

c come palla dello spazio delle velocità

— Seconda edizione: era un risultato su c , non su 4π (il **patch di Yamagishi** e la precessione di Thomas) —

[Articolo 60]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Giappone

Agosto 2026 (Seconda edizione)

— *From thinking to syncing.* —

Sommario

Nella relatività ristretta l'insieme delle velocità ammissibili è una palla di raggio c , e rispetto alla metrica indotta dalla legge di composizione delle velocità è **uno spazio iperbolico di curvatura $K = -1/c^2$** (Varičak 1910). **Qui la lettura di c come raggio vale alla lettera, non come patch.** Questa curvatura è **misurata, come precessione di Thomas** — **l'olonomia dello spazio delle velocità**. Su questa geometria nota la prima edizione riscriveva l'energia a riposo $E = 4\pi c^2$ della rappresentazione $m = 4\pi$ (Articolo 12) come la quantità intrinseca $E = 4\pi/|K|$.

Ciò che la seconda edizione corregge è lo statuto di quel 4π .

Primo, il 4π di $E = 4\pi c^2$ non può essere un angolo solido. Poiché $[E] = ML^2T^{-2}$ mentre $[c^2] = L^2T^{-2}$, il fattore davanti **deve portare una massa**. Un angolo solido è **adimensionale** (dimensione di massa $\mu = 0$) e non può stare lì. Sotto il patch $m = 4\pi$, questo 4π è la massa stessa (Articolo 116: $\varepsilon = \mu$) — **cioè una convenzione, non una geometria** (Articolo 56, 2a ed.).

Secondo, $E = 4\pi/|K|$ richiede la stessa lettura. $[1/|K|] = [c^2] = L^2T^{-2}$ è **una velocità al quadrato, non un'area**. Letto come angolo solido, $4\pi/|K|$ sarebbe una velocità al quadrato e non un'energia. La glossa della prima edizione — « 4π è l'angolo solido, una costante geometrica fissa» — **non è disponibile** (Osservazione 3.3).

Terzo, la sezione 5 della prima edizione ha dunque bisogno di tre voci, non di due. Separava giustamente «il 4π dell'angolo solido» dal « $4\pi = 2\pi|\chi|$ topologico»; ma **ciò che sta in $E = 4\pi c^2$ non è né l'uno né l'altro. È una terza cosa** — **il patch di massa, una convenzione** (Osservazione 5.2).

Quarto, e ciò che resta è più forte di quanto supponesse la prima edizione. Il nucleo è l'identità geometrica $c^2 = 1/|K|$, e **non ha bisogno di alcun patch**. Dunque $E = mc^2 = m/|K|$ vale per ogni m . Il 4π non apporta nulla di geometrico; **nomina soltanto l'unità di massa**. Il risultato di questo articolo riguardava c , non 4π (Corollario 3.5). **E il suo punto più forte** — **che la curvatura è misurata come precessione di Thomas** — **resta intatto** (Sezione 4).

Portata (scope note): NON SI RIVENDICA ALCUNA LEGGE FISICA NUOVA NÉ ALCUN TEOREMA

MATEMATICO NUOVO. Che lo spazio delle velocità sia iperbolico (Varičak 1910), la precessione di Thomas (Thomas 1926), l'area di una sfera geodetica iperbolica e Gauss–Bonnet sono tutti standard. Ciò che la seconda edizione aggiunge è solo un giudizio su quale 4π compaia nella formula.

1. Notazione e posizione

Posizione: Questo articolo non rivendica né una legge fisica nuova né un teorema matematico nuovo. Il suo contributo è riscrivere $E = 4\pi c^2$ (Articolo 12) su questa geometria nota **come una quantità intrinseca indipendente dalle coordinate**, e separare ciò che è intrinseco e quale 4π ha quale origine.

Aggiunto nella seconda edizione: La prima edizione separava le origini del 4π in due. **La seconda edizione mostra che ciò che sta effettivamente nella formula è una terza.**

2. Lo spazio delle velocità è iperbolico con curvatura $-1/c^2$ (noto)

Proposizione 2.1 (la geometria iperbolica dello spazio delle velocità; Varičak 1910): Nella relatività ristretta le velocità fisiche formano la palla $\{v \in \mathbb{R}^3 : |v| < c\}$ di raggio c . Rispetto alla metrica indotta dalla legge di composizione delle velocità,

$$ds^2 = c^2 [d\varphi^2 + \sinh^2 \varphi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\psi^2)], \quad \varphi = \operatorname{artanh} \frac{v}{c} \quad (1)$$

questo spazio è lo spazio iperbolico tridimensionale di curvatura sezionale $K = -1/c^2$. Il bordo $|v| = c$ corrisponde all'infinito iperbolico (la luce).

Osservazione 2.2 (seconda edizione: la rapidità non è la distanza): La prima edizione diceva che «la rapidità φ è uguale alla distanza iperbolica dal centro». φ è **adimensionale**, e la distanza dal centro in (1) è $r = c\varphi$. Infatti la formula dell'area che la prima edizione usa nella sezione 3 si scrive $\sinh^2(r/c) = \sinh^2 \varphi$ proprio perché $r = c\varphi$. **Il testo della prima edizione era in disaccordo con la propria formula dell'area per un fattore c .** La seconda edizione lo corregge.

Ciò che conta qui è che c è insieme un raggio di coordinate e un raggio di curvatura intrinseco:

$$K = -1/c^2 \iff c^2 = 1/|K|.$$

3. L'espressione intrinseca di $E = 4\pi c^2$, e lo statuto del suo 4π

Proposizione 3.1 (conferma come scala d'area, invariata): Nello spazio iperbolico tridimensionale di curvatura $-1/c^2$, l'area di una sfera geodetica di raggio r è

$$A(r) = 4\pi c^2 \sinh^2\left(\frac{r}{c}\right) \quad (2)$$

e si riduce a $4\pi r^2$ per $r \rightarrow 0$ (verificato qui con uno sviluppo in serie). Dunque $4\pi c^2$ è la scala d'area intrinseca fissata dalla curvatura, non una quantità dipendente dalle coordinate. **Questa proposizione è corretta e invariata nella seconda edizione.**

Proposizione 3.2 (l'espressione intrinseca di E): La rappresentazione $m = 4\pi$ ($E = 4\pi c^2$, Articolo 12) si può scrivere usando la curvatura intrinseca dello spazio delle velocità come

$$E = 4\pi c^2 = \frac{4\pi}{|K|} \quad (3)$$

dove $1/|K|$ è indipendente dalle coordinate.

3.1 [Seconda edizione] Questo 4π non è un angolo solido

Osservazione 3.3 (decidono le dimensioni): La prima edizione glossava (3) con « 4π è l'angolo solido, una costante geometrica fissa». **Quella lettura non è disponibile.**

Quantità	Dimensione	Dimensione di massa μ
E	ML^2T^{-2}	1
$c^2, 1/ K $	L^2T^{-2}	0
angolo solido $\int_{S^2} d\Omega$	adimensionale	0
patch di massa $m = 4\pi$	M	1

Poiché E porta dimensione di massa 1 mentre c^2 e $1/|K|$ portano 0, il fattore davanti deve portare dimensione di massa 1. Un angolo solido, essendo adimensionale, non può stare lì. Così il 4π di $E = 4\pi c^2$ è la massa stessa — come ha mostrato l'Articolo 116, la potenza della costante del patch è esattamente la dimensione di massa ($\varepsilon = \mu$).

Osservazione 3.4 ($1/|K|$ non è un'area): Analogamente $[1/|K|] = [c^2] = L^2T^{-2}$ è una velocità al quadrato, non un'area. La lettura della prima edizione, «l'angolo solido per il quadrato del raggio di curvatura intrinseco dello spazio delle velocità», contiene **due collocazioni sbagliate insieme**: rende adimensionale il fattore di sinistra e chiama area quello di destra.

Il $4\pi c^2$ della Proposizione 3.1 è un'area — perché lì il 4π (un angolo solido) moltiplica una distanza al quadrato. **Il $4\pi c^2$ di (3) è un'energia** — perché lì il 4π (una massa) moltiplica una velocità al quadrato. **La stessa sequenza di simboli denota quantità diverse in due sezioni di uno stesso articolo.**

È la forma che l'Articolo 51 ha mostrato per il teorema dei gusci: il 4π che sopravviveva nella risposta era la convenzione, non la geometria.

3.2 [Seconda edizione] Ciò che resta — più forte di quanto supponesse la prima edizione

Corollario 3.5 (il nucleo è $c^2 = 1/|K|$, e non ha bisogno di patch): Si tolga il 4π da questa sezione e ciò che resta è

$$c^2 = \frac{1}{|K|} \quad \implies \quad E = mc^2 = \frac{m}{|K|} \quad (\text{per ogni } m) \quad (4)$$

L'identità geometrica per cui c^2 è il quadrato del raggio di curvatura dello spazio delle velocità è il nucleo di questo articolo, e non ha bisogno di alcun patch. Il 4π non apporta nulla di geometrico; **nomina soltanto l'unità di massa**.

Il risultato di questo articolo riguardava dunque c , non 4π — ed è tanto più robusto, valendo anche per un lettore che non adotti la convenzione $m = 4\pi$.

Corollario 3.6 (l'energia come reciproco della curvatura, riformulato): Da $E = m/|K|$, la scala dell'energia è proporzionale al **reciproco di quanto è curvo lo spazio delle velocità**. Nel limite in cui lo spazio delle velocità si appiattisce ($c \rightarrow \infty$, il limite newtoniano, $|K| \rightarrow 0$) la scala dell'energia diverge. **Questa lettura vale qualunque sia m** .

4. La curvatura è misurata: precessione di Thomas (invariato)

Proposizione 4.1 (la precessione di Thomas come ologonomia dello spazio delle velocità): Trasportando parallelamente uno spin lungo un circuito chiuso nello spazio delle velocità (accelerare, girare, decelerare) si produce una rotazione netta — **la rotazione di Thomas–Wigner**. Il suo angolo è uguale **al modulo $|K|$ della curvatura per l'area iperbolica racchiusa** (il difetto angolare).

(Una piccola correzione nella seconda edizione) La prima edizione scriveva «il prodotto di K e dell'area»; poiché K è negativo, ciò che è uguale al difetto è $|K|$ **per l'area**. La sostanza è invariata.

La curvatura dello spazio delle velocità non è dunque un'immagine geometrica ma una quantità misurata — il fattore di Thomas $1/2$ nell'accoppiamento spin-orbita atomico ne è la manifestazione.

Questa sezione è il punto più forte dell'articolo e non è modificata nella seconda edizione. La lettura « c è il raggio di curvatura intrinseco dello spazio delle velocità» poggia su una **geometria misurabile**.

5. Disciplina: quale 4π , quale dimensione

Proposizione 5.1 (separazione dal 4π topologico, invariata): Per una superficie chiusa di curvatura $-1/c^2$, Gauss–Bonnet dà

$$\int K dA = 2\pi\chi = 2\pi(2 - 2g) \implies A = 4\pi c^2(g - 1) \quad (5)$$

cosicché $A = 4\pi c^2$ al genere $g = 2$ (verificato qui). Quel $4\pi = 2\pi|\chi|$ ha origine nella caratteristica di Eulero e ha una radice diversa dall'angolo solido (Articoli 48, 67). Un accordo numerico non deve essere preso per identità.

5.1 [Seconda edizione] Due voci non bastano

Osservazione 5.2 (ce n'è una terza — ed è quella nella formula): La prima edizione separava le origini del 4π in l'angolo solido e il topologico. La separazione è giusta, ma il censimento è incompleto.

4π	Origine	μ	Statuto
angolo solido $\int_{S^2} d\Omega$	la geometria della sfera (Articolo 01)	0	fatto
$2\pi \chi $ a $g = 2$	la caratteristica di Eulero (Articolo 67)	0	fatto
patch di massa $m = 4\pi$	una scelta di unità (Articoli 56, 116)	1	convenzione

E ciò che sta in $E = 4\pi c^2$ è la terza (Osservazione 3.3). La prima edizione separava con cura due fatti e trascurava la convenzione che stava effettivamente nella sua formula.

Il 4π di $A(r) = 4\pi c^2 \sinh^2(r/c)$ nella **Proposizione 3.1** è la prima. All'interno di uno stesso articolo, la prima e la terza erano scritte con lo stesso simbolo — l'origine della confusione della prima edizione.

Una nota sulla dimensione (invariata): Lo spazio delle velocità ha la stessa dimensione dello spazio delle posizioni, cioè tre. Il $d = 3$ qui è dunque una dimensione diversa, secondo un criterio diverso, dal $d = 5$ dell'Articolo 59. La seconda edizione dell'Articolo 59 ha poi mostrato che il suo $d = 5$ deriva dal porre il raggio uguale a uno (una convenzione), affermando al tempo stesso che la lettura di c come raggio vale alla lettera per la palla delle velocità — quest'ultima avendo lo stesso contenuto della Proposizione 2.1 qui.

6. Chiusura

1. Lo spazio delle velocità è una palla di raggio c ed è iperbolico con curvatura $K = -1/c^2$ (Proposizione 2.1; Varičák 1910). Qui la lettura di c come raggio vale alla lettera.
2. [2a ed.] La rapidità non è la distanza — φ è adimensionale e la distanza è $c\varphi$. Il testo della prima edizione era in disaccordo con la propria formula dell'area per un fattore c (Osservazione 2.2).
3. $A(r) = 4\pi c^2 \sinh^2(r/c)$ si riduce a $4\pi r^2$ per $r \rightarrow 0$, confermando $4\pi c^2$ come la scala d'area intrinseca fissata dalla curvatura (Proposizione 3.1, invariata).

4. [2a ed.] Il 4π di $E = 4\pi c^2$ non è un angolo solido — poiché $[E]$ ha dimensione di massa **1** mentre $[c^2]$ e $[1/|K|]$ hanno **0**, il fattore davanti **deve essere una massa**, e un angolo solido, essendo adimensionale, non può stare lì. **Questo 4π è il patch di massa, cioè una convenzione** (Osservazioni 3.3, 3.4). È la forma dell'Articolo 51.
5. [2a ed.] Il censimento dei 4π ha dunque bisogno di tre voci — angolo solido (fatto), $2\pi|\chi|$ topologico (fatto), patch di massa (convenzione). **Ciò che sta in $E = 4\pi c^2$ è la terza; ciò che sta in $A(r)$ è la prima.** Un simbolo denotava due quantità all'interno di uno stesso articolo (Osservazione 5.2).
6. [2a ed.] **Ciò che resta è più forte di quanto supponesse la prima edizione** — il nucleo è l'identità geometrica $c^2 = 1/|K|$, che **non ha bisogno di patch**, e $E = mc^2 = m/|K|$ vale per ogni m . **Il risultato riguardava c , non 4π** (Corollari 3.5, 3.6).
7. **La curvatura è misurata come precessione di Thomas** (Proposizione 4.1, invariata): il difetto è $|K|$ per l'area iperbolica racchiusa, e si manifesta nel fattore di Thomas $1/2$ dell'accoppiamento spin-orbita atomico. **È il punto più forte dell'articolo e non è modificato.**

Chiusura: La prima edizione separava con cura due origini del 4π e metteva in guardia dal confonderle. **L'avvertimento era giusto; solo il conto era incompleto** — ce n'era una terza che stava nella formula stessa, il 4π che è una convenzione. Toglietelo, e **ciò che resta è più saldo di ciò che c'era: c^2** è il quadrato del raggio di curvatura dello spazio delle velocità, e quella curvatura è misurata come precessione di Thomas. **Togliere il patch non indebolisce sempre un risultato; a volte lo rafforza.**

Bibliografia

1. Einstein, A. (1905). *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*. Annalen der Physik, 322(10), 891–921.
2. Varičák, V. (1910). *Anwendung der Lobatschefskijschen Geometrie in der Relativtheorie*. Physikalische Zeitschrift, 11, 93–96.
3. Thomas, L. H. (1926). *The motion of the spinning electron*. Nature, 117, 514.
4. Wigner, E. P. (1939). *On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group*. Annals of Mathematics, 40, 149–204.
5. Yamagishi, Y. (2026). *The Uniqueness Theorem of $\mathbf{n} = \mathbf{2}$ for Spherically Symmetric Density Distributions* [Articolo 01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
6. Yamagishi, Y. (2026). *From Boundary Energy to Volume Energy: The Einstein-Yamagishi Volume Restoration Equation and the Overclock Pythagoras Theorem* [Articolo 12]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404703
7. Yamagishi, Y. (2026). *The Yamagishi Overclock Temperature Equation: Derivation of $\mathbf{kT} = \frac{4}{3}\pi v^2$ and Consistency with the Standard Equation of State* [Articolo 20]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21601035
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Pfaffian's $2^n n!$ Is One Block* [Articolo 48], 3rd ed. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
9. Yamagishi, Y. (2026). *The Yamagishi Gravitational Multipole Aggregation Theory* [Articolo 51], 3rd ed. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602935
10. Yamagishi, Y. (2026). *A Structural Study of the 4π Patch* [Articolo 56], 2nd ed. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597500

11. Yamagishi, Y. (2026). *The Volume of the Unit Ball Is Greatest in Five Dimensions* [Articolo 59], 2nd ed. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597865
12. Yamagishi, Y. (2026). *The Velocity–Spacetime Curvature Duality* [Articolo 63]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21606250
13. Yamagishi, Y. (2026). *The Euler-Characteristic Origin of the 4π Patch* [Articolo 67]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21642170
14. Yamagishi, Y. (2026). *Convention and Fact* [Articolo 95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometry Where the Invariant Lives* [Articolo 108]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837313
16. Yamagishi, Y. (2026). *What Does the Exponent of $\mathfrak{c}$ Count?* [Articolo 116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)