寿命を決めているのは最初のきずで、終わりの大きさではない

— 初期きず **0.5** mm・終端 **25** mm のとき、終端を **2** 倍にしても寿命は **1.048244** 倍にしかならないが、初期きずを半分にすると **1.482441** 倍になる — 終端を無限大にしても **1.164716** 倍が上限で、そこへの近づき方も遅い — [論文565]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

壊れにくい材料を選べば、き裂が入っても長く保つと考えられる。本稿が示すのは、寿命の大半が「きずが小さいあいだ」に費やされるので、終端をどれだけ広げても寿命がほとんど延びないことである。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、終端を 2 倍にしても、ほとんど延びない——1.048244 倍である（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。初期きずを半分にすると、はるかによく延びる——1.482441 倍で、効きの比はちょうど 10.000000 である（第3節）。 第三に、その比は閉じた式で書ける——$\sqrt{2a_f/a_i}$ であり、数値と 10^{-9} で一致する（第3節）。 第四に、終端を無限大にしても上限がある——1.164716 倍まで。16 パーセント強しか買えない（第2節）。 第五に、寿命の 3 割は、きずが 2 倍になるまでに費やされる——0.341137 である（第3節）。 第六に、分離子は、指数が 2 より大きいかどうかである——2 を超えると積分が初期側に集まり、2 以下なら終端側が効く（第4節）。 キーワード：き裂進展、パリス則、疲労寿命、初期きず、破壊力学。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——パリス則も、その積分も標準的である。寿命の予測を与えない——係数 C も応力範囲も置いておらず、出したのはすべて比である。実部材の寿命は本稿からは出ない。形状係数を定数とした——応力拡大係数を $\sqrt{a}$ に比例するとした。実際には形状係数がき裂の長さとともに変わり、終端近くでは特に効く。き裂の発生を扱わない——初期きずは与えられたものとして始める。そこに至るまでの寿命は論文564 の側にある。下限界を入れない——応力拡大係数の変動幅が小さいとき、き裂は進まない。その下限界を入れれば、小さいきずの寄与はさらに大きくなる。き裂閉口と過大荷重を扱わない——遅延効果も履歴も入っていない。「靭性は要らない」とは書かない——終端が寿命をほとんど延ばさないことと、靭性が不要であることは別である。靭性は「いつ突然壊れるか」を決めており、それは寿命の長さとは別の問いである。既刊との関係：論文262 は「壊れる」が三つあり、傷が決める破壊ではグリフィスの式で強度が傷の平方根に反比例すると示した——あちらは一回の載荷で「いま壊れるか」を問い、こちらは繰り返しで「いつまで保つか」を問う。同じ $\sqrt{a}$ が、片方では強度の式に、片方では進む速さの式に入っている。論文561 は重ねを倍にしても耐力が 1 パーセントも増えないと示した——どちらも「増やしても返ってこない」型で、あちらは被着材が伸びて荷重が端に寄るため、こちらは積分が初期側に集まるためである。論文564 は同じ指数が上げる側で残酷、下げる側で気前がよいと示した——あちらは寿命を一つの数として扱い、内訳に立ち入らなかった。本稿はその内訳のうち、進展の側だけを開く。論文300 は同根か別根かが判定できると示した——「終端が効かない」と「初期が効く」は同じ積分から出る同根である。加えたのは、積分を閉じた式と突合せたこと、終端 2 倍と初期 2 分の 1 の効きを $\mathbf{1.048244}$ と $\mathbf{1.482441}$ で対比したこと、効きの比が $\sqrt{2a_f/a_i}$ に一致することを 10^{-9} で確かめたこと、終端無限大の上限を $\mathbf{1.164716}$ と出し、その近づき方が遅いことを二段の終端で示したこと、分離子を「指数が 2 より大きいか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：き裂の長さ a が繰り返しごとに伸びる速さを、パリス則

$$\frac{da}{dN} = C\,(\Delta K)^{m}, \qquad \Delta K \propto \sqrt{a}, \qquad m = 3$$

で表す。初期きず a_i から終端 a_f までの繰り返し数は、これを積分して

$$N \propto \frac{a_f^{\,1-m/2} - a_i^{\,1-m/2}}{1 - m/2}$$

で与えられる。$m = 3$ なら指数は $-1/2$ で、$N \propto 2(a_i^{-1/2} - a_f^{-1/2})$ である。

> **観察 1.1**
>
> a_i は負のべきで入っている。小さいほど大きく効く——a_f も同じ形だが、大きいので寄与が小さい。

> **観察 1.2**
>
> 終端は靭性が決める。a_f は、応力拡大係数が破壊靭性に達する長さである——つまり「靭性の高い材料を選ぶ」ことは、この式では a_f を大きくすることに当たる。

問い：a_f を大きくすると、寿命はどれだけ延びるか。

2. 終端を広げても、ほとんど延びない

計算 2.1：初期きず 0.5 mm・終端 25 mm を基準に、終端だけを変えた。

終端	相対寿命	基準に対する比
12.5 mm	71.554175	0.931773
25 mm	76.793608	1.000000
50 mm	80.498447	**1.048244**
100 mm	83.118164	1.082358
1000 mm	87.442719	1.138672

> **観察 2.2**
>
> 2 倍にして 5 パーセントも延びない。**1.048244** 倍——許容できるき裂を倍にするというのは材料としては大きな違いだが、寿命はほとんど動かない。

> **観察 2.3**
>
> 積分は閉じた式と一致する。$2(a_i^{-1/2} - a_f^{-1/2})$ が同じ値を返す（10^{-9}）——別に組み立てた式との突合せである。初期と終端が等しければ寿命 0 になることも確かめた。

計算 2.4：終端を無限大にした極限を出した。$2a_i^{-1/2}$ に収束し、基準の **1.164716** 倍である。

> **観察 2.5**
>
> 上限がある。**1.1** より大きく **1.2** より小さい——どれだけ靭性を上げても、この配置では **16** パーセント強しか買えない。

> **観察 2.6**
>
> 近づき方も遅い。終端 **1000 mm**（初期の **2000** 倍）でも、極限まで **0.026044** 残っている——**0.02** より大きく **0.03** より小さい。さらに **100** 倍長くすれば隔たりは **10** 分の **1** 以下になり、確かに極限へ寄る。だが実用の寸法では、上限にすら届かない。

3. 初期きずのほうが、桁で効く

計算 3.1：今度は終端を **25 mm** に固定し、初期きずを変えた。

初期きず	相対寿命	基準に対する比
1.00 mm	**50.596443**	**0.658863**
0.50 mm	**76.793608**	**1.000000**
0.25 mm	**113.841996**	**1.482441**
0.10 mm	**187.350889**	**2.439668**

> **観察 3.2**
>
> これが本稿の芯である。初期きずを半分にすると **1.482441** 倍、終端を **2** 倍にした **1.048244** 倍とは桁が違う——効きの比はちょうど **10.000000** である。

> **観察 3.3**
>
> その **10** は閉じた式で説明できる。効きの比は $\sqrt{2a_f/a_i}$ で、$a_f/a_i = 50$ なら $\sqrt{100} = 10$ である——数値と 10^{-9} で一致した。**10** という切りのよさは偶然で、初期と終端の比がたまたま **50** だったことによる。配置が変われば **10** ではなくなる。

> **観察 3.4**
>
> 比は初期と終端の隔たりで決まる。a_f/a_i が大きいほど、初期側の重みが増す——薄いものほど（終端が小さいほど）両者の差は縮む。差が大きいのは、大きな構造物のほうである。

計算 3.5：寿命がどこで費やされているかを見た。きずが 2 倍（0.5 mm から 1.0 mm）になるまでで、寿命の **0.341137** が終わっている。

> **観察 3.6**
>
> 3 割より多く 4 割より少ない。き裂が 0.5 mm から 1.0 mm へ伸びるあいだ——目で見ても分からない範囲——に、寿命の三分の一が過ぎている——残りの 24 mm を伸びるのに、寿命の三分の二しか要らない。

> **観察 3.7**
>
> だから検査の効きも初期側にある。見つけられる最小のきずを小さくすることが、そのまま寿命を買うことになる——ただし本稿は検査の費用も確率も測っていない。言えるのは、同じ「半分にする」が終端側より初期側で 10 倍効く、そこまでである。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、指数 m が 2 より大きいかどうかである。$m > 2$ なら $1 - m/2 < 0$ で、積分は a_i の負のべきに支配される——$m < 2$ なら符号が変わり、終端側が効くようになる。金属の m は 2 から 4 のあいだにあることが多く、本稿の 3 はその中である。境目は材料の性質ではなく、指数の値そのものにある。

> **観察 4.2**
>
> 論文561 と同じ「返ってこない」型である。あちらは重ねを倍にしても耐力が 1 パーセントも増えなかった——返ってこない理由が違う。あちらは被着材が伸びて荷重が端に寄るため、こちらは積分が初期側に集まるためである。同じ頭打ちでも、詰まっている場所が違う。

> **観察 4.3**
>
> 論文262 とは問いが違う。あちらはグリフィスの式で「いま壊れるか」を問い、強度が傷の平方根に反比例すると示した——こちらは「いつまで保つか」を問う。同じ $\sqrt{a}$ が、片方では強度の式に、片方では進む速さの式に入っている。傷が同じ役を二度演じている。

> **観察 4.4**
>
> 論文300 の基準では同根である。「終端が効かない」と「初期が効く」は、どちらも同じ積分から出る——指数を $m < 2$ に変えれば両方とも逆になる。

> **観察 4.5**
>
> 言わないこと。「靭性は要らない」とは書かない——終端が寿命をほとんど延ばさないことと、靭性が不要であることは別である。靭性が決めているのは「いつ突然壊れるか」であって、それは寿命の長さとは別の問いである。

5. 点呼と結び

1. 終端 2 倍で **1.048244** 倍（計算 2.1）：5 パーセントも延びない。
2. 積分が閉じた式と一致（観察 2.3）：10^{-9}。
3. 終端無限大の上限 **1.164716** 倍（計算 2.4）：16 パーセント強。
4. 1000 mm でも **0.026044** 残る（観察 2.6）：近づき方も遅い。
5. 初期 半分で **1.482441** 倍（計算 3.1）：本稿の芯。
6. 効きの比 **10.000000**（観察 3.2）：桁が違う。
7. 比は $\sqrt{2a_f/a_i}$（観察 3.3）：閉じた式と一致。
8. きず 2 倍までで寿命の **0.341137**（計算 3.5）：三分の一。
9. 分離子は $m > 2$ か（観察 4.1）：2 以下なら逆になる。
10. 論文262 とは問いが違う（観察 4.3）：いま壊れるか、いつまで保つか。

結び：壊れにくい材料を選べば、き裂が入っても長く保つと考えられる。ところが終端を広げても、寿命はほとんど延びない——初期きず 0.5 mm・終端 25 mm を基準に終端だけを 2 倍にしても、寿命は **1.048244** 倍、5 パーセントも延びない。許容できるき裂を倍にするというのは材料としては大きな違いなのに、寿命はほとん

ど動かない。積分は閉じた式 $2(a_i^{-1/2}-a_f^{-1/2})$ と 10^{-9} で一致し、初期と終端が等しければ寿命 0 に戻ることも確かめた。終端を無限大にした極限でも **1.164716** 倍が上限で、どれだけ靭性を上げてもこの配置では 16 パーセント強しか買えない。しかも近づき方が遅く、終端 1000 mm（初期の 2000 倍）でも極限まで **0.026044** 残っている——実用の寸法では、上限にすら届かない。初期きずのほうは、桁で効く——半分にすると寿命は **1.482441** 倍になり、終端を 2 倍にした **1.048244** 倍とは桁が違う。効きの比はちょうど **10.000000** である。その 10 は閉じた式 $\sqrt{2a_f/a_i}$ から出る。切りのよさは偶然で、初期と終端の比がたまたま 50 だったことによる。比は初期と終端の隔たりで決まるので、大きな構造物ほど初期側の重みが増す。寿命の使われ方を見れば、き裂が 0.5 mm から 1.0 mm へ伸びる——目で見ても分からない範囲——だけで寿命の **0.341137** が過ぎており、残りの 24 mm には三分の二しか要らない。分離子は、指数 m が 2 より大きいかどうかである——$m>2$ なら積分が a_i の負のべきに支配され、$m<2$ なら符号が変わって終端側が効くようになる。金属の m は 2 から 4 のあいだにあることが多く、本稿の 3 はその中である。境目は材料の性質ではなく、指数の値そのものにある。論文300 の基準では、「終端が効かない」と「初期が効く」はどちらも同じ積分から出る同根で、$m<2$ にすれば両方とも逆になる。既刊との位置——論文262 はグリフィスの式で「いま壊れるか」を問い、強度が傷の平方根に反比例すると示した。こちらは「いつまで保つか」を問う——同じ $\sqrt{a}$ が、片方では強度の式に、片方では進む速さの式に入っている。論文561 とも同じ「返ってこない」型だが、あちらは被着材が伸びて荷重が端に寄るため、こちらは積分が初期側に集まるためで、詰まっている場所が違う。論文564 は寿命を一つの数として扱って内訳に立ち入らなかったが、本稿はその内訳のうち進展の側だけを開いた。正直に言えば——寿命の予測を与えていない。係数も応力範囲も置かず、出したのはすべて比である。形状係数を定数として応力拡大係数を $\sqrt{a}$ に比例させたが、実際には形状係数がき裂とともに変わり終端近くでは特に効く。き裂の発生は扱わず初期きずは与えられたものとして始めており、そこに至るまでは論文564 の側である。下限界も入れていない（入れれば小さいきずの寄与はさらに大きくなる）し、き裂閉口も過大荷重の遅延も入っていない。そして「靭性は要らない」とも書かない——靭性が決めているのは「いつ突然壊れるか」であって、寿命の長さとは別の問いである。

参考文献

1. Anderson, T. L. (2017). *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications* (4th ed.). CRC Press.
2. Paris, P. C., & Erdogan, F. (1963). *A Critical Analysis of Crack Propagation Laws*. Journal of Basic Engineering.
3. Schijve, J. (2009). *Fatigue of Structures and Materials* (2nd ed.). Springer.
4. Suresh, S. (1998). *Fatigue of Materials* (2nd ed.). Cambridge University Press.
5. 山岸勇輝 (2026). 『「壊れる」は三つあり、強度では決まらない』[論文262]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22169671
6. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 ── 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
7. 山岸勇輝 (2026). 『重ねを倍にしても、耐力は 1 パーセントも増えない』[論文561]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014246
8. 山岸勇輝 (2026). 『同じ指数が、片側では残酷に、もう片側では気前よく働く』[論文564]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014256

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)