている。疲労もへたりも主題ではなく、ワールの応力集中係数を掛けていないので第3節の応力は比としてだけ読むこと。

参考文献

1. Associated Spring (1987). *Design Handbook: Engineering Guide to Spring Design*. Barnes Group.
2. Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2015). *Shigley's Mechanical Engineering Design* (10th ed.). McGraw-Hill.
3. Timoshenko, S. P., & Goodier, J. N. (1970). *Theory of Elasticity* (3rd ed.). McGraw-Hill.
4. Wahl, A. M. (1963). *Mechanical Springs* (2nd ed.). McGraw-Hill.
5. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 ── 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
6. 山岸勇輝 (2026). 『往復すると、冪が変わる』[論文335]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22681851
7. 山岸勇輝 (2026). 『面積を半分にしても、種は半分にならない——そして種を半分にするには面積を 6.25 パーセントにする』[論文372]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22698241
8. 山岸勇輝 (2026). 『外力の多数派を受けているのは、ボルトではない』[論文556]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014218
9. 山岸勇輝 (2026). 『歯を強くする角度は、伝動をなめらかにする角度と逆を向いている』[論文557]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014224

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)