井戸の水位は距離の対数でしか下がらず、汲み続ければ時間の対数で下がり続ける

— 水位の低下は距離が 10 倍になるごとに **3.6647** m ずつしか減らず、汲み続ければ時間が 10 倍になるごとに **1.8323** m ずつ下がり続ける — 三次元に広がる流れなら、定常の **0.79577** m に落ち着く — [論文599]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

井戸で水を汲むと周りの水位が下がるが、少し離れれば影響は消える、と思われやすい。本稿が示すのは、水平に広がる帯水層（二次元の流れ）では、水位の低下は距離の対数でしか減らず、汲み続ければ時間の対数で下がり続けて定常に落ち着かないこと、そして三次元に広がる流れとは、次元一つでこの振る舞いが変わることである。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、距離が 10 倍になっても、低下は同じ量ずつしか減らない——定常のティームの式で **3.6647** m ずつ。井戸の縁で **13.5555** m、1 m で 9.8909 m、10 m で 6.2262 m、100 m で 2.5615 m である（第2節）。 第二に、三次元なら 10 倍ごとに 10 分の 1 になる——点から球状に広がる流れでは、1 m で **7.9577** m、10 m で 0.79577 m、100 m で 0.079577 m である（第2節）。 第三に、離れた井戸どうしも効き合う——50 m 離れた二本の井戸が同じだけ汲むと、互いの低下を **1.270346** 倍にする（第2節）。 第四に、これが本稿の芯である。汲み続けると、水位は時間の対数で下がり続け、定常に落ち着かない——10 m 離れた所の低下は、時間が 10 倍になるごとに **1.8323** m ずつ増え、1 時間で **5.3284** m、10000 時間で **12.6572** m になる（第3節）。 第五に、三次元なら落ち着く——同じ条件の点からの流れでは、10 m 離れた所の低下は 1 時間で 0.77212 m、100 時間で 0.79341 m と、定常の **0.79577** m に近づいて超えない（第3節）。 第六に、分離子は、流れの次元である——二次元では距離も時間も対数で効き、定常が無い。三次元では距離に反比例し、定常に落ち着く（第4節）。 キーワード：井戸、地下水、ティームの式、タイスの式、帯水層。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ティームの式、タイスの式、クーパー＝ヤコブの近似、点からの流れの式は、すべて標準的である。帯水層は一様で水平とし、上下を水を通さない層ではさまれた被圧帯水層とした。数は代表値である——透水係数 10^{-4} m/s、厚さ 10 m、貯留係数 10^{-4}、揚水量 0.01 m^3/s、井戸の半径 0.1 m とした。影響圏の半径 500 m は、定常の式の境として置いた——第3節で見るとおり、二次元では本当は定常が無い。雨で地下水が戻ること、帯水層の端、井戸そのものでの損失は入れない。井戸を設計しない。既刊との関係：論文574 は、地下水位が 1 m 下がると海水と淡水の境が 40 m 上がることを示した——本稿は、汲み上げでできる水位の低下が、距離と時間にどう広がるかを見る。海岸の井戸では、本稿の低下が 574 の 40 倍で淡水の底を持ち上げる。論文315 は、どの次元が特別かは問いごとに違うことを示した——ここでは、二次元が対数の振る舞いの境になる。加えたのは、定常の低下を四つの距離で出し、三次元と並べたこと、二本の井戸が効き合う倍率を出したこと、タイスの井戸関数を級数と積分の二つの道で出し、時間の対数で下がり続けることを示したこと、分離子を流れの次元に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：透水量係数 T、貯留係数 S の水平な帯水層から、井戸で毎秒 Q を汲む。定常なら、距離 r での水位の低下はティームの式、汲み始めてから時間 t ではタイスの式

$$s = \frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{R}{r}, \qquad s = \frac{Q}{4\pi T}W(u), \quad u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

で与えられ（R は影響圏の半径、W は井戸関数）、u が小さいとき $W(u) \approx -\gamma - \ln u$（クーパー＝ヤコブ）である。比べるために、透水係数 K の三次元の広がりの中で点から汲むと $s = Q/(4\pi K r)$ になる。

> **観察 1.1**
>
> 井戸で水を汲むと周りの水位が下がるが、少し離れれば影響は消える、と思われやすい。音や光のように、離れれば急に弱まる、という見方である——水平に広がる地下の水でもそうなのかは、別の問いである。

問い：井戸の水位の低下は、距離と時間にどう広がるのか。

2. 距離

計算 2.1：透水係数 10^{-4} m/s・厚さ 10 m（透水量係数 10^{-3} m^2/s）、揚水量 0.01 m^3/s、影響圏の半径 500 m で、$Q/(2\pi T) = 1.591549$ m である。

距離	二次元（ティーム）	三次元（点から）
0.1 m（井戸の縁）	**13.5555** m	
1 m	9.8909 m	**7.9577** m
10 m	6.2262 m	0.79577 m
100 m	2.5615 m	0.079577 m

> **観察 2.2**
>
> 二次元では、距離が 10 倍になるごとに低下は **3.6647 m** ずつしか減らない。三次元では 10 倍ごとに 10 分の 1 になる——水平に広がる帯水層では、水は円の周から集まってくるので、半径が 10 倍になっても通り道の広さは 10 倍にしかならない。そのぶん、低下は遠くまで残る。

計算 2.3：50 m 離れた二本の井戸が同じだけ汲むと、自分の縁の低下 13.5555 m に、相手の分 3.6647 m が足される。低下は **1.270346** 倍になる。

3. 時間

計算 3.1：井戸関数 $W(u)$ を、級数と積分の二つの道で出した。$u = 10^{-4}$ から 1 までの五点で、二つの相対差は 1.7×10^{-14} 以下である。貯留係数 10^{-4} で、$Q/(4\pi T) = 0.795775$ m、時間が 10 倍になるごとの低下は **1.8323 m** である。

10 m 離れた所	u	タイス	三次元（点から）
1 時間	6.944×10^{-4}	**5.3284** m	0.77212 m
10 時間	6.944×10^{-5}	7.1603 m	0.78829 m
100 時間	6.944×10^{-6}	8.9925 m	0.79341 m
1000 時間	6.944×10^{-7}	10.8249 m	
10000 時間	6.944×10^{-8}	**12.6572** m	定常 **0.79577** m

クーパー＝ヤコブの近似は、u が 10^{-3} より小さいところでタイスの式と相対差 1.0×10^{-4} 以内で一致する。

観察 3.2

これが本稿の芯である。二次元では、汲み続けると水位は時間の対数で下がり続け、10000 時間でも止まらない——時間が 10 倍になるごとに 1.8323 m ずつ下がる。水を集める範囲が時間とともに広がり続け、どこまで広げても、ちょうど釣り合う遠さが無い。

観察 3.3

三次元では落ち着く。点からの流れでは、低下は 0.77212 m、0.78829 m、0.79341 m と、定常の 0.79577 m に近づいて超えない——三次元では、遠くほど通り道が広がる速さが大きく、水を集める範囲が有限のまま釣り合う。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、流れの次元である。二次元では、距離にも時間にも対数で効き、定常が無い。三次元では距離に反比例し、定常に落ち着く——「離れれば影響は消える」「汲むのをやめなくても、そのうち落ち着く」は、三次元の流れについての話である。

観察 4.2

論文574 と並べる。あちらは、海岸で地下水位が 1 m 下がると淡水の底が 40 m 上がることを示した——本稿の低下は距離の対数でしか減らないので、内陸の井戸でも海岸の水位を下げ、それが 40 倍になって淡水の底に効く。

観察 4.3

論文315 と並べる。あちらは、どの次元が特別かは問いごとに違うことを示した——本稿の問い（水位の低下が落ち着くか）では、二次元が境になる。二次元の対数は、一次元の直線と三次元の逆数のあいだに挟まっている。

> **観察 4.4**
>
> 言わないこと。井戸を設計しない。雨で地下水が戻ること、帯水層の端、井戸での損失は入れていない。実際の帯水層は、雨や川からの涵養で、どこかで釣り合う——示したのは、一様で端の無い水平な帯水層では、距離も時間も対数で効くという形である。

5. 点呼と結び

1. 距離が 10 倍ごとに **3.6647** m ずつ（観察 2.2）：二次元の定常。
2. 井戸の縁で **13.5555** m（計算 2.1）：100 m でも **2.5615** m。
3. 三次元なら 1 m で **7.9577** m、100 m で 0.079577 m（計算 2.1）：10 倍ごとに 10 分の 1。
4. 50 m 離れた二本の井戸で **1.270346** 倍（計算 2.3）：遠くても効き合う。
5. 井戸関数の二つの道の差は 1.7×10^{-14} 以下（計算 3.1）：級数と積分。
6. 時間が 10 倍ごとに **1.8323** m ずつ（観察 3.2）：本稿の芯。
7. 1 時間で **5.3284** m、10000 時間で **12.6572** m（計算 3.1）：止まらない。
8. 三次元は定常の **0.79577** m に落ち着く（観察 3.3）：超えない。
9. クーパー＝ヤコブはタイスと 1.0×10^{-4} 以内（計算 3.1）：$u < 10^{-3}$ で。
10. 分離子は流れの次元（観察 4.1）：二次元が境になる。

結び：井戸で水を汲むと周りの水位が下がるが、少し離れれば影響は消え、そのうち落ち着く、と思われやすい。水平に広がる帯水層では、どちらも成り立たない——厚さ 10 m の帯水層から毎秒 0.01 m^3 を汲むと、水位の低下は距離が 10 倍になるごとに **3.6647** m ずつしか減らず、井戸の縁の **13.5555** m に対し 100 m でも **2.5615** m 残る。50 m 離れた二本の井戸は互いの低下を **1.270346** 倍にする。汲み続ければ、10 m 離れた所の水位は時間が 10 倍になるごとに **1.8323** m ずつ下がり、1 時間の **5.3284** m から 10000 時間の **12.6572** m まで、止まらない。三次元に広がる流れなら、振る舞いが変わる——点からの流れでは低下は距離に反比例し、1 m の **7.9577** m が 100 m で 0.079577 m になり、時間とともに定常の **0.79577** m に落ち着く。分離子は、流れの次元である——二次元では距離も時間も対数で効き、定常が無い。既刊との位置——論文574 の海岸の地下水では、この低下が 40 倍で淡水の底を持ち上げる。論文315 の「特別な次元は問いで違う」の一例として、水位が落ち着くかという問いでは二次元が境になる。正直に言えば——帯水層は一様で水平で端が無いとし、雨や川からの涵養、井戸での損失は入れていない。実際の帯水層は涵養でどこかで釣り合う。数は代表値で、井戸を設計するものではない。

参考文献

1. Cooper, H. H., & Jacob, C. E. (1946). A Generalized Graphical Method for Evaluating Formation Constants and Summarizing Well-Field History. *Transactions, American Geophysical Union*.
2. Freeze, R. A., & Cherry, J. A. (1979). *Groundwater*. Prentice-Hall.
3. Theis, C. V. (1935). The Relation Between the Lowering of the Piezometric Surface and the Rate and Duration of Discharge of a Well Using Ground-Water Storage. *Transactions, American Geophysical Union*.
4. Thiem, G. (1906). *Hydrologische Methoden*. J. M. Gebhardt.
5. 山岸勇輝 (2026). 『どの次元が特別かは、問いごとに違う』[論文315]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22208139
6. 山岸勇輝 (2026). 『地下水位が **1** m 下がると、淡水の底は **40** m 上がる』[論文574]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014304

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)