

臨界線と関数方程式の不動点

— $1/2$ は座標の名であり、指数は次元ではない — [論文06]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月 (第4版)

— From thinking to syncing. —

要旨

臨界線 $\text{Re}(s) = 1/2$ は、完備ゼータ関数の関数方程式 $\xi(s) = \xi(1-s)$ が定める対合 $s \mapsto 1-s$ の不動点の集合である。本稿はこの一点から出発し、臨界線のまわりに現れる数それぞれの資格を定める。第一に、 $1/2$ は座標の名である。 $s = 1/2 + iz$ と置けばリーマンの $\Xi(z) = \xi(1/2 + iz)$ は実軸上で実数値をとる偶関数となり（本稿で数値確認： $|\text{Im } \Xi| < 10^{-31}$ ）、リーマン予想は「 Ξ の零点はすべて実である」という、 $1/2$ という数字がどこにも現れない言明になる。不変なのは「対合とその不動線が存在する」という構造であって、その線に付く数値ではない。論文95・66が c の値について述べた区別が、ここでは $1/2$ について成り立つ。第二に、臨界帯の壁 $\text{Re}(s) = 1$ はモジュールの境界であり、しかも二重対数でしか越えない。 $\sum_p p^{-\sigma}$ は $\sigma > 1$ で収束し $\sigma \leq 1$ で発散する — オイラー積という記述が使える範囲の端である（論文113）。しかもその発散はメルテンスの第二定理により $\sum_{p \leq x} p^{-1} = \ln \ln x + M + o(1)$ （本稿で $x = 2 \times 10^7$ まで数値確認、誤差 1.4×10^{-5} ）であり、二重対数でしか増えない。第三に、殻保存指数 $n = d - 1$ は次元を選ばない。一般公式 $\text{Vol}(S^{d-1}) = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ はすべての d で成り立つ族であり（論文114）、しかも $2\pi(S^1)$ と $4\pi(S^2)$ は論文115が仕分けた別々の階段に属する — 隣り合う段ではない。第四に、指数は次元ではない。 $|p^{-s}|^2 = p^{-2\sigma}$ の 2σ は素数を変数とする冪の指数であり、 $n = d - 1$ の n は半径を変数とする冪の指数、 d は次元である。二つは同じ変数の冪ではないので、 $2\sigma = 1$ と $n = 1$ の値がそろえることは対応にならない。論文28が「 $3/2$ は指数であって次元ではない」と書いたのと同じ圏の区別である。第五に、ヒルベルト=ポリヤ計画の住所は論文102である。これは逆スペクトル問題（「スペクトルから形が聞こえるか」）であり、そこではカッツの非一意性という定理と、コンヌの非可換幾何という道具が既にある。核心は、 $H = (xp + px)/2$ が連続スペクトルをもつことにある。

本稿の射程 (scope note) : 本稿は、確立した数論と幾何の枠内で臨界線のまわりの数を整理する構造的解釈である (第2層)。既知であるもの : 関数方程式と臨界線 (リーマン 1859)、オイラー積、メルテンスの第二定理 (1874)、 $\sigma = 1$ 上の零点の不在と素数定理 (アダマール、ド・ラ・ヴァレ・プーサン 1896)、リーマン=フォノン・マンゴルトの公式、零点間隔と GUE の一致 (モンゴメリー 1973、オドリツコ 1987)、同じスペクトルをもつ異なる太鼓 (ゴードン=ウェッブ=ウォルパート 1992)、 $H = xp$ の提案 (Berry-Keating 1999)、コンヌの跡公式 (1999)。リーマン予想はクレイ数学研究所のミレニアム懸賞問題であり、未解決である。本稿はその証明も、部分的な証明も、証明への道筋も主張せず、ヒルベルト=ポリヤ作用素も構成しない。同じ数値が複数の文脈に現れることは、同じ起源の証拠として扱わない (論文 48・86・100・101・115)。既刊との関係 : 事実と規約の区別は論文 95・66、モジュール境界は論文 113、次元を選ぶ構造の点呼は論文 114、球面体積の二本の階段は論文 115、指数と次元の圏の区別は論文 28、逆スペクトル問題は論文 102 (逆問題の系譜は論文 89・99) から受け取る。本稿が加えたのは、臨界線に現れる数の資格である — $1/2$ は座標の名、 $\text{Re}(s) = 1$ は記述が切り替わる境界、 $n = d - 1$ は次元を選ばない族、 2σ と n は比べる土台をもたない量。

1. 序論 : 臨界線はどこから来るか

リーマン予想が語る線 $\text{Re}(s) = 1/2$ は、天下りに与えられた数ではない。それは一つの対称性の不動点である。

確立された事実 1.1 (臨界線は関数方程式の不動点である)

完備ゼータ関数

$$\xi(s) = \frac{1}{2} s(s-1) \pi^{-s/2} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s)$$

は関数方程式

$$\xi(s) = \xi(1-s)$$

を満たす (リーマン 1859)。この対合 $s \mapsto 1-s$ の不動点は

$$s = 1-s \iff 2s = 1 \iff s = \frac{1}{2}$$

であり、実部については $\sigma = 1-\sigma \iff 2\sigma = 1$ を与える。

数値確認 (本稿で計算、30 桁) :

s	$ \xi(s) - \xi(1-s) $
$2 + 3i$	1.1×10^{-31}
$-1 + 0.7i$	2.0×10^{-31}
$0.3 + 12i$	6.0×10^{-33}
$5 - 2i$	2.0×10^{-31}

系 1.2 (零点の四つ組)

非自明零点 ρ に対し $1-\rho$ 、 $\bar{\rho}$ 、 $1-\bar{\rho}$ もまた零点であり、四つ組をなす。リーマン予想は、この四つ組が縮退して不動線 $\text{Re}(s) = 1/2$ 上に載るという主張に等しい。

すなわち $2\sigma = 1$ という条件そのものは、幾何学的な仮定を一切要さず関数方程式から従う。臨界線が特別である理由は、既に数論の内部で説明されている。問われているのは「線が特別である理由」ではなく、「零点がその線に載るかどうか」である。

2. $1/2$ は座標の名である

定理 2.1 ($1/2$ は座標変換で消える)

$s = \frac{1}{2} + iz$ と置き、リーマンの Ξ 関数

$$\Xi(z) \equiv \xi\left(\frac{1}{2} + iz\right)$$

を定める。 $\xi(s) = \xi(1-s)$ は $\Xi(z) = \Xi(-z)$ (偶関数) に、 ξ の実軸対称性 $\overline{\xi(\bar{s})} = \xi(s)$ は Ξ が実軸上で実数値をとることに翻訳される。したがって

$$\text{リーマン予想} \iff \Xi(z) \text{ の零点はすべて実である}$$

であり、この言明に $1/2$ という数字は現れない。

数値確認 (本稿で計算) :

z	$\Xi(z)$	$ \operatorname{Im} \Xi(z) $
0.5	0.4942569879	5.4×10^{-33}
3	0.4031652073	4.6×10^{-32}
14.1347	3.48×10^{-8}	1.3×10^{-38}
40	2.12×10^{-11}	2.2×10^{-41}

さらに $|\Xi(-7) - \Xi(7)| = 3.6 \times 10^{-32}$ (偶関数の確認)。 $z = 14.1347$ で Ξ がほぼ 0 になるのは、そこが第一零点だからである。

観察 2.2 (何が不変で、何が座標依存か)

不変なもの (事実) : 完備化された ξ に対合 $s \mapsto 1 - s$ が存在すること、その不動点集合が一本の直線であること、そして零点がその対合で移り合うこと。これらは座標の取り方に依らない。

座標依存のもの (数値) : その直線に付く数値 $1/2$ 。 s 座標では $1/2$ 、 z 座標では 0 (実軸) である。

したがって構造として読むべきものは、 $1/2$ という数値ではなく、対合の存在のほうである。

これは論文95 (ポアンカレの規約主義) と論文66 (局所的な c と座標上の c は別根) が述べた区別と同型である。 光速 c について、有限であることは事実であり、 **299 792 458** という値は規約であった。 $1/2$ もそれと同じ側にある — 対合があることは事実であり、その不動線を $1/2$ と呼ぶのは座標の選択である。

座標依存の意味 : ζ の定義を固定した以上、 s 平面上で臨界線を勝手に動かすことはできない。座標依存だというのは「どこにあってもよい」という意味ではなく、「その線を名指す数値は、どの図法で描くかに依存する」という意味である。 論文95が「規約は何でもよいという意味ではない」と書いたのと同じ限定である。

3. 臨界帯の壁 $\text{Re}(s) = 1$ — モジュールの境界

確立された事実 3.1（オイラー積が使える範囲）

$\sigma > 1$ において

$$\zeta(s) = \prod_p (1 - p^{-s})^{-1}$$

は絶対収束し、 ζ は素数の積として書ける。 $\sigma \leq 1$ では $\sum_p p^{-\sigma}$ が発散し、この記述は使えない — そこから先は解析接続という別の記述に切り替わる。

数値確認（ 2×10^6 以下の素数 148 933 個の部分和、本稿で計算）：

σ	$\sum_{p \leq 2 \times 10^6} p^{-\sigma}$
1.5	0.849
1.1	2.001
1.0	2.936
0.9	4.995
0.5	234.79

観察 3.2（これは論文113のモジュール境界である）

論文113は「境界とは、ある無次元量が 1 を跨ぐ場所である」と述べ、プランク尺度（論文39）、 $\Lambda \lesssim 4\pi\nu$ （論文09）、 $\text{Re}_\eta = 1$ （論文03）、 $E_{\text{必要}}/E_{\text{利用可能}}$ （論文04）、 $\alpha_s \rightarrow 1$ （論文05）を同型として並べた。 $\text{Re}(s) = 1$ もその一つである — ここで $\sum_p p^{-\sigma}$ の収束・発散が切り替わり、記述が変わる。ただし決定的な違いがある。前例はいずれも記述の限界であったが、 ζ の場合は解析接続によって向こう側が一意に定まる — 物理の $\nu \rightarrow 0$ （論文03の特異極限）とは異なり、向こう側に別の理論があるのではなく、同じ関数が唯一の仕方で延びている。境界の向こうを一意に決められる例として、この体系のモジュール表に加えるべきものである。

確立された事実 3.3 (壁の越え方は二重対数である — メルテンスの第二定理)

$\sigma = 1$ における発散は

$$\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} = \ln \ln x + M + o(1), \quad M = 0.2614972 \dots$$

という二重対数の速さでしか進まない (メルテンス 1874)。

数値確認 (2×10^7 以下の素数 1270 607 個、本稿で計算) :

x	$\sum_{p \leq x} 1/p$	$\ln \ln x + M$	差
10^2	1.802817	1.788677	$+1.4 \times 10^{-2}$
10^4	2.483060	2.481824	$+1.2 \times 10^{-3}$
10^6	2.887328	2.887289	$+3.9 \times 10^{-5}$
2×10^7	3.083559	3.083545	$+1.4 \times 10^{-5}$

x を 100 倍しても和は 0.7 程度しか増えない。論文 04・05 が立てた規律 — 指数が相手のときは対数を報告せよ — の、ちょうど裏側にあたる例である。ここでは発散そのものが二重対数であり、有限の計算からは「発散している」ようにほとんど見えない。

系 3.4 ($\operatorname{Re}(s) = 1$ は素数定理の線である)

$\zeta(1+it) \neq 0$ ($t \neq 0$) は素数定理と同値であり、アダマールとド・ラ・ヴァレ・プーサンが 1896 年に独立に証明した。すなわち $\sigma = 1$ 上の零点の不在は既に定理であり、リーマン予想はその無零点領域が $\sigma = 1/2$ まで届くという主張である。 $\sigma = 1$ (証明済) と $\sigma = 1/2$ (未解決) は、同じ問いの二つの段である。

4. 殻保存指数 $n = d - 1$ は次元を選ばない

比較のため、本体系の殻保存条件を一般次元へ書いておく。

定理 4.1 (一般次元の殻保存指数)

$\mathbb{R}^d$ において球対称な冪型密度 $\rho(r) = r^{-n}$ をもつ殻の質量増加率は

$$\frac{dm}{dr} = \text{Vol}(S^{d-1}) r^{d-1-n}, \quad \text{Vol}(S^{d-1}) = \frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma(d/2)}$$

であり、これが r に依存しない必要十分条件は $n = d - 1$ である。

証明

$\mathbb{R}^d$ の体積要素は $dV = \text{Vol}(S^{d-1}) r^{d-1} dr$ 。 $dm = \rho(r) dV$ より $dm/dr = \text{Vol}(S^{d-1}) r^{d-1-n}$ 。これが r に依存しない条件は $d - 1 - n = 0$ 。

観察 4.2 (この公式は次元を選ばない (論文114))

論文114は「どの構造が次元を選び、どの構造が選ばないか」を点呼し、 $n = d - 1$ を「選ばない側」に分類した。実際この式はすべての d で同じ形で成り立つ族であり、どの d を特別扱いする根拠も含んでいない。

この公式から読み取れるのは「 $n = 1$ の行は $d = 2$ である」という表の一行である。どの行を選ぶかは表の外から決まり、臨界線をどの行に結びつけるかは、この公式には書かれていない。

5. 2π と 4π は同じ階段の隣ではない

確立された事実 5.1（球面体積の二本の階段（論文115））

$\text{Vol}(S^{d-1}) = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ を並べると（本稿で数値確認）：

d	$n = d - 1$	$\text{Vol}(S^{d-1})$	数値
1	0	2	2.000
2	1	2π	6.283
3	2	4π	12.566
4	3	$2\pi^2$	19.739
5	4	$8\pi^2/3$	26.319
6	5	π^3	31.006

論文115が示したとおり、 π の冪は 2 次元ごとに一段上がる — 生成規則 $\text{Vol}(S^n) = \frac{2\pi}{n-1}\text{Vol}(S^{n-2})$ は2 を跨ぐ。したがって階段は二本ある：

$$S^1 = 2\pi \rightarrow S^3 = 2\pi^2 \rightarrow S^5 = \pi^3 \quad (\text{奇数球})$$
$$S^0 = 2 \rightarrow S^2 = 4\pi \rightarrow S^4 = 8\pi^2/3 \quad (\text{偶数球})$$

観察 5.2（ $n = 2$ から $n = 1$ へ移ることは、同じ階段を一段下りることではない）

表を大きさの順に読むと、 $n = 2$ （ 4π 、 S^2 ）の一行上に $n = 1$ （ 2π 、 S^1 ）があり、「一段下りる」ように見える。

しかし論文115の仕分けによれば、 S^1 と S^2 は別々の階段に属する。 Γ 関数が偶数次元と奇数次元を分けるため、両者は生成規則で直接つながっていない — 隣り合っているのは数値を大きさ順に並べたときだけである。

$n = 2$ から $n = 1$ へ移ることは、表の一行の移動ではなく、別の族への乗り換えである。

6. 指数は次元ではない

次の二つは、ともに値 **1** をとる。

1. 臨界線条件 $2\sigma = 1$ (関数方程式の不動点)
2. 2次元の殻保存指数 $n = 1$ (体積要素の次元勘定)

観察 6.1 (二つの指数は同じ変数の冪ではない (論文28))

論文28は「**3/2** はスケーリング指数であって次元ではない — これは圏の誤りである」と述べた。同じ区別がここにも当てはまる。

$|p^{-s}|^2 = p^{-2\sigma}$ の 2σ は素数を変数とする冪の指数である。一方 $n = d - 1$ の n は半径を変数とする冪の指数であり、 d は空間の次元である。二つの指数はそもそも同じ変数の冪ではない — 一方は p (離散的な素数)、他方は r (連続的な半径) についての冪である。

したがって「 2σ と n が同じ値をとる」という言明には、比較の土台がない。導出の経路が共通でないという以前に、そもそも比べられる量ではない。

観察 6.2 (さらに $1/2$ は座標依存である)

第2節が示したとおり、 $2\sigma = 1$ の 1 は座標に依存する。 $z = -i(s - \frac{1}{2})$ 座標では臨界線は $\text{Im}(z) = 0$ であり、 1 も $1/2$ も現れない。座標依存の数値と、座標をもたない次元勘定とを突き合わせることはできない。

二つの値のそろいから言えることは、次の一文である。

臨界線における素数パワースペクトルの減衰は p^{-1} である。これは $\sigma = 1/2$ を 2σ に代入した結果であり、それ以上の含意をもたない。

数値がそろうことは、対応があることではない。本体系が 4π と $16\pi^2$ について繰り返してきた規律 (論文48・86・100・115) は、臨界線の **1** と殻保存の **1** にもそのまま当てはまる。

7. ヒルベルト＝ポリヤ計画の住所は論文102である

確立された事実 7.1（ヒルベルト＝ポリヤ予想とその中心的困難）

ヒルベルト＝ポリヤ予想：ある自己随伴作用素 $\hat{H}$ が存在し、その固有値が非自明零点の虚部 $\{\gamma_n\}$ と一致する。 $\hat{H}$ が自己随伴なら固有値は実であり、零点は自動的に臨界線上に載る。

Berry–Keating (1999) は古典ハミルトニアン $H = xp$ の量子化 $\hat{H} = \frac{1}{2}(\hat{x}\hat{p} + \hat{p}\hat{x})$ を候補として提案した。だがこの作用素は実軸上で連続スペクトルをもち、値域は $\mathbb{R}$ 全体に及ぶ。離散固有値を得るには境界条件かコンパクト化が必要だが、それを零点を再現する形で実装した例は知られていない。この離散化こそが未解決の核心である。Berry と Keating 自身、この提案を発見的 (heuristic) なものとして提示している。

確立された事実 7.2（零点の数え上げ — リーマン＝フォン・マンゴルトの公式）

高さ T までの非自明零点の個数 $N(T)$ は

$$N(T) = \frac{T}{2\pi} \log \frac{T}{2\pi} - \frac{T}{2\pi} + \frac{7}{8} + S(T) + O(1/T)$$

を満たす。数値確認（本稿で計算）：

T	実際の零点数	滑らかな部分	差
30	3	3.565	−0.565
50	10	9.423	+0.577
100	29	29.002	−0.002
200	79	79.193	−0.193

Berry–Keating の提案の根拠は、正則化した位相空間の数え上げがこの滑らかな部分を再現することにある。ただしそれは半古典的な対応であって、作用素の存在証明ではない。

観察 7.3（これは逆スペクトル問題であり、論文102の家に属する）

論文102は「形はスペクトルから聞こえるか」という問いを軸に、カッツの逆スペクトル問題とコンヌの非可換幾何を並べ、幾何の系譜と逆問題の系譜を結ぶ橋とした。ヒルベルト＝ポリヤ予想はこの家の住人である — スペクトル（零点）が先に与えられ、それを生む作用素を探すという、まさに逆問題の形をしている。

そこには既に二つの道具がある。カッツの非一意性：ゴードン＝ウェッブ＝ウォルパート (1992) は同じスペクトルをもつ異なる形の太鼓を構成した — スペクトルは形を一意に定めない。コンヌの非可換幾何：幾何をディラック作用素 D の中に置く定式化であり、コンヌ (1999) 自身がアデル空間を用いてゼータ零点にこの道具を向けている。Connes (1999) は、体系の中では論文102の道にあたる。

ただし別根の注意：カッツの非一意性は「スペクトルから形へ」の方向の定理であり、ヒルベルト＝ポリヤが要求するのは「零点を再現する作用素の存在」である。存在と一意性は別の問いであり、非一意性は存在を否定しない。問われているのは存在のほうである。

観察 7.4（GUE統計の資格）

モンゴメリー (1973) とオドリツコ (1987) による零点間隔統計とランダム行列（GUE）の一致は、ヒルベルト＝ポリヤ予想を支持する強力な経験的証拠である。それは証拠であって証明ではない。論文100の語彙でいえば、これは「機械が移った」例ではなく、統計が一致したという署名である — ランダム行列の理論から零点の理論へ、証明の機械が移送されたわけではない。

■ 著者の私感（第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない）

この稿でいちばん効いたのは、 $\Xi(z)$ に書き換えてみたことだった。 $1/2$ が消える。何度も意味を読もうとしてきた数字が、座標を変えるだけで画面から消えてしまう。意味は数字の側ではなく、対合があるという構造の側にあった。

算術がそろろうと、人はそこで安心して、比べてよい相手かどうかを問わなくなる。 2σ は素数の冪の指数、 n は半径の冪の指数で、そもそも同じ変数の話ではない。この稿の版を重ねるなかで、私はそれを自分の手で確かめることになった。

数字は、私がいちばん引き寄せられ、いちばん間違える場所である。論文95がポアンカレから受け取った区別 — 事実と規約 — は、 c について書いたときは他人事だった。 $1/2$ について書いてはじめて、自分の話になった。

8. 結論

臨界線は関数方程式 $\xi(s) = \xi(1-s)$ の不動点であり（第1節）、そこに現れる数は、それぞれ別の資格をもつ。 $1/2$ は座標の名であり、 $\Xi(z)$ に移せば消えて、リーマン予想は「 Ξ の零点はすべて実」という形になる（第2節）。 $\text{Re}(s) = 1$ は記述が切り替わる境界であり、その越え方は二重対数で、境界の向こうは解析接続によって一意に定まる。 $\sigma = 1$ 上の零点の不在は、素数定理と同値な定理である（第3節）。 $n = d - 1$ は次元を選ばない族であり（第4節）、 2π と 4π は別々の階段に属する（第5節）。 2σ と n は比べる土台をもたない量である（第6節）。ヒルベルト＝ポリヤ計画は論文102の逆スペクトル問題の形をしており、その核心は $H = xp$ の連続スペクトルをどう離散化するかにある（第7節）。

そして構造のほうは事実である。対合 $s \mapsto 1-s$ があり、その不動線がある。問われているのは、零点がその線に載るかどうかであって、線が特別である理由ではない。

改訂記録

第4版（2026年9月）：書式を現行の型に揃えた（位置づけと射程を要旨の直後の射程注記にまとめ、版ごとの経緯を本改訂記録に移した）。副題から版の表記を外した。参考文献の自己引用を実際の題名と DOI に、外部文献を著者・年・題目・誌名までに揃え、SIAM Review (1999) の Berry–Keating 論文の題目を正しいもの（The Riemann zeros and eigenvalue asymptotics）に直した。数・表・定理の内容は変えていない。

第3版（2026年8月）： $1/2$ が座標の名であること（ Ξ 関数）、 $\text{Re}(s) = 1$ がモジュールの境界で越え方が二重対数であること、 $n = d - 1$ が次元を選ばないこと、 2π と 4π が別々の階段に属すること、ヒルベルト＝ポリヤ計画が逆スペクトル問題の形をもつことを加え、数値はすべて本稿で計算した。題名から「撤回」の語を外した。第2版が「独立な二事実の数値的一致」として残していた臨界線条件 $2\sigma = 1$ と2次元の殻保存指数 $n = 1$ の対応を、比べる土台がないとして取り下げた（第6節）。

第2版（2026年7月）：初版の題名と要旨が掲げた証明の主張を撤回した。初版の推論鎖 $2\sigma = n = 2 \Rightarrow 2\sigma = 1$ は同じ行で $2\sigma = 2$ と $2\sigma = 1$ を立てており成り立たず、 $n = 2$ に対応するのは臨界線ではなく $\text{Re}(s) = 1$ （オイラー積の収束境界）である。 $16\pi^2$ トーラス上の $H = (xp + px)/2$ が零点を固有値にもつという主張には、離散性の証明も零点との一致の証明もなく、 $16\pi^2$ は1ループの測度に属する数でゼータ零点とは関係しない（論文09・05・46）。

参考文献

1. Riemann, B. (1859). *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse*. Monatsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss. Berlin.

2. Mertens, F. (1874). *Ein Beitrag zur analytischen Zahlentheorie*. J. reine angew. Math.
3. Hadamard, J. (1896). *Sur la distribution des zéros de la fonction $\zeta(s)$ et ses conséquences arithmétiques*. Bull. Soc. Math. France.
4. de la Vallée Poussin, C. J. (1896). *Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers*. Ann. Soc. Sci. Bruxelles.
5. Montgomery, H. L. (1973). *The pair correlation of zeros of the zeta function*. Proc. Symp. Pure Math.
6. Odlyzko, A. M. (1987). *On the distribution of spacings between zeros of the zeta function*. Math. Comp.
7. Gordon, C., Webb, D., Wolpert, S. (1992). *One cannot hear the shape of a drum*. Bull. Amer. Math. Soc.
8. Berry, M. V., Keating, J. P. (1999). *The Riemann zeros and eigenvalue asymptotics*. SIAM Review.
9. Connes, A. (1999). *Trace formula in noncommutative geometry and the zeros of the Riemann zeta function*. Selecta Mathematica.
10. Conrey, J. B. (2003). *The Riemann Hypothesis*. Notices of the AMS.
11. Bombieri, E. (2000). *Problems of the Millennium: The Riemann Hypothesis*. Clay Mathematics Institute.
12. 山岸勇輝 (2026). ナビエ=ストークス方程式における無次元数とスケール [論文03]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404030
13. 山岸勇輝 (2026). 総当たり探索の物理的資源限界 [論文04]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404131
14. 山岸勇輝 (2026). ヤン=ミルズ質量ギャップと次元転移 [論文05]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404236
15. 山岸勇輝 (2026). ヒッグス2次発散における $16\pi^2$ の幾何学的起源 [論文09]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404525
16. 山岸勇輝 (2026). 山岸・ケプラー方程式 [論文28]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430531
17. 山岸勇輝 (2026). 山岸・プランク長 $l_p = c^{-3/2}$ 幾何解凍理論 [論文39]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430490
18. 山岸勇輝 (2026). $16\pi^2$ のうち、幾何なのは $\Omega_3 = 2\pi^2$ だけである [論文46]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602422
19. 山岸勇輝 (2026). パフィアンの $2^n n!$ は、一つの塊である [論文48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
20. 山岸勇輝 (2026). 速度空間の曲率と重力赤方偏移 [論文66]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21616607
21. 山岸勇輝 (2026). 必然性の四つの根 [論文86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
22. 山岸勇輝 (2026). ゼロテンションと逆問題 [論文89]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21748664
23. 山岸勇輝 (2026). 規約と事実を分ける [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
24. 山岸勇輝 (2026). 境界から内部を読む [論文99]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758790
25. 山岸勇輝 (2026). 王道の交差 [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
26. 山岸勇輝 (2026). 憧れと戒め [論文101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
27. 山岸勇輝 (2026). スペクトルから形を聴く [論文102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735
28. 山岸勇輝 (2026). モジュールは壁ではなく、極限である [論文113]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962996
29. 山岸勇輝 (2026). 「4次元らしさ」を担うのは誰か [論文114]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21963544
30. 山岸勇輝 (2026). 二本の階段 [論文115]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21967686

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)