

La droite critique et le point fixe de l'équation fonctionnelle

— $1/2$ est le nom d'une coordonnée, et un exposant n'est pas une dimension — [Article 06]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japon

Septembre 2026 (Quatrième édition)

— *From thinking to syncing.* —

Résumé

La droite critique $\text{Re}(s) = 1/2$ est l'ensemble des points fixes de l'involution que définit l'équation fonctionnelle $\xi(s) = \xi(1-s)$ de la fonction zêta complétée, à savoir $s \mapsto 1-s$. Partant de ce seul point, le présent article établit le statut de chaque nombre qui apparaît autour de la droite critique. Premièrement, $1/2$ est le nom d'une coordonnée. En posant $s = 1/2 + iz$, la fonction $\Xi(z) = \xi(1/2 + iz)$ de Riemann est une fonction paire prenant des valeurs réelles sur l'axe réel (vérifié numériquement ici : $|\text{Im } \Xi| < 10^{-31}$), et l'hypothèse de Riemann devient l'énoncé « tous les zéros de Ξ sont réels » — où le nombre $1/2$ n'apparaît plus du tout. Ce qui est invariant, c'est la structure — l'existence d'une involution et le fait que son ensemble de points fixes soit une droite — et non la valeur attachée à cette droite. La distinction que les articles 95 et 66 ont faite pour la valeur de c vaut ici pour $1/2$. Deuxièmement, la paroi $\text{Re}(s) = 1$ de la bande critique est une frontière de module, et elle n'est franchie que doublement logarithmiquement. $\sum_p p^{-\sigma}$ converge pour $\sigma > 1$ et diverge pour $\sigma \leq 1$ — le bord de la région où la description par le produit eulérien fonctionne (article 113). De plus, cette divergence obéit au second théorème de Mertens, $\sum_{p \leq x} p^{-1} = \ln \ln x + M + o(1)$ (vérifié ici jusqu'à $x = 2 \times 10^7$, accord à 1.4×10^{-5}), de sorte qu'elle ne croît que doublement logarithmiquement. Troisièmement, l'exposant de conservation des coquilles $n = d - 1$ ne sélectionne aucune dimension. La formule générale $\text{Vol}(S^{d-1}) = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ est une famille valable pour tout d (article 114) ; et $2\pi(S^1)$ et $4\pi(S^2)$ appartiennent, dans le classement de l'article 115, à des escaliers différents — ce ne sont pas des marches voisines. Quatrièmement, un exposant n'est pas une dimension. Dans $|p^{-s}|^2 = p^{-2\sigma}$, 2σ est un exposant d'une puissance d'un nombre premier ; dans $n = d - 1$, n est un exposant d'une puissance d'un rayon et d est une dimension. Comme les deux ne sont pas des puissances de la même variable, l'accord des valeurs dans $2\sigma = 1$ et $n = 1$ n'est pas une correspondance. C'est la même distinction de catégorie que celle de l'article 28, lorsqu'il écrivait : « $3/2$ est un exposant, pas une dimension ». Cinquièmement, le programme de Hilbert–Pólya a sa demeure dans l'article 102. Il s'agit d'un problème spectral inverse (« peut-on entendre la forme à partir du spectre ? »), où se tiennent déjà le théorème de non-unicité de Kac et la géométrie non commutative de Connes. Le cœur réside dans le fait que $H = (xp + px)/2$ possède un spectre continu.

Portée (scope note) : Le présent article est une **interprétation structurelle** qui ordonne les nombres autour de la droite critique dans le cadre de la théorie des nombres et de la géométrie établies (couche 2). Connus : l'équation fonctionnelle et la droite critique (Riemann 1859), le produit eulérien, le second théorème de Mertens (1874), l'absence de zéros sur $\sigma = 1$ et le théorème des nombres premiers (Hadamard, de la Vallée Poussin 1896), la formule de Riemann–von Mangoldt, l'accord des espacements des zéros avec le GUE (Montgomery 1973, Odlyzko 1987), des tambours de formes différentes ayant le même spectre (Gordon–Webb–Wolpert 1992), la proposition $H = xp$ (Berry–Keating 1999) et la formule des traces de Connes (1999). **L'hypothèse de Riemann est un problème du prix du millénaire de l'Institut Clay et n'est pas résolue. Le présent article ne revendique ni sa démonstration, ni une démonstration partielle, ni une voie vers celle-ci, et ne construit aucun opérateur de Hilbert–Pólya.** L'apparition d'un même nombre dans plusieurs contextes n'est pas traitée comme la preuve d'une origine commune (articles 48, 86, 100, 101, 115). Relation avec les articles antérieurs : la distinction entre fait et convention vient des articles 95 et 66, les frontières de module de l'article 113, le recensement des structures qui sélectionnent une dimension de l'article 114, les deux escaliers des volumes de sphères de l'article 115, la distinction de catégorie entre exposant et dimension de l'article 28, et le problème spectral inverse de l'article 102 (la lignée des problèmes inverses est formée par les articles 89 et 99). **Ce que cet article ajoute, c'est le statut des nombres qui apparaissent sur la droite critique** — $1/2$ est le nom d'une coordonnée, $\text{Re}(s) = 1$ est une frontière où la description change, $n = d - 1$ est une famille qui ne sélectionne aucune dimension, et 2σ et n sont des grandeurs sans base de comparaison.

1. Introduction : d'où vient la droite critique

La droite $\text{Re}(s) = 1/2$ dont parle l'hypothèse de Riemann n'est pas un nombre tombé de nulle part. **C'est le point fixe d'une symétrie.**

Fait établi 1.1 (La droite critique est le point fixe de l'équation fonctionnelle)

La fonction zêta complétée

$$\xi(s) = \frac{1}{2} s(s-1) \pi^{-s/2} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s)$$

satisfait l'équation fonctionnelle

$$\xi(s) = \xi(1-s)$$

(Riemann 1859). Le point fixe de l'involution $s \mapsto 1-s$ est

$$s = 1-s \iff 2s = 1 \iff s = \frac{1}{2}$$

et, pour la partie réelle, $\sigma = 1-\sigma \iff 2\sigma = 1$.

Vérification numérique (calculée ici, à **30** chiffres) :

s	$ \xi(s) - \xi(1-s) $
$2 + 3i$	1.1×10^{-31}
$-1 + 0.7i$	2.0×10^{-31}
$0.3 + 12i$	6.0×10^{-33}
$5 - 2i$	2.0×10^{-31}

Corollaire 1.2 (Quadruplets de zéros)

Pour un zéro non trivial ρ , les nombres $1 - \rho$, $\bar{\rho}$ et $1 - \bar{\rho}$ sont aussi des zéros et forment un quadruplet.
L'hypothèse de Riemann équivaut à l'énoncé selon lequel ce quadruplet dégénère sur la droite fixe $\text{Re}(s) = 1/2$.

La condition $2\sigma = 1$ elle-même découle donc de l'équation fonctionnelle sans aucune hypothèse géométrique. La raison pour laquelle la droite critique est particulière est déjà expliquée à l'intérieur de la théorie des nombres. **La question n'est pas « pourquoi la droite est particulière », mais « si les zéros se trouvent sur elle ».**

2. $1/2$ est le nom d'une coordonnée

Théorème 2.1 ($1/2$ disparaît par un changement de coordonnée)

Posons $s = \frac{1}{2} + iz$ et définissons la fonction Ξ de Riemann

$$\Xi(z) \equiv \xi\left(\frac{1}{2} + iz\right)$$

Alors $\xi(s) = \xi(1-s)$ se traduit en $\Xi(z) = \Xi(-z)$ (une fonction paire), et la symétrie de ξ par rapport à l'axe réel, $\overline{\xi(\bar{s})} = \xi(s)$, se traduit par le fait que Ξ prend des valeurs réelles sur l'axe réel. Par conséquent

$$\text{hypothèse de Riemann} \iff \text{tous les zéros de } \Xi(z) \text{ sont réels}$$

et le nombre $1/2$ n'apparaît pas dans cet énoncé.

Vérification numérique (calculée ici) :

z	$\Xi(z)$	$ \operatorname{Im} \Xi(z) $
0.5	0.4942569879	5.4×10^{-33}
3	0.4031652073	4.6×10^{-32}
14.1347	3.48×10^{-8}	1.3×10^{-38}
40	2.12×10^{-11}	2.2×10^{-41}

De plus, $|\Xi(-7) - \Xi(7)| = 3.6 \times 10^{-32}$ (confirmation de la parité). En $z = 14.1347$, Ξ est presque 0 parce que c'est le premier zéro.

Observation 2.2 (Ce qui est invariant et ce qui dépend de la coordonnée)

Invariant (fait) : que ξ complétée admette une involution $s \mapsto 1 - s$, que son ensemble de points fixes soit une droite, et que les zéros soient envoyés sur des zéros par cette involution. Rien de cela ne dépend du choix de la coordonnée.

Dépendant de la coordonnée (le nombre) : la valeur $1/2$ attachée à cette droite. Dans la coordonnée s elle vaut $1/2$; dans la coordonnée z elle vaut 0 (l'axe réel).

Ce qu'il faut lire comme structure n'est donc pas le nombre $1/2$, mais l'existence de l'involution.

C'est la même distinction que dans l'article 95 (le conventionnalisme de Poincaré) et l'article 66 (le c local et le c de coordonnées ont des racines distinctes). Pour la vitesse de la lumière c , qu'elle soit finie est un fait, tandis que la valeur 299 792 458 est une convention. $1/2$ se trouve du même côté — que l'involution existe est un fait ; appeler sa droite fixe $1/2$ est un choix de coordonnée.

Ce que signifie la dépendance à la coordonnée : une fois ζ fixée, la droite critique ne peut pas être déplacée à volonté dans le plan des s . Dire qu'elle dépend de la coordonnée ne signifie pas « elle pourrait être n'importe où », mais « le nombre qui nomme cette droite dépend de la carte dans laquelle on la dessine ». C'est la même restriction que l'article 95 formulait en écrivant qu'une convention n'est pas « n'importe quoi ».

3. La paroi $\text{Re}(s) = 1$ — une frontière de module

Fait établi 3.1 (Là où le produit eulérien fonctionne)

Pour $\sigma > 1$,

$$\zeta(s) = \prod_p (1 - p^{-s})^{-1}$$

converge absolument et ζ peut s’écrire comme **un produit sur les nombres premiers**. Pour $\sigma \leq 1$, la somme $\sum_p p^{-\sigma}$ diverge et cette description échoue — au-delà, on passe à **une autre description, le prolongement analytique**.

Vérification numérique (sommes partielles sur les nombres premiers inférieurs à 2×10^6 , au nombre de **148 933**, calculées ici) :

σ	$\sum_{p \leq 2 \times 10^6} p^{-\sigma}$
1.5	0.849
1.1	2.001
1.0	2.936
0.9	4.995
0.5	234.79

Observation 3.2 (C’est une frontière de module au sens de l’article 113)

L’article 113 a écrit qu’« **une frontière se trouve là où une grandeur sans dimension franchit 1** », et a aligné comme exemples l’échelle de Planck (article 39), $\Lambda \lesssim 4\pi\nu$ (article 09), $\mathbf{Re}_\eta = 1$ (article 03), $E_{\text{requis}}/E_{\text{disponible}}$ (article 04) et $\alpha_s \rightarrow 1$ (article 05). **$\mathbf{Re}(s) = 1$ en est un autre** — la convergence de $\sum_p p^{-\sigma}$ bascule ici, et la description change.

Il y a toutefois une différence décisive. Chaque exemple antérieur était **une limite d’une description**, alors que pour ζ le **prolongement analytique fixe l’autre côté de manière unique** — contrairement au $\nu \rightarrow 0$ physique (la limite singulière de l’article 03), **il n’y a pas d’autre théorie au-delà de la paroi ; la même fonction se prolonge d’une seule et unique manière.** Elle a sa place dans la table des modules de cette série comme l’exemple dont l’autre côté peut être déterminé de manière unique.

Fait établi 3.3 (La paroi est franchie doublement logarithmiquement — le second théorème de Mertens)

La divergence en $\sigma = 1$ ne progresse qu’au rythme **doublement logarithmique**

$$\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} = \ln \ln x + M + o(1), \quad M = 0.2614972 \dots$$

(Mertens 1874).

Vérification numérique (les nombres premiers inférieurs à 2×10^7 , au nombre de **1 270 607**, calculée ici) :

x	$\sum_{p \leq x} 1/p$	$\ln \ln x + M$	écart
10^2	1.802817	1.788677	$+1.4 \times 10^{-2}$
10^4	2.483060	2.481824	$+1.2 \times 10^{-3}$
10^6	2.887328	2.887289	$+3.9 \times 10^{-5}$
2×10^7	3.083559	3.083545	$+1.4 \times 10^{-5}$

Multiplier x par 100 n’augmente la somme que d’environ 0.7. C’est l’image miroir de la discipline posée dans les articles 04 et 05 — **quand la grandeur est exponentielle, rapporter le logarithme. Ici, la divergence elle-même est doublement logarithmique, de sorte qu’aucun calcul fini ne la fait vraiment paraître comme une divergence.**

Corollaire 3.4 ($\text{Re}(s) = 1$ est la droite du théorème des nombres premiers)

$\zeta(1 + it) \neq 0$ (pour $t \neq 0$) est équivalent au théorème des nombres premiers, démontré indépendamment par Hadamard et de la Vallée Poussin en 1896. L'absence de zéros sur $\sigma = 1$ est donc déjà un théorème, et l'hypothèse de Riemann est l'affirmation que la région sans zéros s'étend jusqu'à $\sigma = 1/2$. $\sigma = 1$ (démontré) et $\sigma = 1/2$ (ouvert) sont deux échelons d'une même question.

4. L'exposant de conservation des coquilles $n = d - 1$ ne sélectionne aucune dimension

À titre de comparaison, la condition de conservation des coquilles de cette série est écrite en dimension quelconque.

Théorème 4.1 (L'exposant de conservation des coquilles en dimension quelconque)

Dans $\mathbb{R}^d$, une coquille de densité en loi de puissance à symétrie sphérique $\rho(r) = r^{-n}$ a pour taux de croissance de masse

$$\frac{dm}{dr} = \text{Vol}(S^{d-1}) r^{d-1-n}, \quad \text{Vol}(S^{d-1}) = \frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma(d/2)}$$

et celui-ci est indépendant de r si et seulement si $n = d - 1$.

Démonstration.

L'élément de volume de $\mathbb{R}^d$ est $dV = \text{Vol}(S^{d-1}) r^{d-1} dr$. De $dm = \rho(r) dV$ on tire $dm/dr = \text{Vol}(S^{d-1}) r^{d-1-n}$, qui est indépendant de r si et seulement si $d - 1 - n = 0$.

Observation 4.2 (Cette formule ne sélectionne aucune dimension (article 114))

L'article 114 a recensé **quelles structures sélectionnent une dimension et lesquelles ne le font pas**, et a classé $n = d - 1$ du côté de celles qui ne le font pas. De fait, la formule vaut sous la même forme pour tout d et ne contient aucune raison de distinguer un d particulier.

Ce que cette formule permet de lire, c'est une ligne d'un tableau : la ligne $n = 1$ est la ligne $d = 2$. Le choix de la ligne se décide hors du tableau, et la ligne à laquelle rattacher la droite critique n'est pas écrite dans cette formule.

5. 2π et 4π ne sont pas des marches voisines d’un même escalier

Fait établi 5.1 (Les deux escaliers des volumes de sphères (article 115))

En listant $\text{Vol}(S^{d-1}) = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ (vérifié numériquement ici) :

d	$n = d - 1$	$\text{Vol}(S^{d-1})$	valeur
1	0	2	2.000
2	1	2π	6.283
3	2	4π	12.566
4	3	$2\pi^2$	19.739
5	4	$8\pi^2/3$	26.319
6	5	π^3	31.006

Comme l’a montré l’article 115, la puissance de π monte d’un échelon toutes les 2 dimensions — la règle de génération $\text{Vol}(S^n) = \frac{2\pi}{n-1} \text{Vol}(S^{n-2})$ avance par pas de 2. Il y a donc deux escaliers :

$$S^1 = 2\pi \rightarrow S^3 = 2\pi^2 \rightarrow S^5 = \pi^3 \text{ (sphères impaires)}$$
$$S^0 = 2 \rightarrow S^2 = 4\pi \rightarrow S^4 = 8\pi^2/3 \text{ (sphères paires)}$$

Observation 5.2 (Passer de $n = 2$ à $n = 1$ n’est pas descendre une marche d’un escalier)

Lu dans l’ordre de grandeur, le tableau place, une ligne au-dessus de $n = 2$ ($4\pi, S^2$), la ligne $n = 1$ ($2\pi, S^1$), et cela ressemble à « une marche vers le bas ».

Mais selon le classement de l’article 115, S^1 et S^2 appartiennent à des escaliers différents. Comme la fonction Γ sépare les dimensions paires des impaires, les deux ne sont pas reliés par la règle de génération — ils ne paraissent voisins que lorsqu’on range les valeurs par taille.

Passer de $n = 2$ à $n = 1$ n’est pas un déplacement d’une ligne du tableau, mais un changement de famille.

6. Un exposant n'est pas une dimension

Les deux énoncés suivants prennent tous deux la valeur **1** :

1. la condition de la droite critique **$2\sigma = 1$** (point fixe de l'équation fonctionnelle) ;
2. l'exposant de conservation des coquilles **$n = 1$** en deux dimensions (comptabilité dimensionnelle de l'élément de volume).

Observation 6.1 (Les deux exposants ne sont pas des puissances de la même variable (article 28))

L'article 28 a écrit : « **$3/2$ est un exposant d'échelle, pas une dimension — c'est une erreur de catégorie** ». La même distinction s'applique ici.

Dans $|p^{-s}|^2 = p^{-2\sigma}$, **2σ est un exposant d'une puissance d'un nombre premier**. Dans **$n = d - 1$** , en revanche, **n est un exposant d'une puissance d'un rayon**, et **d est la dimension de l'espace**. Les deux exposants ne sont même pas des puissances de la même variable — l'un est une puissance de **p** (un nombre premier discret), l'autre de **r** (un rayon continu).

L'énoncé « **2σ et n prennent la même valeur** » n'a donc pas de base de comparaison. Avant toute question de dérivation commune, ce ne sont pas du tout des grandeurs comparables.

Observation 6.2 (Et $1/2$ dépend de la coordonnée)

Comme l'a montré la section 2, dans **$2\sigma = 1$** , le **1** dépend de la coordonnée. Dans la coordonnée **$z = -i(s - \frac{1}{2})$** , la droite critique est **$\text{Im}(z) = 0$** , et ni **1** ni **$1/2$** n'apparaît. Un nombre dépendant de la coordonnée ne peut pas être confronté à un décompte dimensionnel sans coordonnée.

Ce que l'accord des deux valeurs permet de dire tient en la phrase suivante.

Sur la droite critique, le spectre de puissance des nombres premiers décroît comme **p^{-1}** . C'est le résultat de la substitution de **$\sigma = 1/2$** dans **2σ** , et cela n'a aucune autre implication.

Que des nombres coïncident ne signifie pas qu'une correspondance existe. La discipline que cette série a écrite à maintes reprises à propos de **4π** et **$16\pi^2$** (articles 48, 86, 100, 115) s'applique telle quelle au **1** de la droite critique et au **1** de la conservation des coquilles.

7. Le programme de Hilbert–Pólya a sa demeure dans l’article 102

Fait établi 7.1 (La conjecture de Hilbert–Pólya et sa difficulté centrale)

La conjecture de Hilbert–Pólya : il existe un opérateur autoadjoint $\hat{H}$ dont les valeurs propres coïncident avec les parties imaginaires $\{\gamma_n\}$ des zéros non triviaux. Si $\hat{H}$ est autoadjoint, ses valeurs propres sont réelles et **les zéros se trouvent automatiquement sur la droite critique**.

Berry et Keating (1999) ont pris le hamiltonien classique $H = xp$ et proposé sa quantification $\hat{H} = \frac{1}{2}(\hat{x}\hat{p} + \hat{p}\hat{x})$ comme candidat. **Mais cet opérateur a un spectre continu sur l’axe réel, qui couvre tout $\mathbb{R}$** . Obtenir des valeurs propres discrètes exige des conditions aux limites ou une compactification, et **aucune mise en œuvre reproduisant les zéros n’est connue**. Cette discrétisation est le cœur non résolu. Berry et Keating présentent eux-mêmes la proposition comme heuristique.

Fait établi 7.2 (Le comptage des zéros — la formule de Riemann–von Mangoldt)

Jusqu’à la hauteur T , le nombre $N(T)$ de zéros non triviaux satisfait

$$N(T) = \frac{T}{2\pi} \log \frac{T}{2\pi} - \frac{T}{2\pi} + \frac{7}{8} + S(T) + O(1/T)$$

Vérification numérique (calculée ici) :

T	zéros comptés	partie lisse	écart
30	3	3.565	−0.565
50	10	9.423	+0.577
100	29	29.002	−0.002
200	79	79.193	−0.193

Le fondement de la proposition de Berry et Keating est qu’un **comptage régularisé de l’espace des phases reproduit cette partie lisse**. Il s’agit toutefois d’une correspondance semi-classique, et non d’une preuve d’existence d’un opérateur.

Observation 7.3 (C'est un problème spectral inverse, et il appartient à la maison de l'article 102)

L'article 102 a pris pour axe « **peut-on entendre la forme à partir du spectre ?** », a placé le problème spectral inverse de Kac à côté de la géométrie non commutative de Connes, et en a fait **un pont reliant la lignée géométrique à la lignée des problèmes inverses. La conjecture de Hilbert–Pólya habite cette maison — le spectre (les zéros) est donné d'abord, et l'on cherche l'opérateur qui le produit**, ce qui est exactement la forme d'un problème inverse.

Deux outils s'y trouvent déjà. **La non-unicité de Kac** : Gordon, Webb et Wolpert (1992) ont construit **des tambours de formes différentes ayant le même spectre — un spectre ne détermine pas une forme de manière unique. La géométrie non commutative de Connes** : une formulation qui loge la géométrie dans un opérateur de Dirac D , et que Connes (1999) lui-même a tournée vers les zéros de zêta à l'aide de l'espace des adèles. **Au sein de cette série, Connes (1999) est la voie de l'article 102.**

Une mise en garde sur les racines distinctes : la non-unicité de Kac est un théorème sur la direction « **du spectre vers la forme** », alors que Hilbert–Pólya demande **l'existence d'un opérateur reproduisant les zéros. L'existence et l'unicité sont des questions différentes, et la non-unicité ne nie pas l'existence.** Ce qui est en question, c'est l'existence.

Observation 7.4 (Le statut des statistiques GUE)

L'accord entre les statistiques d'espacement des zéros de Montgomery (1973) et d'Odlyzko (1987) et la théorie des matrices aléatoires (GUE) est **un fort indice empirique** en faveur de la conjecture de Hilbert–Pólya. **C'est un indice, pas une preuve.** Dans le vocabulaire de l'article 100, ce n'est **pas un cas de transfert de la machinerie, mais une signature : les statistiques concordent — aucune machinerie de preuve n'a été transférée de la théorie des matrices aléatoires à la théorie des zéros.**

Réflexion personnelle (couche 3 ; étiquetée non scientifique / aucune affirmation de mécanisme)

Ce qui a le plus compté dans cet article, c'est la réécriture en termes de $\Xi(z)$. **Le $1/2$ disparaît.** Le nombre dans lequel j'avais essayé encore et encore de lire un sens quitte simplement l'écran quand la coordonnée change. **Le sens n'a jamais été du côté du nombre, mais du côté de la structure : qu'une involution existe.**

Quand l'arithmétique concorde, on se rassure et l'on cesse de se demander **si l'on a le droit de comparer les deux**. 2σ est un exposant d'une puissance d'un nombre premier et n un exposant d'une puissance d'un rayon ; **ils ne portent même pas sur la même variable.** Au fil des éditions de cet article, je l'ai vérifié de mes propres mains.

Les nombres sont l'endroit qui m'attire le plus et où je me trompe le plus. La distinction que l'article 95 a reçue de Poincaré — **fait et convention** — était l'affaire des autres tant que j'écrivais sur c . **C'est en l'écrivant à propos de $1/2$ qu'elle est devenue la mienne.**

8. Conclusion

La droite critique est le point fixe de l'équation fonctionnelle $\xi(s) = \xi(1-s)$ (section 1), et les nombres qui y apparaissent ont chacun un statut différent. **$1/2$ est le nom d'une coordonnée** : le passage à $\Xi(z)$ le fait disparaître, et l'hypothèse de Riemann prend la forme « tous les zéros de Ξ sont réels » (section 2). **$\text{Re}(s) = 1$ est une frontière où la description change** ; elle est franchie doublement logarithmiquement, et le prolongement analytique fixe l'autre côté de manière unique. L'absence de zéros sur $\sigma = 1$ est un théorème équivalent au théorème des nombres premiers (section 3). **$n = d - 1$ est une famille qui ne sélectionne aucune dimension** (section 4), et **2π et 4π appartiennent à des escaliers différents** (section 5). **2σ et n sont des grandeurs sans base de comparaison** (section 6). Le programme de Hilbert–Pólya a la forme des problèmes spectraux inverses de l'article 102, et son cœur est la manière de discrétiser le spectre continu de $H = xp$ (section 7).

La structure, en revanche, est un fait. Il existe une involution $s \mapsto 1 - s$, et elle a une droite fixe. **Ce qui est en question, c'est de savoir si les zéros se trouvent sur cette droite, et non pourquoi la droite est particulière.**

Registre des révisions

Quatrième édition (septembre 2026) : la forme a été alignée sur le modèle actuel (la situation et la portée sont regroupées dans la note de portée juste après le résumé, et l'histoire des éditions est déplacée dans ce registre). La mention d'édition a été retirée du sous-titre. Les autocitations portent désormais leurs titres et DOI réels, les références externes sont données avec auteur, année, titre et revue, et le titre de l'article de Berry et Keating dans SIAM Review (1999) est corrigé (The Riemann zeros and eigenvalue asymptotics). Les nombres, tableaux et théorèmes sont inchangés quant au fond.

Troisième édition (août 2026) : ajout du fait que $1/2$ est le nom d'une coordonnée (la fonction Ξ), que $\text{Re}(s) = 1$ est une frontière de module franchie doublement logarithmiquement, que $n = d - 1$ ne sélectionne aucune dimension, que 2π et 4π appartiennent à des escaliers différents et que le programme de Hilbert–Pólya a la forme d'un problème spectral inverse, tous les nombres étant calculés ici. Le mot « retrait » a été retiré du titre. A été retirée, faute de base de comparaison (section 6), la correspondance que la deuxième édition avait conservée comme « coïncidence numérique de deux faits indépendants » entre la condition de la droite critique $2\sigma = 1$ et l'exposant de conservation des coquilles bidimensionnel $n = 1$.

Deuxième édition (juillet 2026) : retrait de la revendication de démonstration faite dans le titre et le résumé de la première édition. La chaîne de la première édition $2\sigma = n = 2 \Rightarrow 2\sigma = 1$ pose $2\sigma = 2$ et $2\sigma = 1$ sur la même ligne et ne peut tenir, et ce à quoi correspond $n = 2$ n'est pas la droite critique mais $\text{Re}(s) = 1$ (la frontière de convergence du produit eulérien). L'affirmation selon laquelle, sur un tore $16\pi^2$, $H = (xp + px)/2$ aurait les zéros pour valeurs propres ne s'accompagnait d'aucune preuve de discrétude ni d'accord avec les zéros ; $16\pi^2$ est un nombre qui appartient aux mesures à une boucle et n'a rien à voir avec les zéros de zêta (articles 09, 05, 46).

Références

1. Riemann, B. (1859). *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse*. Monatsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss. Berlin.
2. Mertens, F. (1874). *Ein Beitrag zur analytischen Zahlentheorie*. J. reine angew. Math.
3. Hadamard, J. (1896). *Sur la distribution des zéros de la fonction $\zeta(s)$ et ses conséquences arithmétiques*. Bull. Soc. Math. France.
4. de la Vallée Poussin, C. J. (1896). *Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers*. Ann. Soc. Sci. Bruxelles.
5. Montgomery, H. L. (1973). *The pair correlation of zeros of the zeta function*. Proc. Symp. Pure Math.
6. Odlyzko, A. M. (1987). *On the distribution of spacings between zeros of the zeta function*. Math. Comp.
7. Gordon, C., Webb, D., Wolpert, S. (1992). *One cannot hear the shape of a drum*. Bull. Amer. Math. Soc.
8. Berry, M. V., Keating, J. P. (1999). *The Riemann zeros and eigenvalue asymptotics*. SIAM Review.
9. Connes, A. (1999). *Trace formula in noncommutative geometry and the zeros of the Riemann zeta function*. Selecta Mathematica.
10. Conrey, J. B. (2003). *The Riemann Hypothesis*. Notices of the AMS.
11. Bombieri, E. (2000). *Problems of the Millennium: The Riemann Hypothesis*. Clay Mathematics Institute.
12. Yamagishi, Y. (2026). *Dimensionless Numbers and Scales in the Navier–Stokes Equations [Article 03]*. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404030
13. Yamagishi, Y. (2026). *The Physical Resource Bound on Brute-Force Search [Article 04]*. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404131
14. Yamagishi, Y. (2026). *The Yang–Mills Mass Gap and Dimensional Transmutation [Article 05]*. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404236
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometric Origin of $16\pi^2$ in the Higgs Quadratic Divergence [Article 09]*. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404525

16. Yamagishi, Y. (2026). *The Yamagishi-Kepler Equation* [Article 28]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430531
17. Yamagishi, Y. (2026). *The Yamagishi Planck Length Unpacking Theory ($l_p = c^{-3/2}$)* [Article 39]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430490
18. Yamagishi, Y. (2026). *Of $16\pi^2$, Only $\Omega_3 = 2\pi^2$ Is Geometry* [Article 46]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602422
19. Yamagishi, Y. (2026). *The Pfaffian's $2^n n!$ Is One Block* [Article 48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
20. Yamagishi, Y. (2026). *Velocity-Space Curvature and Gravitational Redshift* [Article 66]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21616607
21. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [Article 86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
22. Yamagishi, Y. (2026). *Zero-Tension and the Inverse Problem* [Article 89]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21748664
23. Yamagishi, Y. (2026). *Convention and Fact* [Article 95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
24. Yamagishi, Y. (2026). *Reading the Interior from the Boundary* [Article 99]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758790
25. Yamagishi, Y. (2026). *The Crossing of Royal Roads* [Article 100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
26. Yamagishi, Y. (2026). *Admiration and Caution* [Article 101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
27. Yamagishi, Y. (2026). *Hearing Shape from Spectrum* [Article 102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735
28. Yamagishi, Y. (2026). *Modules Are Not Walls but Limits* [Article 113]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962996
29. Yamagishi, Y. (2026). *Which Objects Know They Are in Four Dimensions?* [Article 114]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21963544
30. Yamagishi, Y. (2026). *Two Staircases* [Article 115]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21967686

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)