

c als Kugel des Geschwindigkeitsraums

— Zweite Auflage: Dies war ein Ergebnis über c , nicht über 4π (der **Yamagishi-Patch** und die Thomas-Präzession) — [Aufsatz 60]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan

August 2026 (Zweite Auflage)

— *From thinking to syncing.* —

Zusammenfassung

In der speziellen Relativitätstheorie ist die Menge der zulässigen Geschwindigkeiten eine Kugel vom Radius c , und unter der vom Additionsgesetz der Geschwindigkeiten induzierten Metrik ist sie **ein hyperbolischer Raum der Krümmung $K = -1/c^2$** (Varičák 1910). **Hier gilt die Lesart von c als Radius wörtlich, nicht als Patch.** Diese Krümmung wird **gemessen, als Thomas-Präzession — die Holonomie des Geschwindigkeitsraums.** Auf dieser bekannten Geometrie schrieb die erste Auflage die Ruheenergie $E = 4\pi c^2$ der $m = 4\pi$ -Darstellung (Aufsatz 12) als die intrinsische Größe $E = 4\pi/|K|$ um.

Was die zweite Auflage korrigiert, ist der Status dieses 4π .

Erstens: Das 4π von $E = 4\pi c^2$ kann kein Raumwinkel sein. Da $[E] = ML^2T^{-2}$, während $[c^2] = L^2T^{-2}$, **muss der Vorfaktor eine Masse tragen. Ein Raumwinkel ist dimensionslos (Massendimension $\mu = 0$) und kann dort nicht stehen.** Unter dem Patch $m = 4\pi$ ist **dieses 4π die Masse selbst** (Aufsatz 116: $\varepsilon = \mu$) — also **eine Konvention, keine Geometrie** (Aufsatz 56, 2. Aufl.).

Zweitens: $E = 4\pi/|K|$ verlangt dieselbe Lesart. $[1/|K|] = [c^2] = L^2T^{-2}$ ist **eine quadrierte Geschwindigkeit, keine Fläche.** Als Raumwinkel gelesen wäre $4\pi/|K|$ eine quadrierte Geschwindigkeit und keine Energie. Die Erläuterung der ersten Auflage — „ 4π ist der Raumwinkel, eine feste geometrische Konstante“ — **steht nicht zur Verfügung** (Beobachtung 3.3).

Drittens braucht Abschnitt 5 der ersten Auflage daher drei Einträge, nicht zwei. Er trennte zu Recht „das Raumwinkel- 4π “ vom „topologischen $4\pi = 2\pi|\chi|$ “; aber **was in $E = 4\pi c^2$ steht, ist keines von beiden. Es ist ein Drittes — der Massen-Patch, eine Konvention** (Beobachtung 5.2).

Viertens, und was bleibt, ist stärker, als die erste Auflage annahm. Der Kern ist die geometrische Identität $c^2 = 1/|K|$, und **sie braucht überhaupt keinen Patch.** Daher gilt $E = mc^2 = m/|K|$ für jedes m . Das 4π trägt nichts Geometrisches bei; es **benennt lediglich die Masseneinheit.** Das Ergebnis dieses Aufsatzes betraf c , nicht 4π (Korollar 3.5). **Und sein stärkster Punkt — dass die Krümmung als Thomas-Präzession gemessen wird — bleibt unberührt** (Abschnitt 4).

Tragweite (scope note): ES WIRD WEDER EIN NEUES PHYSIKALISCHES GESETZ NOCH EIN NEUER MATHEMATISCHER SATZ BEANSPRUCHT. Dass der Geschwindigkeitsraum hyperbolisch ist (Varičák 1910), die Thomas-Präzession (Thomas 1926), die Fläche einer hyperbolischen geodätischen Sphäre und Gauß–Bonnet sind alle Standard. Was die zweite Auflage hinzufügt, ist nur **ein Urteil darüber, welches 4π in der Formel erscheint.**

1. Bezeichnungen und Stellung

Stellung: Dieser Aufsatz beansprucht weder ein neues physikalisches Gesetz noch einen neuen mathematischen Satz. Sein Beitrag ist, $E = 4\pi c^2$ (Aufsatz 12) auf dieser bekannten Geometrie **als koordinatenunabhängige intrinsische Größe** umzuschreiben und **zu trennen, was intrinsisch ist und welches 4π welchen Ursprung hat.**

In der zweiten Auflage hinzugefügt: Die erste Auflage trennte die Ursprünge des 4π in zwei. **Die zweite Auflage zeigt, dass das, was tatsächlich in der Formel steht, ein Drittes ist.**

2. Der Geschwindigkeitsraum ist hyperbolisch mit Krümmung $-1/c^2$ (bekannt)

Proposition 2.1 (die hyperbolische Geometrie des Geschwindigkeitsraums; Varičak 1910): In der speziellen Relativitätstheorie bilden die physikalischen Geschwindigkeiten die Kugel $\{v \in \mathbb{R}^3 : |v| < c\}$ vom Radius c . Unter der vom Additionsgesetz der Geschwindigkeiten induzierten Metrik

$$ds^2 = c^2 [d\varphi^2 + \sinh^2 \varphi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\psi^2)], \quad \varphi = \operatorname{artanh} \frac{v}{c} \quad (1)$$

ist dieser Raum **der hyperbolische Dreiraum der Schnittkrümmung $K = -1/c^2$** . Der Rand $|v| = c$ entspricht dem hyperbolisch Unendlichen (Licht).

Beobachtung 2.2 (zweite Auflage: die Rapidity ist nicht der Abstand): Die erste Auflage sagte, „die Rapidity φ ist gleich dem hyperbolischen Abstand vom Mittelpunkt“. φ ist **dimensionslos**, und der Abstand vom Mittelpunkt in (1) ist $r = c\varphi$. Tatsächlich lautet die Flächenformel, die die erste Auflage in Abschnitt 3 verwendet, gerade deshalb $\sinh^2(r/c) = \sinh^2 \varphi$, weil $r = c\varphi$. **Der Text der ersten Auflage widersprach ihrer eigenen Flächenformel um einen Faktor c .** Die zweite Auflage korrigiert das.

Worauf es hier ankommt, ist, dass c zugleich ein Koordinatenradius und ein intrinsischer Krümmungsradius ist:
 $K = -1/c^2 \iff c^2 = 1/|K|$.

3. Der intrinsische Ausdruck von $E = 4\pi c^2$ und der Status seines 4π

Proposition 3.1 (Bestätigung als Flächenskala, unverändert): Im hyperbolischen Dreiraum der Krümmung $-1/c^2$ ist die Fläche einer geodätischen Sphäre vom Radius r

$$A(r) = 4\pi c^2 \sinh^2 \left(\frac{r}{c} \right) \quad (2)$$

und geht in $4\pi r^2$ über, wenn $r \rightarrow 0$ (hier durch Reihenentwicklung geprüft). Also ist $4\pi c^2$ **die von der Krümmung festgelegte intrinsische Flächenskala**, keine koordinatenabhängige Größe. **Diese Proposition ist richtig und in der zweiten Auflage unverändert.**

Proposition 3.2 (der intrinsische Ausdruck von E): Die $m = 4\pi$ -Darstellung ($E = 4\pi c^2$, Aufsatz 12) lässt sich mit der intrinsischen Krümmung des Geschwindigkeitsraums schreiben als

$$E = 4\pi c^2 = \frac{4\pi}{|K|} \tag{3}$$

wobei $1/|K|$ koordinatenunabhängig ist.

3.1 [Zweite Auflage] Dieses 4π ist kein Raumwinkel

Beobachtung 3.3 (die Dimensionen entscheiden): Die erste Auflage erläuterte (3) mit „ 4π ist der Raumwinkel, eine feste geometrische Konstante“. **Diese Lesart steht nicht zur Verfügung.**

Größe	Dimension	Massendimension μ
E	ML^2T^{-2}	1
$c^2, 1/ K $	L^2T^{-2}	0
Raumwinkel $\int_{S^2} d\Omega$	dimensionslos	0
Massen-Patch $m = 4\pi$	M	1

Da E die Massendimension 1 trägt, c^2 und $1/|K|$ dagegen 0, **muss der Vorfaktor die Massendimension 1 tragen. Ein Raumwinkel, der dimensionslos ist, kann dort nicht stehen.** Also ist das 4π von $E = 4\pi c^2$ die Masse selbst — wie Aufsatz 116 zeigte, ist die Potenz der Patch-Konstante genau die Massendimension ($\epsilon = \mu$).

Beobachtung 3.4 ($1/|K|$ ist keine Fläche): Ebenso ist $[1/|K|] = [c^2] = L^2T^{-2}$ eine quadrierte Geschwindigkeit, keine Fläche. Die Lesart der ersten Auflage, „der Raumwinkel mal das Quadrat des intrinsischen Krümmungsradius des Geschwindigkeitsraums“, enthält **zwei Fehlplatzierungen zugleich**: Sie macht den linken Faktor dimensionslos und nennt den rechten eine Fläche.

Das $4\pi c^2$ von Proposition 3.1 ist eine Fläche — weil dort das 4π (ein Raumwinkel) einen quadrierten **Abstand** multipliziert. **Das $4\pi c^2$ von (3) ist eine Energie** — weil dort das 4π (eine Masse) eine quadrierte **Geschwindigkeit** multipliziert. **Dieselbe Zeichenfolge bezeichnet in zwei Abschnitten eines Aufsatzes verschiedene Größen.**

Das ist die Gestalt, die Aufsatz 51 für den Schalensatz aufgezeigt hat: Das in der Antwort überlebende 4π war die Konvention, nicht die Geometrie.

3.2 [Zweite Auflage] Was bleibt — stärker, als die erste Auflage annahm

Korollar 3.5 (der Kern ist $c^2 = 1/|K|$, und er braucht keinen Patch): Nimmt man diesem Abschnitt das 4π , so bleibt

$$c^2 = \frac{1}{|K|} \quad \implies \quad E = mc^2 = \frac{m}{|K|} \quad (\text{für jedes } m) \quad (4)$$

Die geometrische Identität, dass c^2 das Quadrat des Krümmungsradius des Geschwindigkeitsraums ist, ist der Kern dieses Aufsatzes, und sie **braucht überhaupt keinen Patch**. Das 4π trägt nichts Geometrisches bei; es **benennt lediglich die Masseneinheit**.

Das Ergebnis dieses Aufsatzes betraf daher c , nicht 4π — und es ist **umso robuster**, da es auch für einen Leser gilt, der die Konvention $m = 4\pi$ nicht übernimmt.

Korollar 3.6 (Energie als Kehrwert der Krümmung, neu gefasst): Aus $E = m/|K|$ ist die Energieskala proportional zum Kehrwert dessen, wie stark der Geschwindigkeitsraum gekrümmt ist. Im Grenzfall, in dem der Geschwindigkeitsraum flach wird ($c \rightarrow \infty$, der Newtonsche Grenzfall, $|K| \rightarrow 0$), divergiert die Energieskala. **Diese Lesart gilt, was immer m sein mag.**

4. Die Krümmung wird gemessen: Thomas-Präzession (unverändert)

Proposition 4.1 (Thomas-Präzession als Holonomie des Geschwindigkeitsraums): Transportiert man einen Spin parallel um einen geschlossenen Weg im Geschwindigkeitsraum (beschleunigen, drehen, abbremsen), entsteht eine Nettodrehung — die Thomas–Wigner-Rotation. Ihr Winkel ist gleich dem Betrag $|K|$ der Krümmung mal der eingeschlossenen hyperbolischen Fläche (dem Winkeldefekt).

(Eine kleine Korrektur in der zweiten Auflage) Die erste Auflage schrieb „das Produkt aus K und der Fläche“; da K negativ ist, ist es $|K|$ mal die Fläche, was dem Defekt gleich ist. Der Inhalt ist unverändert.

Die Krümmung des Geschwindigkeitsraums ist also kein geometrisches Bild, sondern eine gemessene Größe — der Thomas-Faktor $1/2$ in der atomaren Spin-Bahn-Kopplung ist ihre Erscheinung.

Dieser Abschnitt ist der stärkste Punkt des Aufsatzes und wird in der zweiten Auflage nicht verändert. Die Lesart „ c ist der intrinsische Krümmungsradius des Geschwindigkeitsraums“ steht auf messbarer Geometrie.

5. Disziplin: welches 4π , welche Dimension

Proposition 5.1 (Trennung vom topologischen 4π , unverändert): Für eine geschlossene Fläche der Krümmung $-1/c^2$ liefert Gauß–Bonnet

$$\int K dA = 2\pi\chi = 2\pi(2 - 2g) \quad \implies \quad A = 4\pi c^2(g - 1) \quad (5)$$

sodass $A = 4\pi c^2$ beim Geschlecht $g = 2$ (hier geprüft). Dieses $4\pi = 2\pi|\chi|$ stammt aus der Euler-Charakteristik und hat eine andere Wurzel als der Raumwinkel (Aufsätze 48, 67). Numerische Übereinstimmung darf nicht für Identität gehalten werden.

5.1 [Zweite Auflage] Zwei Einträge reichen nicht

Beobachtung 5.2 (es gibt ein Drittes — und es ist das in der Formel): Die erste Auflage trennte die Ursprünge des 4π in den Raumwinkel und das Topologische. Die Trennung ist richtig, aber die Zählung ist zu kurz.

4π	Ursprung	μ	Status
Raumwinkel $\int_{S^2} d\Omega$	die Geometrie der Sphäre (Aufsatz 01)	0	Tatsache
$2\pi \chi $ bei $g = 2$	die Euler-Charakteristik (Aufsatz 67)	0	Tatsache
Massen-Patch $m = 4\pi$	eine Wahl der Einheiten (Aufsätze 56, 116)	1	Konvention

Und was in $E = 4\pi c^2$ steht, ist das Dritte (Beobachtung 3.3). Die erste Auflage trennte sorgfältig zwei Tatsachen und übersah die Konvention, die tatsächlich in ihrer Formel steht.

Das 4π von $A(r) = 4\pi c^2 \sinh^2(r/c)$ in Proposition 3.1 ist das Erste. Innerhalb eines Aufsatzes wurden das Erste und das Dritte mit demselben Symbol geschrieben — die Quelle der Verwirrung der ersten Auflage.

Eine Anmerkung zur Dimension (unverändert): Der Geschwindigkeitsraum hat dieselbe Dimension wie der Ortsraum, nämlich drei. Das $d = 3$ hier ist also eine andere Dimension nach einem anderen Kriterium als das $d = 5$ von Aufsatz 59. Die zweite Auflage von Aufsatz 59 hat inzwischen gezeigt, dass ihr $d = 5$ aus dem Setzen des Radius auf eins folgt (eine Konvention), und zugleich festgehalten, dass die Lesart von c als Radius für die Geschwindigkeitskugel wörtlich gilt — Letzteres ist derselbe Inhalt wie Proposition 2.1 hier.

6. Schluss

-
- Der Geschwindigkeitsraum ist eine Kugel vom Radius c und hyperbolisch mit Krümmung $K = -1/c^2$ (Proposition 2.1; Varičák 1910). Hier gilt die Lesart von c als Radius wörtlich.
 - [2. Aufl.] Die Rapidity ist nicht der Abstand — φ ist dimensionslos, und der Abstand ist $c\varphi$. Der Text der ersten Auflage widersprach ihrer eigenen Flächenformel um einen Faktor c (Beobachtung 2.2).
 - $A(r) = 4\pi c^2 \sinh^2(r/c)$ geht in $4\pi r^2$ über, wenn $r \rightarrow 0$, und bestätigt $4\pi c^2$ als die von der Krümmung festgelegte intrinsische Flächenskala (Proposition 3.1, unverändert).
 - [2. Aufl.] Das 4π von $E = 4\pi c^2$ ist kein Raumwinkel — da $[E]$ die Massendimension 1 hat, $[c^2]$ und $[1/|K|]$ dagegen 0, muss der Vorfaktor eine Masse sein, und ein Raumwinkel, der dimensionslos ist, kann dort nicht stehen. Dieses 4π ist der Massen-Patch, also eine Konvention (Beobachtungen 3.3, 3.4). Es ist die Gestalt von Aufsatz 51.

5. [2. Aufl.] **Die Zählung des 4π braucht daher drei Einträge** — Raumwinkel (Tatsache), topologisches $2\pi|\chi|$ (Tatsache), Massen-Patch (Konvention). **Was in $E = 4\pi c^2$ steht, ist das Dritte; was in $A(r)$ steht, ist das Erste.** Ein Symbol bezeichnete innerhalb eines Aufsatzes zwei Größen (Beobachtung 5.2).
6. [2. Aufl.] **Was bleibt, ist stärker, als die erste Auflage annahm** — der Kern ist die geometrische Identität $c^2 = 1/|K|$, die **keinen Patch braucht**, und $E = mc^2 = m/|K|$ gilt für jedes m . **Das Ergebnis betraf c , nicht 4π** (Korollare 3.5, 3.6).
7. **Die Krümmung wird als Thomas-Präzession gemessen** (Proposition 4.1, unverändert): Der Defekt ist $|K|$ mal die eingeschlossene hyperbolische Fläche und erscheint im Thomas-Faktor $1/2$ der atomaren Spin-Bahn-Kopplung. **Das ist der stärkste Punkt des Aufsatzes und wird nicht verändert.**

Schluss: Die erste Auflage trennte sorgfältig zwei Ursprünge des 4π und warnte davor, sie zu verwechseln. **Die Warnung war richtig; nur die Zählung war zu kurz** — es gab ein Drittes, das in der Formel selbst stand, das 4π , das eine Konvention ist. Nimmt man es weg, **ist das Übrige fester als das, was vorher da war:** c^2 ist das Quadrat des Krümmungsradius des Geschwindigkeitsraums, und diese Krümmung wird als Thomas-Präzession gemessen. **Den Patch wegzunehmen schwächt ein Ergebnis nicht immer; manchmal stärkt es es.**

Literatur

1. Einstein, A. (1905). *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*. Annalen der Physik, 322(10), 891–921.
2. Varičák, V. (1910). *Anwendung der Lobatschefskijschen Geometrie in der Relativtheorie*. Physikalische Zeitschrift, 11, 93–96.
3. Thomas, L. H. (1926). *The motion of the spinning electron*. Nature, 117, 514.
4. Wigner, E. P. (1939). *On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group*. Annals of Mathematics, 40, 149–204.
5. Yamagishi, Y. (2026). *The Uniqueness Theorem of $n = 2$ for Spherically Symmetric Density Distributions* [Aufsatz 01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
6. Yamagishi, Y. (2026). *From Boundary Energy to Volume Energy: The Einstein-Yamagishi Volume Restoration Equation and the Overclock Pythagoras Theorem* [Aufsatz 12]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404703
7. Yamagishi, Y. (2026). *The Yamagishi Overclock Temperature Equation: Derivation of $kT = \frac{4}{3}\pi v^2$ and Consistency with the Standard Equation of State* [Aufsatz 20]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21601035
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Pfaffian's $2^n n!$ Is One Block* [Aufsatz 48], 3rd ed. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
9. Yamagishi, Y. (2026). *The Yamagishi Gravitational Multipole Aggregation Theory* [Aufsatz 51], 3rd ed. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602935
10. Yamagishi, Y. (2026). *A Structural Study of the 4π Patch* [Aufsatz 56], 2nd ed. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597500
11. Yamagishi, Y. (2026). *The Volume of the Unit Ball Is Greatest in Five Dimensions* [Aufsatz 59], 2nd ed. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597865
12. Yamagishi, Y. (2026). *The Velocity–Spacetime Curvature Duality* [Aufsatz 63]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21606250

13. Yamagishi, Y. (2026). *The Euler-Characteristic Origin of the 4π Patch* [Aufsatz 67]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21642170
14. Yamagishi, Y. (2026). *Convention and Fact* [Aufsatz 95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometry Where the Invariant Lives* [Aufsatz 108]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837313
16. Yamagishi, Y. (2026). *What Does the Exponent of $\mathbf{c}$ Count?* [Aufsatz 116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)