

因子 2 の一致は「別根」である

— 第2版：初版が有罪にした偶然を、初版自身が証人に立てていた（山岸パッチの因子 2 問題） —

[論文58]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月（第2版）

— From thinking to syncing. —

要旨

初版は、アインシュタイン方程式の因子 2 ($16\pi G = 2 \cdot 8\pi G$ 、トレース反転由来) と、質量階段の「表と裏の2枚」の 2 が同一起源かという問いを、両者を次元 d の関数として比較することで決着させた。トレース反転から $f_{\text{GR}}(d) = (d-2)/(d-3)$ 、階段側から $f_{\text{ladder}}(d) = 2$ を得て、両者は $d=4$ でのみ交わるから別根であり、一致は数値的偶然であると結論した。この結論は正しく、第2版でも変更しない。導出も再確認した——

$R_{00} = \kappa_d \rho(d-3)/(d-2)$ 、 $f_{\text{GR}}(d) = 2 \iff d=4$ (本稿で記号計算により確認)。 $d=3$ における極が「 $2+1$ 次元重力に局所的な自由度が存在しない」という既知の事実と一致することも、導出の独立な裏づけとしてそのまま残る。第2版が訂正するのは、第5節である。第4節は一致を数値的偶然と断じた。ところが第5節は、その同じ一致を「 $3+1$ 次元の特別さの第5の顔」として数え直している。両立しない——偶然であるなら次元についての証拠ではありえず、証拠であるなら偶然ではない。初版は自ら有罪にした偶然を、二節あとで証人に立てていた（観察5.1）。しかも偶然は、第4節が述べたよりさらに薄い。 $f_{\text{ladder}} = 2$ は選んだ整数である。枚数が 3 なら $f_{\text{GR}} = 3$ は $d=7/2$ 、 4 なら $d=10/3$ で交わる（本稿で確認）。枚数は自由な整数であり、 f_{GR} は $d=4$ で何かしらの値を取るにすぎない。「 $f_{\text{GR}}(4) = 2$ 」が特筆に値するのは 2 が独立に意味を持つ場合だけであり、その意味を与えているのは選んだ枚数そのものである（観察5.2）。さらに、定理の本当の中身は「関数が交わらないこと」ではない。 f_{GR} は場の方程式から導出された d 依存の比であり、 f_{ladder} は数え上げの整数である。論理型が違う——数え上げは自分が何次元にいるかを知らない（論文114）。別根性は、交点を数える前に、型を見た時点で決まっている（観察4.3）。

本稿の位置づけ：新たな物理法則を主張しない。 d 次元のトレース反転も、 $2+1$ 次元重力に局所的自由度がないことも、すべて標準的である（Deser, Jackiw & 't Hooft 1984）。用いた方法——値の一致ではなく関数の一致を問う——は論文01 自身のものである。論文57 第2版との関係：論文57 第2版は、KK 電荷正規化 $\kappa^2 = 16\pi G$ が「最初に置いた前因子を打ち消せ」という指示にすぎず、KK は 16π を運んだだけで因子 2 について何の証拠も与えていないことを示した。したがって本稿は KK の議論を救うものではない——本稿は、その下にある問い（アインシュタインの 2 と階段の 2 は同根か）を自前の根拠で決着させている。

1. 問題と方法

問い：アインシュタイン方程式 $G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$ の前因子に含まれる $16\pi G = 2 \cdot 8\pi G$ の因子 2 （トレース反転由来）と、論文01 の質量階段における「表と裏の2枚」の 2 は、同一起源か。

方法（論文01 の論法の一段上）：論文01 は「 r^α がある一点でなくすべての r で定数となるのは $\alpha = 0$ のみ」を用いて唯一性を得た。本稿は同じ論法を次元に適用する——二つの因子を次元 d の関数として書き、すべての d で一致するかを問う。

2. アインシュタイン側の因子 $f_{\text{GR}}(d)$

命題 2.1（アインシュタイン因子の次元依存）

d 次元時空で $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa_d T_{\mu\nu}$ とする。静止した塵に対しトレース反転すると

$$R_{00} = \kappa_d \rho \frac{d-3}{d-2} \quad (1)$$

弱場で $R_{00} \simeq \nabla^2 \Phi$ とし、 d 次元のポアソン方程式 $\nabla^2 \Phi = \Omega_{d-2} G \rho$ に整合させると

$$\kappa_d = \Omega_{d-2} G \frac{d-2}{d-3}, \quad f_{\text{GR}}(d) := \frac{\kappa_d}{\Omega_{d-2} G} = \frac{d-2}{d-3}$$

証明 トレースは $R(1-d/2) = \kappa_d T$ 、すなわち $R = -2\kappa_d T/(d-2)$ を与え、 $R_{\mu\nu} = \kappa_d [T_{\mu\nu} - g_{\mu\nu} T/(d-2)]$ となる。塵 $T_{00} = \rho$ 、 $T = -\rho$ 、 $g_{00} = -1$ を代入して $R_{00} = \kappa_d \rho [1 - 1/(d-2)] = \kappa_d \rho (d-3)/(d-2)$ （本稿で記号計算により確認）。 $d=4$ では $R_{00} = \frac{1}{2}\kappa \rho = 4\pi G \rho$ より $\kappa = 8\pi G$ 、 $f_{\text{GR}}(4) = 2$ 。

系 2.2 ($d = 3$ の極と物理的整合・据え置き)

$f_{\text{GR}}(d)$ は $d = 3$ (時空) で極を持つ。式(1)が $d = 3$ で消えるためであり、有限の κ ではニュートン極限が得られない。これは $2 + 1$ 次元重力に局所的な自由度 (伝播する重力) が存在しないという既知の事実 (Deser, Jackiw & 't Hooft 1984) と一致し、導出を独立に裏づける。

f_{GR} は導出された d 依存の比である (本稿で確認: $d = 4, 5, 6, 10, 100$ でそれぞれ $2, 3/2, 4/3, 8/7, 98/97$ 、 $d \rightarrow \infty$ で 1)。

3. 階段側の因子 f_{ladder}

命題 3.1 (階段因子)

d 次元での球殻質量は $m_d(n) = \Omega_{d-1} \int_0^1 r^{(d-1)-n} dr = \Omega_{d-1}/(d-n)$ ($d-n > 0$) であり、倍率 $S(n) = 1/(d-n)$ 。「表と裏の2枚」は $S = 2$ 、すなわち $n = d - \frac{1}{2}$ の場合である (本稿で確認)。倍率そのものは

$$f_{\text{ladder}} = 2 \quad (\text{次元に依らない})$$

4. 判定: 別根

定理 4.1 (因子 2 の別根性・据え置き)

$f_{\text{GR}}(d) = (d-2)/(d-3)$ と $f_{\text{ladder}} = 2$ について

$$\frac{d-2}{d-3} = 2 \iff d-2 = 2d-6 \iff d = 4$$

すなわち両者は $d = 4$ でのみ一致する。したがってアインシュタインの因子 2 と階段の因子 2 は別根であり、 $d = 4$ における一致は数値的偶然である。

d	$f_{\text{GR}} = (d-2)/(d-3)$	f_{ladder}	一致
3	極	2	否
4	2	2	可
5	3/2	2	否
6	4/3	2	否
100	98/97	2	否

4.1 【第2版】定理の本当の中身は、交点ではなく型の違いである

観察 4.2 (f_{ladder} は関数ではない)

初版は f_{GR} と f_{ladder} を二つの関数として比べ、交点が $d=4$ のみであることを示した。しかし f_{ladder} は関数ではない。それは「表と裏の2枚」という数え上げの整数であり、 d を変数にとる対象ではない。初版が「定数」と書いたのは、 d に依存しない関数という意味ではなく、そもそも d の関数ではないという意味である。

観察 4.3 (型を見た時点で別根は決まっている)

したがって定理4.1 の本当の中身は論理型の違いである：

何であるか		d を知っているか
$f_{\text{GR}}(d)$	場の方程式から導出された比	知っている ($(d-2)/(d-3)$)
f_{ladder}	枚数、すなわち数え上げの整数	知らない

数え上げは、自分が何次元にいるかを知らない（論文114 の物差し）。別根性は、交点を数える前に、型を見た時点で決まっている。交点の計算はその確認にすぎない。

この言い方のほうが強い——「二つの関数が一点でしか交わらない」は、たまたまそうなっただけかもしれない。「一方は d を知り、他方は知らない」は構造の言明である。

5. 【第2版】初版の第5節を撤回する

初版の第5節は次のように述べていた——両因子が一致するのは $d = 4$ （空間3次元）に限るから、「二つの **2** の一致」は論文56 が挙げた $d = 3$ 選択の諸事実に続く第5の顔である。そして「なぜ一致して見えたのか」への答えは「我々が $3 + 1$ 次元に住んでいるから」である、と。

観察 5.1（第4節が有罪にしたものを、第5節が証人に立てている）

この二節は両立しない。

第4節	一致は数値的偶然である（別根）
第5節	一致は 3 + 1 次元の特別さの証拠である（第5の顔）

偶然であるなら次元についての証拠ではありえず、証拠であるなら偶然ではない。初版は自ら数値的偶然と断じたものを、二節あとで次元選択の一員として数え直していた。

観察 5.2（偶然は、第4節が述べたよりさらに薄い）

$f_{\text{ladder}} = 2$ は選んだ整数である。枚数が別の値であれば交点も動く（本稿で確認）：

枚数	$f_{\text{GR}}(d)$ がその値をとる d
2	4
3	7/2
4	10/3
5	13/4

枚数は自由な整数であり、 f_{GR} は $d = 4$ で何かしらの値を取る。「 $f_{\text{GR}}(4) = 2$ 」が特筆に値するのは、**2** が独立に意味を持つ場合だけである。そしてここで **2** に意味を与えているのは、選んだ枚数そのものにほかならない。

系 5.3 (第5の顔を取り下げる)

論文56 の道D が挙げた $d = 3$ 選択の諸事実——軌道安定性・原子安定性・波動伝播——は、いずれも d を知っている量についての言明である。数え上げの 2 はそこに並べられない。論文114 の物差しでいえば、次元を知らない対象は「次元を選ぶ側」に立てない。

したがって「第5の顔」という位置づけを撤回する。残るのは第4節の判定のみである——別根であり、 $d = 4$ の一致は数値的偶然である。そしてその偶然に、それ以上の意味を読んではならない。

6. 結論

1. アインシュタイン側の因子は $f_{\text{GR}}(d) = (d-2)/(d-3)$ である (命題2.1・記号計算で再確認)。トレース反転由来であり、 $d = 4$ で 2 、 $d = 3$ で極をもつ。
2. $d = 3$ の極は $2 + 1$ 次元重力に局所的な自由度が存在しないという既知の事実と一致し、導出を独立に裏づける (系2.2・据え置き)。
3. 階段側の倍率は $f_{\text{ladder}} = 2$ であり、 d に依存しない (命題3.1)。
4. 両者は $d = 4$ でのみ一致する。ゆえに二つの 2 は別根であり、 $d = 4$ における一致は数値的偶然である (定理4.1・据え置き)。
5. 【第2版】定理の本当の中身は交点ではなく論理型の違いである—— f_{GR} は導出された d 依存の比、 f_{ladder} は数え上げの整数であり、数え上げは自分が何次元にいるかを知らない。別根性は交点を数える前に決まっている (観察4.2・4.3)。
6. 【第2版】初版の第5節 (「第5の顔」) を撤回する——第4節が数値的偶然と断じたものを、第5節が次元選択の証拠として数え直していた。両立しない (観察5.1)。しかも $f_{\text{ladder}} = 2$ は選んだ整数であり、枚数が $3, 4, 5$ なら交点は $7/2, 10/3, 13/4$ へ動く—— 2 に意味を与えているのは選んだ枚数そのものである (観察5.2、系5.3)。
7. 【第2版】論文57 第2版により、本稿の位置づけが変わった——KK 電荷正規化は 16π を運んだだけで因子 2 について何の証拠も与えていない。したがって本稿は KK の議論を救うのではなく、その下にある問いを自前の根拠で決着させている。

結語: 初版は、値の一致ではなく関数の一致を問うという一手で、因子 2 の同一性問題を別根として決着させた。その判定は正しい。第2版が加えたのは、その判定を最後まで守ることである——偶然だと断じたものを、二節あとで意味あるものとして数え直してはならない。ブレーキをかけた手で、同じものを押してはならない。

参考文献

1. Ehrenfest, P. (1917). *In what way does it become manifest in the fundamental laws of physics that space has three dimensions?* Proceedings of the Amsterdam Academy, 20, 200--209.
2. Deser, S., Jackiw, R., & 't Hooft, G. (1984). *Three-dimensional Einstein gravity: dynamics of flat space*. Annals of Physics, 152, 220-235.
3. 山岸勇輝 (2026). $n = 2$ 唯一性定理 [論文01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
4. 山岸勇輝 (2026). パフィアンの $2^n n!$ は、一つの塊である [論文48]、第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
5. 山岸勇輝 (2026). 4π パッチの構造的考察 [論文56]、第2版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597500
6. 山岸勇輝 (2026). カルツァ＝クライン再入口 [論文57]、第2版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597608
7. 山岸勇輝 (2026). 必然性の四つの根 [論文86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
8. 山岸勇輝 (2026). 規約と事実 [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
9. 山岸勇輝 (2026). 王道の点呼 [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
10. 山岸勇輝 (2026). 四次元にいと知っているのは誰か [論文114]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21963544
11. 山岸勇輝 (2026). c の指数が数えているもの [論文116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)