

Die kritische Gerade und der Fixpunkt der Funktionalgleichung

— $1/2$ ist der Name einer Koordinate, und ein Exponent ist keine Dimension — [Aufsatz 06]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan

September 2026 (Vierte Auflage)

— *From thinking to syncing.* —

Zusammenfassung

Die kritische Gerade $\operatorname{Re}(s) = 1/2$ ist die **Fixpunktmenge** der Involution, die die Funktionalgleichung $\xi(s) = \xi(1-s)$ der vervollständigten Zetafunktion bestimmt, nämlich $s \mapsto 1-s$. Von diesem einen Punkt ausgehend bestimmt der vorliegende Aufsatz **die Stellung jeder Zahl, die rings um die kritische Gerade auftritt**. **Erstens: $1/2$ ist der Name einer Koordinate**. Setzt man $s = 1/2 + iz$, so ist Riemanns $\Xi(z) = \xi(1/2 + iz)$ eine gerade Funktion, die auf der reellen Achse reelle Werte annimmt (hier numerisch bestätigt: $|\operatorname{Im} \Xi| < 10^{-31}$), und die Riemannsche Vermutung wird zur Aussage „alle Nullstellen von Ξ sind reell“ — worin die Zahl $1/2$ überhaupt nicht vorkommt. **Invariant ist die Struktur — daß eine Involution existiert und daß ihre Fixpunktmenge eine Gerade ist — nicht der Wert, der dieser Geraden anhaftet**. Die Unterscheidung, die die Aufsätze 95 und 66 für den Wert von c getroffen haben, gilt hier für $1/2$. **Zweitens: Die Wand $\operatorname{Re}(s) = 1$ des kritischen Streifens ist eine Modulgrenze, und sie wird nur doppelt logarithmisch überschritten**. $\sum_p p^{-\sigma}$ konvergiert für $\sigma > 1$ und divergiert für $\sigma \leq 1$ — **der Rand des Bereichs, in dem die Beschreibung durch das Eulerprodukt funktioniert** (Aufsatz 113). Überdies gehorcht diese Divergenz dem zweiten Satz von Mertens, $\sum_{p \leq x} p^{-1} = \ln \ln x + M + o(1)$ (hier bis $x = 2 \times 10^7$ bestätigt, Übereinstimmung auf 1.4×10^{-5}), sie wächst also nur **doppelt logarithmisch**. **Drittens: Der Schalenerhaltungsexponent $n = d - 1$ wählt keine Dimension aus**. Die allgemeine Formel $\operatorname{Vol}(S^{d-1}) = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ ist eine Familie, die für jedes d gilt (Aufsatz 114); und 2π (S^1) und 4π (S^2) gehören in der Sortierung von Aufsatz 115 zu verschiedenen Treppen — **sie sind keine benachbarten Stufen**. **Viertens: Ein Exponent ist keine Dimension**. In $|p^{-s}|^2 = p^{-2\sigma}$ ist 2σ ein Exponent in einer Potenz einer Primzahl; in $n = d - 1$ ist n ein Exponent in einer Potenz eines Radius und d eine Dimension. Da beide keine Potenzen derselben Variablen sind, ist die Übereinstimmung der Werte in $2\sigma = 1$ und $n = 1$ keine Entsprechung. Dies ist dieselbe Kategorienunterscheidung, die Aufsatz 28 traf, als er schrieb: „ $3/2$ ist ein Exponent, keine Dimension“. **Fünftens: Die Heimat des Hilbert–Pólya-Programms ist Aufsatz 102**. Es handelt sich um ein **inverses Spektralproblem** („kann man die Gestalt aus dem Spektrum hören?“), wo bereits Kacs Nichteindeutigkeitssatz und Connes’ nichtkommutative Geometrie stehen. **Der Kern liegt darin, daß $H = (xp + px)/2$ ein kontinuierliches Spektrum besitzt**.

Tragweite (scope note): Dieser Aufsatz ist eine **strukturelle Deutung**, die die Zahlen rings um die kritische Gerade innerhalb der gesicherten Zahlentheorie und Geometrie ordnet (zweite Schicht). Bekannt sind: die Funktionalgleichung und die kritische Gerade (Riemann 1859), das Eulerprodukt, der zweite Satz von Mertens (1874), das Fehlen von Nullstellen auf $\sigma = 1$ und der Primzahlsatz (Hadamard, de la Vallée Poussin 1896), die Riemann–von-Mangoldt-Formel, die Übereinstimmung der Nullstellenabstände mit GUE (Montgomery 1973, Odlyzko 1987), Trommeln verschiedener Gestalt mit gleichem Spektrum (Gordon–Webb–Wolpert 1992), der Vorschlag $H = xp$ (Berry–Keating 1999) und Connes’ Spurformel (1999). **Die Riemannsche Vermutung ist ein Millennium-Preisproblem des Clay-Instituts und ungelöst. Dieser Aufsatz beansprucht weder ihren Beweis noch einen Teilbeweis noch einen Weg dorthin und konstruiert keinen Hilbert–Pólya-Operator.** Das Auftreten derselben Zahl in mehreren Zusammenhängen wird nicht als Beleg für einen gemeinsamen Ursprung behandelt (Aufsätze 48, 86, 100, 101, 115). Bezug zu früheren Aufsätzen: Die Unterscheidung von Tatsache und Konvention stammt aus den Aufsätzen 95 und 66, die Modulgrenzen aus Aufsatz 113, die Musterung der Strukturen, die eine Dimension auswählen, aus Aufsatz 114, die zwei Treppen der Sphärenvolumina aus Aufsatz 115, die Kategorienunterscheidung zwischen Exponent und Dimension aus Aufsatz 28 und das inverse Spektralproblem aus Aufsatz 102 (die Linie der inversen Probleme bilden die Aufsätze 89 und 99). **Was dieser Aufsatz hinzufügt, ist die Stellung der Zahlen, die an der kritischen Geraden auftreten** — $1/2$ ist der Name einer Koordinate, $\text{Re}(s) = 1$ ist eine Grenze, an der die Beschreibung wechselt, $n = d - 1$ ist eine Familie, die keine Dimension auswählt, und 2σ und n sind Größen ohne Vergleichsgrundlage.

1. Einleitung: woher die kritische Gerade kommt

Die Gerade $\text{Re}(s) = 1/2$, von der die Riemannsche Vermutung spricht, ist keine Zahl, die aus dem Nichts gereicht wird. **Sie ist der Fixpunkt einer Symmetrie.**

Gesicherte Tatsache 1.1 (Die kritische Gerade ist der Fixpunkt der Funktionalgleichung)

Die vervollständigte Zetafunktion

$$\xi(s) = \frac{1}{2} s(s-1) \pi^{-s/2} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s)$$

erfüllt die Funktionalgleichung

$$\xi(s) = \xi(1-s)$$

(Riemann 1859). Der Fixpunkt der Involution $s \mapsto 1-s$ ist

$$s = 1-s \iff 2s = 1 \iff s = \frac{1}{2}$$

und für den Realteil gilt $\sigma = 1-\sigma \iff 2\sigma = 1$.

Numerische Prüfung (hier berechnet, auf **30** Stellen):

s	$ \xi(s) - \xi(1-s) $
$2+3i$	1.1×10^{-31}
$-1+0.7i$	2.0×10^{-31}
$0.3+12i$	6.0×10^{-33}
$5-2i$	2.0×10^{-31}

Korollar 1.2 (Quadrupel von Nullstellen)

Für eine nichttriviale Nullstelle ρ sind auch $1-\rho$, $\bar{\rho}$ und $1-\bar{\rho}$ Nullstellen und bilden ein Quadrupel. **Die Riemannsche Vermutung ist gleichbedeutend mit der Aussage, daß dieses Quadrupel auf die Fixgerade $\operatorname{Re}(s) = 1/2$ entartet.**

Die Bedingung $2\sigma = 1$ selbst folgt also ohne jede geometrische Annahme aus der Funktionalgleichung. Warum die kritische Gerade besonders ist, ist innerhalb der Zahlentheorie bereits erklärt. **Gefragt ist nicht „warum die Gerade besonders ist“, sondern „ob die Nullstellen auf ihr liegen“.**

2. 1/2 ist der Name einer Koordinate

Satz 2.1 (1/2 verschwindet bei einem Koordinatenwechsel)

Man setze $s = \frac{1}{2} + iz$ und definiere Riemanns Ξ -Funktion

$$\Xi(z) \equiv \xi\left(\frac{1}{2} + iz\right)$$

Dann geht $\xi(s) = \xi(1 - s)$ in $\Xi(z) = \Xi(-z)$ über (eine gerade Funktion), und die Symmetrie von ξ bezüglich der reellen Achse, $\overline{\xi(\bar{s})} = \xi(s)$, geht darin über, daß Ξ auf der reellen Achse reelle Werte annimmt. Folglich

$$\text{Riemannsche Vermutung} \iff \text{alle Nullstellen von } \Xi(z) \text{ sind reell}$$

und in dieser Aussage kommt die Zahl 1/2 nicht vor.

Numerische Prüfung (hier berechnet):

z	$\Xi(z)$	$ \operatorname{Im} \Xi(z) $
0.5	0.4942569879	5.4×10^{-33}
3	0.4031652073	4.6×10^{-32}
14.1347	3.48×10^{-8}	1.3×10^{-38}
40	2.12×10^{-11}	2.2×10^{-41}

Ferner ist $|\Xi(-7) - \Xi(7)| = 3.6 \times 10^{-32}$ (Bestätigung der Geradheit). Bei $z = 14.1347$ ist Ξ nahezu 0, weil dort die erste Nullstelle liegt.

Beobachtung 2.2 (Was invariant ist und was von der Koordinate abhängt)

Invariant (Tatsache): daß das vervollständigte ξ eine Involution $s \mapsto 1 - s$ zuläßt, daß ihre Fixpunktmenge eine Gerade ist und daß Nullstellen durch diese Involution in Nullstellen übergehen. Nichts davon hängt von der Wahl der Koordinate ab.

Koordinatenabhängig (die Zahl): der dieser Geraden anhaftende Wert $1/2$. In der s -Koordinate ist er $1/2$, in der z -Koordinate 0 (die reelle Achse).

Als Struktur zu lesen ist daher nicht die Zahl $1/2$, sondern die Existenz der Involution.

Dies ist dieselbe Unterscheidung wie in Aufsatz 95 (Poincarés Konventionalismus) und Aufsatz 66 (das lokale c und das Koordinaten- c haben verschiedene Wurzeln). Für die Lichtgeschwindigkeit c gilt: daß sie endlich ist, ist eine Tatsache; der Wert 299 792 458 ist eine Konvention. $1/2$ steht auf derselben Seite — daß die Involution existiert, ist eine Tatsache; ihre Fixgerade $1/2$ zu nennen, ist eine Wahl der Koordinate.

Was Koordinatenabhängigkeit bedeutet: Ist ζ einmal festgelegt, so läßt sich die kritische Gerade in der s -Ebene nicht beliebig verschieben. „Koordinatenabhängig“ heißt nicht „sie könnte überall sein“, sondern „die Zahl, die diese Gerade benennt, hängt davon ab, in welcher Karte man sie zeichnet“. Es ist dieselbe Einschränkung, die Aufsatz 95 machte, als er schrieb, eine Konvention sei nicht „beliebig“.

3. Die Wand $\operatorname{Re}(s) = 1$ — eine Modulgrenze

Gesicherte Tatsache 3.1 (Wo das Eulerprodukt funktioniert)

Für $\sigma > 1$ ist

$$\zeta(s) = \prod_p (1 - p^{-s})^{-1}$$

absolut konvergent, und ζ läßt sich als **Produkt über Primzahlen** schreiben. Für $\sigma \leq 1$ divergiert die Summe $\sum_p p^{-\sigma}$, und diese Beschreibung versagt — jenseits davon wechselt man zu einer anderen Beschreibung, der **analytischen Fortsetzung**.

Numerische Prüfung (Teilsummen über die Primzahlen unterhalb 2×10^6 , 148 933 an der Zahl, hier berechnet):

σ	$\sum_{p \leq 2 \times 10^6} p^{-\sigma}$
1.5	0.849
1.1	2.001
1.0	2.936
0.9	4.995
0.5	234.79

Beobachtung 3.2 (Dies ist eine Modulgrenze im Sinne von Aufsatz 113)

Aufsatz 113 schrieb: „Eine Grenze liegt dort, wo eine dimensionslose Größe 1 überschreitet“, und stellte als Beispiele nebeneinander: die Planck-Skala (Aufsatz 39), $\Lambda \lesssim 4\pi\nu$ (Aufsatz 09), $\operatorname{Re}_\eta = 1$ (Aufsatz 03), $E_{\text{nötig}}/E_{\text{verfügbar}}$ (Aufsatz 04) und $\alpha_s \rightarrow 1$ (Aufsatz 05). $\operatorname{Re}(s) = 1$ ist ein weiteres — hier wechselt die Konvergenz von $\sum_p p^{-\sigma}$, und die Beschreibung ändert sich.

Es gibt jedoch einen entscheidenden Unterschied. Jedes frühere Beispiel war eine Grenze einer Beschreibung, während für ζ die analytische Fortsetzung die andere Seite eindeutig festlegt — anders als beim physikalischen $\nu \rightarrow 0$ (dem singulären Grenzfall von Aufsatz 03) gibt es jenseits der Wand keine andere Theorie; dieselbe Funktion setzt sich auf eine und nur eine Weise fort. Sie gehört in die Modultafel dieser Reihe als das Beispiel, dessen andere Seite sich eindeutig bestimmen läßt.

Gesicherte Tatsache 3.3 (Die Wand wird doppelt logarithmisch überschritten — der zweite Satz von Mertens)

Die Divergenz bei $\sigma = 1$ schreitet nur mit der **doppelt logarithmischen** Rate fort

$$\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} = \ln \ln x + M + o(1), \quad M = 0.2614972 \dots$$

(Mertens 1874).

Numerische Prüfung (die Primzahlen unterhalb 2×10^7 , 1 270 607 an der Zahl, hier berechnet):

x	$\sum_{p \leq x} 1/p$	$\ln \ln x + M$	Differenz
10^2	1.802817	1.788677	$+1.4 \times 10^{-2}$
10^4	2.483060	2.481824	$+1.2 \times 10^{-3}$
10^6	2.887328	2.887289	$+3.9 \times 10^{-5}$
2×10^7	3.083559	3.083545	$+1.4 \times 10^{-5}$

Multipliziert man x mit 100, so wächst die Summe nur um etwa 0.7. Dies ist das Spiegelbild der Disziplin aus den Aufsätzen 04 und 05 — ist die Größe exponentiell, so berichtet man den Logarithmus. Hier ist die Divergenz selbst doppelt logarithmisch, sodaß sie in keiner endlichen Rechnung recht wie eine Divergenz aussieht.

Korollar 3.4 ($\operatorname{Re}(s) = 1$ ist die Gerade des Primzahlsatzes)

$\zeta(1 + it) \neq 0$ (für $t \neq 0$) ist äquivalent zum Primzahlsatz, der 1896 unabhängig von Hadamard und de la Vallée Poussin bewiesen wurde. Das Fehlen von Nullstellen auf $\sigma = 1$ ist also bereits ein Satz, und die Riemannsche Vermutung ist die Behauptung, daß das nullstellenfreie Gebiet bis $\sigma = 1/2$ reicht. $\sigma = 1$ (bewiesen) und $\sigma = 1/2$ (offen) sind zwei Stufen derselben Frage.

4. Der Schalenerhaltungsexponent $n = d - 1$ wählt keine Dimension aus

Zum Vergleich wird die Schalenerhaltungsbedingung dieser Reihe in allgemeiner Dimension aufgeschrieben.

Satz 4.1 (Der Schalenerhaltungsexponent in allgemeiner Dimension)

In $\mathbb{R}^d$ hat eine Schale mit kugelsymmetrischer Potenzdichte $\rho(r) = r^{-n}$ die Massenzuwachsrates

$$\frac{dm}{dr} = \operatorname{Vol}(S^{d-1}) r^{d-1-n}, \quad \operatorname{Vol}(S^{d-1}) = \frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma(d/2)}$$

und diese ist genau dann von r unabhängig, wenn $n = d - 1$.

Beweis.

Das Volumenelement von $\mathbb{R}^d$ ist $dV = \text{Vol}(S^{d-1}) r^{d-1} dr$. Aus $dm = \rho(r) dV$ folgt $dm/dr = \text{Vol}(S^{d-1}) r^{d-1-n}$, und dies ist genau dann von r unabhängig, wenn $d - 1 - n = 0$.

Beobachtung 4.2 (Diese Formel wählt keine Dimension aus (Aufsatz 114))

Aufsatz 114 nahm eine Musterung vor, **welche Strukturen eine Dimension auswählen und welche nicht**, und ordnete $n = d - 1$ der Seite zu, die es nicht tut. Tatsächlich gilt die Formel in derselben Gestalt für jedes d und enthält keinen Grund, irgendein d auszuzeichnen.

Was sich aus dieser Formel ablesen läßt, ist eine Zeile einer Tabelle: Die Zeile $n = 1$ ist die Zeile $d = 2$.

Welche Zeile man wählt, wird außerhalb der Tabelle entschieden, und mit welcher Zeile die kritische Gerade zu verbinden wäre, steht nicht in dieser Formel.

5. 2π und 4π sind keine benachbarten Stufen einer Treppe

Gesicherte Tatsache 5.1 (Die zwei Treppen der Sphärenvolumina (Aufsatz 115))

Listet man $\text{Vol}(S^{d-1}) = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ auf (hier numerisch bestätigt):

d	$n = d - 1$	$\text{Vol}(S^{d-1})$	Wert
1	0	2	2.000
2	1	2π	6.283
3	2	4π	12.566
4	3	$2\pi^2$	19.739
5	4	$8\pi^2/3$	26.319
6	5	π^3	31.006

Wie Aufsatz 115 zeigte, steigt die Potenz von π alle 2 Dimensionen um eine Stufe — die Erzeugungsregel $\text{Vol}(S^n) = \frac{2\pi}{n-1} \text{Vol}(S^{n-2})$ schreitet um 2. Es gibt daher zwei Treppen:

$$S^1 = 2\pi \rightarrow S^3 = 2\pi^2 \rightarrow S^5 = \pi^3 \text{ (ungerade Sphären)}$$
$$S^0 = 2 \rightarrow S^2 = 4\pi \rightarrow S^4 = 8\pi^2/3 \text{ (gerade Sphären)}$$

Beobachtung 5.2 (Der Übergang von $n = 2$ zu $n = 1$ ist kein Schritt eine Treppe hinab)

Liest man die Tabelle der Größe nach, so steht eine Zeile über $n = 2$ ($4\pi, S^2$) die Zeile $n = 1$ ($2\pi, S^1$), und es sieht aus wie „eine Stufe hinab“.

Nach der Sortierung von Aufsatz 115 gehören S^1 und S^2 jedoch zu verschiedenen Treppen. Da die Γ -Funktion gerade von ungeraden Dimensionen trennt, sind die beiden durch die Erzeugungsregel nicht verbunden — benachbart wirken sie nur, wenn man die Werte der Größe nach ordnet.

Der Übergang von $n = 2$ zu $n = 1$ ist keine Verschiebung um eine Tabellenzeile, sondern ein Wechsel der Familie.

6. Ein Exponent ist keine Dimension

Die folgenden beiden nehmen beide den Wert 1 an:

1. die Bedingung der kritischen Geraden $2\sigma = 1$ (Fixpunkt der Funktionalgleichung);
2. der Schalenerhaltungsexponent $n = 1$ in zwei Dimensionen (Dimensionsbuchführung des Volumenelements).

Beobachtung 6.1 (Die beiden Exponenten sind keine Potenzen derselben Variablen (Aufsatz 28))

Aufsatz 28 schrieb: „ $3/2$ ist ein Skalenexponent, keine Dimension — dies ist ein Kategorienfehler“. Dieselbe Unterscheidung gilt hier.

In $|p^{-s}|^2 = p^{-2\sigma}$ ist 2σ ein Exponent in einer Potenz einer Primzahl. In $n = d - 1$ hingegen ist n ein Exponent in einer Potenz eines Radius, und d ist die Dimension des Raumes. Die beiden Exponenten sind nicht einmal Potenzen derselben Variablen — der eine ist eine Potenz von p (einer diskreten Primzahl), der andere von r (einem stetigen Radius).

Die Aussage „ 2σ und n nehmen denselben Wert an“ hat daher keine Vergleichsgrundlage. Noch vor jeder Frage nach einer gemeinsamen Herleitung sind dies überhaupt keine vergleichbaren Größen.

Beobachtung 6.2 (Und $1/2$ ist koordinatenabhängig)

Wie Abschnitt 2 zeigte, hängt in $2\sigma = 1$ die 1 von der Koordinate ab. In der Koordinate $z = -i(s - \frac{1}{2})$ ist die kritische Gerade $\text{Im}(z) = 0$, und weder 1 noch $1/2$ tritt auf. Eine koordinatenabhängige Zahl läßt sich nicht gegen eine koordinatenfreie Dimensionszählung abgleichen.

Was die Übereinstimmung der beiden Werte zu sagen erlaubt, ist der folgende Satz.

Auf der kritischen Geraden fällt das Primzahl-Leistungsspektrum wie p^{-1} ab. Dies ist das Ergebnis des Einsetzens von $\sigma = 1/2$ in 2σ , und es trägt keine weitere Bedeutung.

Daß Zahlen übereinstimmen, heißt nicht, daß eine Entsprechung besteht. Die Disziplin, die diese Reihe wiederholt für 4π und $16\pi^2$ niedergeschrieben hat (Aufsätze 48, 86, 100, 115), gilt unverändert für die 1 der kritischen Geraden und die 1 der Schalenerhaltung.

7. Die Heimat des Hilbert–Pólya-Programms ist Aufsatz 102

Gesicherte Tatsache 7.1 (Die Hilbert–Pólya-Vermutung und ihre zentrale Schwierigkeit)

Die Hilbert–Pólya-Vermutung: Es gibt einen selbstadjungierten Operator $\hat{H}$, dessen Eigenwerte mit den Imaginärteilen $\{\gamma_n\}$ der nichttrivialen Nullstellen übereinstimmen. Ist $\hat{H}$ selbstadjungiert, so sind seine Eigenwerte reell, und **die Nullstellen liegen automatisch auf der kritischen Geraden.**

Berry und Keating (1999) nahmen die klassische Hamiltonfunktion $H = xp$ und schlugen ihre Quantisierung $\hat{H} = \frac{1}{2}(\hat{x}\hat{p} + \hat{p}\hat{x})$ als Kandidaten vor. **Dieser Operator hat jedoch ein kontinuierliches Spektrum auf der reellen Achse, mit ganz $\mathbb{R}$ als Wertebereich.** Diskrete Eigenwerte erfordern Randbedingungen oder eine Kompaktifizierung, und **keine Umsetzung davon, die die Nullstellen wiedergibt, ist bekannt.** Diese **Diskretisierung ist der ungelöste Kern.** Berry und Keating selbst legen den Vorschlag als heuristisch vor.

Gesicherte Tatsache 7.2 (Das Zählen der Nullstellen — die Riemann–von-Mangoldt-Formel)

Bis zur Höhe T erfüllt die Anzahl $N(T)$ der nichttrivialen Nullstellen

$$N(T) = \frac{T}{2\pi} \log \frac{T}{2\pi} - \frac{T}{2\pi} + \frac{7}{8} + S(T) + O(1/T)$$

Numerische Prüfung (hier berechnet):

T	gezählte Nullstellen	glatter Anteil	Differenz
30	3	3.565	−0.565
50	10	9.423	+0.577
100	29	29.002	−0.002
200	79	79.193	−0.193

Die Grundlage des Vorschlags von Berry und Keating ist, daß **eine regularisierte Phasenraumzählung diesen glatten Anteil wiedergibt. Das ist jedoch eine semiklassische Entsprechung, kein Existenzbeweis für einen Operator.**

Beobachtung 7.3 (Dies ist ein inverses Spektralproblem und gehört ins Haus von Aufsatz 102)

Aufsatz 102 nahm „**kann man die Gestalt aus dem Spektrum hören?**“ zur Achse, stellte Kacs inverses Spektralproblem neben Connes' nichtkommutative Geometrie und machte daraus **eine Brücke zwischen der geometrischen Linie und der Linie der inversen Probleme. Die Hilbert–Pólya-Vermutung wohnt in diesem Haus — zuerst ist das Spektrum (die Nullstellen) gegeben, und man sucht den Operator, der es erzeugt, genau die Gestalt eines inversen Problems.**

Dort stehen bereits zwei Werkzeuge. **Kacs Nichteindeutigkeit:** Gordon, Webb und Wolpert (1992) konstruierten **Trommeln verschiedener Gestalt mit gleichem Spektrum — ein Spektrum bestimmt eine Gestalt nicht eindeutig.** **Connes' nichtkommutative Geometrie:** eine Formulierung, die die Geometrie in einen Dirac-Operator D legt und die Connes (1999) selbst mit Hilfe des Adelfraums auf die Nullstellen der Zetafunktion anwandte. **Innerhalb dieser Reihe ist Connes (1999) der Weg von Aufsatz 102.**

Ein Hinweis zu verschiedenen Wurzeln: Kacs Nichteindeutigkeit ist ein Satz über die Richtung „**vom Spektrum zur Gestalt**“, während Hilbert–Pólya **die Existenz eines Operators verlangt, der die Nullstellen wiedergibt.** **Existenz und Eindeutigkeit sind verschiedene Fragen, und Nichteindeutigkeit bestreitet die Existenz nicht.** Gefragt ist **die Existenz.**

Beobachtung 7.4 (Die Stellung der GUE-Statistik)

Die Übereinstimmung der Nullstellenabstandsstatistik von Montgomery (1973) und Odlyzko (1987) mit der Zufallsmatrixtheorie (GUE) ist **starke empirische Evidenz** für die Hilbert–Pólya-Vermutung. **Sie ist Evidenz, kein Beweis.** Im Vokabular von Aufsatz 100 ist sie **kein Fall, in dem die Maschinerie übertragen wird, sondern eine Signatur: Die Statistiken stimmen überein — keine Beweismaschinerie wurde von der Zufallsmatrixtheorie auf die Theorie der Nullstellen übertragen.**

Persönliche Anmerkung (dritte Schicht; als nichtwissenschaftlich gekennzeichnet / keine Behauptung über einen Mechanismus)

Am meisten gab in diesem Aufsatz das Umschreiben in $\Xi(z)$. **Die $1/2$ verschwindet.** Die Zahl, in die ich immer wieder eine Bedeutung hineinzulesen versucht hatte, verläßt einfach den Bildschirm, wenn sich die Koordinate ändert. **Die Bedeutung lag nie auf der Seite der Zahl, sondern auf der Seite der Struktur: daß eine Involution existiert.**

Wenn die Arithmetik übereinstimmt, ist man beruhigt und hört auf zu fragen, **ob man die beiden überhaupt vergleichen darf.** 2σ ist ein Exponent in einer Potenz einer Primzahl und n ein Exponent in einer Potenz eines Radius; **sie handeln nicht einmal von derselben Variablen.** Über die Auflagen dieses Aufsatzes hinweg habe ich das mit eigenen Händen bestätigt.

Zahlen sind der Ort, der mich am stärksten anzieht und an dem ich am häufigsten irre. Die Unterscheidung, die Aufsatz 95 von Poincaré übernahm — **Tatsache und Konvention** — war eine fremde Angelegenheit, solange ich über c schrieb. **Erst als ich sie über $1/2$ schrieb, wurde sie meine eigene.**

8. Fazit

Die kritische Gerade ist der Fixpunkt der Funktionalgleichung $\xi(s) = \xi(1-s)$ (Abschnitt 1), und die dort auftretenden Zahlen haben jeweils eine andere Stellung. **$1/2$ ist der Name einer Koordinate:** Der Übergang zu $\Xi(z)$ läßt sie verschwinden, und die Riemannsche Vermutung nimmt die Form „alle Nullstellen von Ξ sind reell“ an (Abschnitt 2). **$\operatorname{Re}(s) = 1$ ist eine Grenze, an der die Beschreibung wechselt;** sie wird doppelt logarithmisch überschritten, und die analytische Fortsetzung legt die andere Seite eindeutig fest. Das Fehlen von Nullstellen auf $\sigma = 1$ ist ein Satz, der dem Primzahlsatz äquivalent ist (Abschnitt 3). **$n = d - 1$ ist eine Familie, die keine Dimension auswählt** (Abschnitt 4), und **2π und 4π gehören zu verschiedenen Treppen** (Abschnitt 5). **2σ und n sind Größen ohne Vergleichsgrundlage** (Abschnitt 6). Das Hilbert–Pólya-Programm hat die Gestalt der inversen Spektralprobleme von Aufsatz 102, und sein Kern ist, wie das kontinuierliche Spektrum von $H = xp$ zu diskretisieren ist (Abschnitt 7).

Die Struktur hingegen ist eine Tatsache. Es gibt eine Involution $s \mapsto 1-s$, und sie hat eine Fixgerade. **Gefragt ist, ob die Nullstellen auf dieser Geraden liegen, nicht, warum die Gerade besonders ist.**

Revisionsprotokoll

Vierte Auflage (September 2026): Die Form wurde an die aktuelle Vorlage angeglichen (Einordnung und Tragweite sind in der Tragweite-Notiz direkt nach der Zusammenfassung gebündelt, die Geschichte der Auflagen ist in dieses Protokoll verlegt). Die Auflagenangabe wurde aus dem Untertitel entfernt. Die Selbstzitate tragen nun ihre tatsächlichen Titel und DOIs, externe Literatur ist mit Autor, Jahr, Titel und Zeitschrift angegeben, und der Titel des Aufsatzes von Berry und

Keating in SIAM Review (1999) ist berichtet (The Riemann zeros and eigenvalue asymptotics). Zahlen, Tabellen und Sätze sind inhaltlich unverändert.

Dritte Auflage (August 2026): Hinzugefügt wurde, daß $1/2$ der Name einer Koordinate ist (die Ξ -Funktion), daß $\operatorname{Re}(s) = 1$ eine doppelt logarithmisch überschrittene Modulgrenze ist, daß $n = d - 1$ keine Dimension auswählt, daß 2π und 4π zu verschiedenen Treppen gehören und daß das Hilbert–Pólya-Programm die Gestalt eines inversen Spektralproblems hat; alle Zahlen wurden hier berechnet. Das Wort „Rücknahme“ wurde aus dem Titel entfernt. Zurückgezogen wurde, mangels Vergleichsgrundlage (Abschnitt 6), die Entsprechung, die die zweite Auflage als „numerische Übereinstimmung zweier unabhängiger Tatsachen“ zwischen der Bedingung der kritischen Geraden $2\sigma = 1$ und dem zweidimensionalen Schalenerhaltungsexponenten $n = 1$ beibehalten hatte.

Zweite Auflage (Juli 2026): Zurückgenommen wurde der Beweisanspruch in Titel und Zusammenfassung der ersten Auflage. Die Kette der ersten Auflage $2\sigma = n = 2 \Rightarrow 2\sigma = 1$ setzt $2\sigma = 2$ und $2\sigma = 1$ in dieselbe Zeile und kann nicht bestehen, und $n = 2$ entspricht nicht der kritischen Geraden, sondern $\operatorname{Re}(s) = 1$ (der Konvergenzgrenze des Eulerprodukts). Die Behauptung, auf einem $16\pi^2$ -Torus habe $H = (xp + px)/2$ die Nullstellen als Eigenwerte, kam ohne Beweis der Diskretheit und ohne Beweis der Übereinstimmung mit den Nullstellen; $16\pi^2$ ist eine Zahl, die zu Einschleifenmaßen gehört, und hat mit den Nullstellen der Zetafunktion nichts zu tun (Aufsätze 09, 05, 46).

Literatur

1. Riemann, B. (1859). *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse*. Monatsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss. Berlin.
2. Mertens, F. (1874). *Ein Beitrag zur analytischen Zahlentheorie*. J. reine angew. Math.
3. Hadamard, J. (1896). *Sur la distribution des zéros de la fonction $\zeta(s)$ et ses conséquences arithmétiques*. Bull. Soc. Math. France.
4. de la Vallée Poussin, C. J. (1896). *Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers*. Ann. Soc. Sci. Bruxelles.
5. Montgomery, H. L. (1973). *The pair correlation of zeros of the zeta function*. Proc. Symp. Pure Math.
6. Odlyzko, A. M. (1987). *On the distribution of spacings between zeros of the zeta function*. Math. Comp.
7. Gordon, C., Webb, D., Wolpert, S. (1992). *One cannot hear the shape of a drum*. Bull. Amer. Math. Soc.
8. Berry, M. V., Keating, J. P. (1999). *The Riemann zeros and eigenvalue asymptotics*. SIAM Review.
9. Connes, A. (1999). *Trace formula in noncommutative geometry and the zeros of the Riemann zeta function*. Selecta Mathematica.
10. Conrey, J. B. (2003). *The Riemann Hypothesis*. Notices of the AMS.
11. Bombieri, E. (2000). *Problems of the Millennium: The Riemann Hypothesis*. Clay Mathematics Institute.
12. Yamagishi, Y. (2026). *Dimensionless Numbers and Scales in the Navier–Stokes Equations* [Aufsatz 03]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404030
13. Yamagishi, Y. (2026). *The Physical Resource Bound on Brute-Force Search* [Aufsatz 04]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404131

14. Yamagishi, Y. (2026). *The Yang–Mills Mass Gap and Dimensional Transmutation* [Aufsatz 05]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404236
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometric Origin of $16\pi^2$ in the Higgs Quadratic Divergence* [Aufsatz 09]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404525
16. Yamagishi, Y. (2026). *The Yamagishi-Kepler Equation* [Aufsatz 28]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430531
17. Yamagishi, Y. (2026). *The Yamagishi Planck Length Unpacking Theory ($l_p = c^{-3/2}$)* [Aufsatz 39]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430490
18. Yamagishi, Y. (2026). *Of $16\pi^2$, Only $\Omega_3 = 2\pi^2$ Is Geometry* [Aufsatz 46]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602422
19. Yamagishi, Y. (2026). *The Pfaffian's $2^n n!$ Is One Block* [Aufsatz 48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
20. Yamagishi, Y. (2026). *Velocity-Space Curvature and Gravitational Redshift* [Aufsatz 66]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21616607
21. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [Aufsatz 86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
22. Yamagishi, Y. (2026). *Zero-Tension and the Inverse Problem* [Aufsatz 89]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21748664
23. Yamagishi, Y. (2026). *Convention and Fact* [Aufsatz 95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
24. Yamagishi, Y. (2026). *Reading the Interior from the Boundary* [Aufsatz 99]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758790
25. Yamagishi, Y. (2026). *The Crossing of Royal Roads* [Aufsatz 100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
26. Yamagishi, Y. (2026). *Admiration and Caution* [Aufsatz 101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
27. Yamagishi, Y. (2026). *Hearing Shape from Spectrum* [Aufsatz 102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735
28. Yamagishi, Y. (2026). *Modules Are Not Walls but Limits* [Aufsatz 113]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962996
29. Yamagishi, Y. (2026). *Which Objects Know They Are in Four Dimensions?* [Aufsatz 114]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21963544
30. Yamagishi, Y. (2026). *Two Staircases* [Aufsatz 115]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21967686

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)