数字を並べ替えて引く操作は、4 桁なら 6174 に着き、5 桁では着く先が無い

— 4 桁ならどこから始めても 7 手以内に 6174 に着き、3 桁なら 495 に着く — 5 桁と 2 桁には着く先が無く、輪を回り続ける — 分けているのは桁の数である — [論文622]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

数の各桁の数字を大きい順に並べた数から、小さい順に並べた数を引く。その差にまた同じことをくり返す（カプレカーの操作）。桁の数ごとに、どこへ行き着くかを、全部の出発点で数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、4 桁はどこから始めても 6174 に着く——同じ数字だけの数を除く 9990 個すべてが、多くとも 7 手で 6174 に着いた。6174 は 7641 − 1467 = 6174 で、自分に戻る。いちばん多いのは 3 手（2400 個）、次が 7 手（2184 個）である（第2節）。 第二に、3 桁は 495 に着く——990 個すべてが多くとも 6 手で 495 に着いた（第2節）。 第三に、これが本稿の芯である。5 桁と 2 桁には、着く先が無い——5 桁の 99990 個は、四つの数を回る輪二つ（48480 個と 48320 個）と、二つの数を回る輪一つ（3190 個）に分かれ、どれも同じ数に止まらない。2 桁の 90 個は、9・81・63・27・45 を回る輪に入る（第2節）。 第四に、着く先は、数字の組み合わせから直接探せる——並べ替えた大小の差が、もとの数字の組み合わせに戻る組み合わせを探すと、3 桁は 495、4 桁は 6174、6 桁は 549945 と 631764 で、5 桁と 2 桁には一つも無かった。回して見つけた着く先と一致した（第3節）。 第五に、分離子は、桁の数である——同じ操作でも、3 桁と 4 桁では一つの数に着き、5 桁と 2 桁では輪を回り、6 桁では二つの数と一つの輪に分かれる（第4節）。 キーワード：カプレカーの操作、6174、不動点、輪、数字の並べ替え。

> 本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——**6174** の性質（カプレカー、**1955**）、各桁数の行き着く先の分類（プリチェットら、**1981**）は、いずれも既知である。一般の桁の理論は扱わない——**2** 桁から **6** 桁までを、全部の出発点で数えるだけである。十進法の外は扱わない——ほかの進法では行き着く先が変わる。既刊との関係：論文**161** は、「不動点」の定理が何を要求し何を与えるかでそれぞれ別物であることを示した——本稿では、同じ操作の不動点が、桁の数だけで在ったり無かったりする。加えたのは、**2** 桁から **6** 桁の全部の出発点の行き先を数えたこと（**6** 桁は数字の組み合わせに並べ方の数で重みをつけた）、回す道筋と組み合わせから探す道筋の二つで不動点を突き合わせたこと、分離子を桁の数に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：d 桁の数（先頭の **0** も桁に数える）について、数字を大きい順に並べた数から小さい順に並べた数を引く。これをくり返す。同じ数字だけの数（**1111** など）は差が **0** になるので除く。操作で自分に戻る数を不動点と呼ぶ。

問い：桁の数ごとに、どこへ行き着くか。不動点はいつ在るか。

2. 全部の出発点を回す

計算 **2.1**：**2** 桁から **5** 桁は全部の出発点を回し、**6** 桁は数字の組み合わせごとに一度回して並べ方の数で重みをつけた（重みの和は 10^6 から同じ数字だけの **10** 個を引いた数と一致した）。

桁	出発点	行き着く先
2	**90**	**9**・**81**・**63**・**27**・**45** の輪
3	**990**	**495**
4	**9990**	**6174**
5	**99990**	四つの数の輪（**48480**）・四つの数の輪（**48320**）・二つの数の輪（**3190**）
6	**999990**	七つの数の輪（**935520**）・**631764**（**62520**）・**549945**（**1950**）

5 桁の輪は $\{61974, 63954, 75933, 82962\}$・$\{62964, 71973, 74943, 83952\}$・$\{53955, 59994\}$、**6** 桁の輪は $\{420876, 642654, 750843, 840852, 851742, 860832, 862632\}$ である。

計算 **2.2**：**4** 桁と **3** 桁で、不動点に着くまでの手数を数えた。

手数	0	1	2	3	4	5	6	7
4 桁（6174 へ）	1	383	576	2400	1272	1518	1656	2184
3 桁（495 へ）	1	149	144	270	222	150	54	—

> **観察 2.3**
>
> 4 桁は、どこから始めても 7 手以内で 6174 に止まる。6174 の数字を並べ替えると 7641 と 1467 で、差がちょうど 6174 に戻る——3 手で着く数が最も多いが、7 手かかる数も 2184 個ある。

3. 組み合わせから探す

計算 3.1：回すのとは独立に、d 個の数字の組み合わせをすべて並べ、大きい順と小さい順の差が同じ組み合わせになるものを探した。

桁	組み合わせから見つかった不動点
2	なし
3	495
4	6174
5	なし
6	549945・631764

どの桁でも、回して見つけた長さ 1 の行き着く先と一致した。

> **観察 3.2**
>
> 不動点は、数字の組み合わせだけで決まる。操作の結果は並べ方によらず数字の組み合わせだけで決まるので、自分に戻る数は「差の数字の組み合わせがもとと同じ」という条件を満たす組み合わせから出る——5 桁にはその条件を満たす組み合わせが一つも無い。だから 5 桁では、どこから始めても止まらない。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> これが本稿の芯である。分離子は、桁の数である。同じ「並べ替えて引く」操作が、3 桁と 4 桁では一つの数に止まり、2 桁と 5 桁では輪を回り続け、6 桁では二つの不動点と一つの輪に分かれる——桁の数が一つ増えるだけで、不動点が在ったり無かったりする。

> **観察 4.2**
>
> 論文161 と並べる。161 は、「不動点」の定理が何を要求し何を与えるかでそれぞれ別物であることを示した——ここでは連続性も凸性も無い有限の写像で、不動点の有無は定理ではなく数え上げで決まる。6 桁の 549945 に着くのは 999990 個のうち 1950 個だけで、在ることと、多くを引き寄せることも別である。

> **観察 4.3**
>
> 言わないこと。一般の桁の理論は扱わない。十進法の外も扱わない——示したのは、2 桁から 6 桁の全部の出発点の行き先と、不動点の二つの道筋での突き合わせである。

5. 点呼と結び

1. 4 桁の 9990 個はすべて 6174 に着く（計算 2.1）：多くとも 7 手。
2. $7641 - 1467 = 6174$（観察 2.3）：自分に戻る。
3. 3 手が 2400 個、7 手が 2184 個（計算 2.2）：手数の分布。
4. 3 桁の 990 個はすべて 495 に着く（計算 2.1）：多くとも 6 手。
5. 5 桁には着く先が無い（計算 2.1）：三つの輪に分かれる。
6. 2 桁は長さ 5 の輪（計算 2.1）：9・81・63・27・45。
7. 6 桁は二つの不動点と長さ 7 の輪（計算 2.1）：549945 と 631764。
8. 組み合わせから探した不動点が一致（計算 3.1）：二つの道筋。
9. 分離子は桁の数（観察 4.1）：本稿の芯。
10. 在ることと多くを引き寄せることは別（観察 4.2）：論文161。

結び：数字を大きい順に並べた数から小さい順に並べた数を引く操作をくり返す。4 桁ならどこから始めても 7 手以内に 6174 に着き、3 桁なら 495 に着く——9990 個と 990 個の全部の出発点で確かめた。5 桁と 2 桁には、着く先が無い——5 桁は三つの輪に分かれて止まらず、2 桁は長さ 5 の輪を回る。数字の組み合わせから直接探しても、5 桁と 2 桁の不動点は一つも無かった。分離子は、桁の数である——同じ操作が、桁の数一つで止まったり回り続けたりする。既刊との位置——論文161 の不動点の定理とは違い、有限の写像の不動点は数え上げで決まる。正直に言えば——一般の桁の理論にもほかの進法にも入らず、2 桁から 6 桁を数えただけである。

参考文献

1. Kaprekar, D. R. (1955). An interesting property of the number 6174. *Scripta Mathematica*.
2. Prichett, G. D., Ludington, A. L., & Lapenta, J. F. (1981). The determination of all decadic Kaprekar constants. *The Fibonacci Quarterly*.
3. 山岸勇輝 (2026). 『「不動点」は一つの定理ではない』[論文161]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22092530

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)