負ける賭け二つを混ぜると勝ち、勝率を資金によらず固定すると混ぜても負ける

— 賭け A は勝率 0.495、賭け B は資金が 3 で割り切れれば勝率 0.095、そうでなければ 0.745 — B の勝率を資金によらない 0.495652 に固定すると、同じ -0.008695 で負け、混ぜても -0.009348 で負ける — [論文632]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

勝てば $+1$、負ければ -1 の賭けを二つ用意する（パロンドの逆説）。A は勝率 $1/2-\varepsilon$、B は資金が 3 で割り切れれば勝率 $1/10-\varepsilon$、そうでなければ $3/4-\varepsilon$ で、$\varepsilon=0.005$ とする。資金を 3 で割った余りの動きから一回の期待の増えを正確に求め、乱数でも確かめる。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、どちらも一つずつなら負ける——一回の期待の増えは、A が -0.010000、B が -0.008695 である。B だけを続けると、資金が 3 で割り切れる時間の割合は 0.383612 になり、勝率 0.095 の悪い側で多く遊ぶ（第2節）。 第二に、半々に無作為に混ぜると勝つ——一回ごとに A か B を半々で選ぶと、期待の増えは $+0.015704$ になる。AABB のくり返しも $+0.014651$ で勝つが、AB の交互のくり返しは -0.006738 で負ける。乱数 2000000 回ずつで、A・B・無作為に混ぜる・AABB の四つとも符号が一致した（第3節）。 第三に、これが本稿の芯である。混ぜると、資金の余りの分布が変わる——A を混ぜると、資金が 3 で割り切れる割合は 0.383612 から 0.345070 に下がる。その分布のもとで B を遊ぶと一回の期待の増えは $+0.041408$ で、A の -0.010000 と半々にすると $+0.015704$ になる（第4節）。 第四に、勝率を資金によらず固定すると、混ぜても負ける——B の勝率を、B だけのときの実効の勝率 0.495652 に固定した B' は、B と同じ -0.008695 で負ける。A と B' を半々に混ぜると -0.009348 で、やはり負ける（第5節）。 キーワード：パロンドの逆説、負ける賭け、賭けの混合、マルコフ連鎖、資金に依る賭け。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——負ける賭け二つを混ぜて勝てること、ここで使った勝率の組（ハーマーとアボット、1999）は、いずれも既知である。物理のブラウン・ラチェットは扱わない。投資や賭けの助言をしない。「資金によるときだけ勝てる」とは一般化しない——反対側として、資金によらない $\mathbf{B}'$ を一つ確かめただけである。既刊との関係：論文298 は、一回ごとの勝率が決まった賭けでは、倍賭けの戦略でも期待値がちょうど 0 のままであることを示した——ここでは一方の賭けの勝率が資金の余りで変わるので、組み合わせ方で一回の期待の増えが動く。加えたのは、資金の余りの定常分布から期待の増えを正確に出し、乱数と突き合わせたこと、混ぜたときの余りの分布のもとで B を遊んだ期待の増えに分けたこと、分離子を「勝率が資金の余りによるか」に置き、資金によらない $\mathbf{B}'$ で反対側を確かめたことである。

1. 記法と問い

賭け：勝てば資金が $+1$、負ければ -1。A は勝率 $p_A = 1/2 - \varepsilon$。B は、資金が 3 で割り切れれば勝率 $p_1 = 1/10 - \varepsilon$、そうでなければ $p_2 = 3/4 - \varepsilon$。$\varepsilon = 0.005$ とする。

一回の期待の増え：資金を 3 で割った余り s は $0, 1, 2$ の三つの状態を回る。長く遊んだときに余りが s にいる割合（定常分布）を π_s、そこで遊ぶ賭けの勝率を p_s とすると、一回の期待の増えは $\sum_s \pi_s (2p_s - 1)$ である。

問い：負ける賭け二つを混ぜると、なぜ勝てるのか。何を変えると勝てなくなるのか。

2. 一つずつなら負ける

計算 2.1：A の一回の期待の増えは $2p_A - 1 = -0.010000$ である。B の期待の増えは、資金が 3 で割り切れるとき -0.810000、割り切れないとき $+0.490000$ で、B だけを続けると割り切れる割合が 0.383612 になり、合わせて -0.008695 である。

> **観察 2.2**
>
> B は、悪い側に落ちやすい。割り切れない所では勝率 0.745 で上へ進むが、上へ進むとやがて 3 の倍数に着き、そこで勝率 0.095 の悪い硬貨に引き戻される——余りが 0 の状態は三つのうちの一つなのに、そこにいる割合は $1/3$ より大きい 0.383612 である。$\varepsilon = 0$ なら B だけの期待の増えは 4×10^{-16} で、計算の丸めの範囲で 0 になり、B はちょうど公平である。

3. 混ぜる

計算 3.1：混ぜ方ごとに、一回の期待の増えを定常分布から正確に求め、乱数 2000000 回でも確かめた。

遊び方	定常分布から	乱数
A だけ	−0.010000	−0.010094
B だけ	−0.008695	−0.008480
半々に無作為に混ぜる	**+0.015704**	+0.016104
AABB のくり返し	+0.014651	+0.016028
AB のくり返し	−0.006738	—

乱数と定常分布の差は、A で 0.000094、B で 0.000215、混ぜると 0.000400、AABB で 0.001377 で、符号は四つとも一致した。

> **観察 3.2**
>
> 混ぜれば必ず勝つのではない。AABB は勝つが、AB の交互は −0.006738 で負ける——どう混ぜるかで、余りの動きが変わり、答が変わる。

4. 余りの分布が変わる

計算 4.1：半々に無作為に混ぜると、資金が 3 で割り切れる割合は 0.345070 になる（B だけなら 0.383612）。この分布のもとで B を遊ぶと、一回の期待の増えは **+0.041408** である。A の −0.010000 と半々にすると +0.015704 で、混ぜたときの期待の増えに一致する。

> **観察 4.2**
>
> これが本稿の芯である。A は、資金の余りをかき混ぜる。A は資金によらずほぼ半々で上下するので、B が作る「3 の倍数に引き戻される」流れを乱し、悪い硬貨で遊ぶ割合を下げる——同じ B でも、どの余りで遊ぶかが変われば、負ける賭けが +0.041408 の勝つ賭けになる。

5. 資金によらない B′

計算 5.1：B の勝率を、B だけのときの実効の勝率 0.495652 に、資金によらず固定した B′ を作った。B′ だけの期待の増えは B と同じ −0.008695、A と B′ を半々に混ぜると −0.009348 だった。

観察 5.2

勝率が資金によらなければ、混ぜても負ける。勝率が一つに決まった賭けを混ぜると、期待の増えは二つの平均 $(-0.010000 - 0.008695)/2$ に近い負の値になる——余りの分布が変わっても、勝率が余りによらなければ期待の増えは動かないからである。

6. 分離子

観察 6.1

分離子は、勝率が資金の余りによるかどうかである。よるなら、混ぜ方が余りの分布を変え、負ける二つから勝つ組み合わせが出る。よらないなら、どう混ぜても負ける二つは負ける——同じ実効の勝率 0.495652 を持つ B と B′ が、A と混ぜたときに $+0.015704$ と -0.009348 に分かれる。

観察 6.2

論文298 と並べる。298 では、一回ごとの勝率が決まった賭けで、倍賭けの戦略でも期待値はちょうど 0 だった——賭け方を工夫しても期待値が動かないのは、勝率が資金によらない側の話である。ここでは勝率が資金の余りで変わるので、組み合わせ方で期待の増えが動く。

観察 6.3

言わないこと。物理のブラウン・ラチェットは扱わない。投資や賭けの助言をしない。「資金によるときだけ勝てる」とも一般化しない——示したのは、一組の賭けでの正確な期待の増えと、資金によらない B′ という反対側一つである。

7. 点呼と結び

1. A は -0.010000、B は -0.008695（計算 2.1）：一つずつなら負ける。
2. B は余り 0 に 0.383612（観察 2.2）：悪い側に引き戻される。
3. 無作為に混ぜると $+0.015704$（計算 3.1）：勝つ。
4. AABB は勝ち、AB は負ける（観察 3.2）：混ぜ方で変わる。

5. 乱数で符号が一致（計算 3.1）：**2000000** 回ずつ。
6. 混ぜると余り **0** が **0.345070** に（計算 4.1）：悪い側が減る。
7. その分布で **B** は **+0.041408**（計算 4.1）：負ける賭けが勝つ賭けに。
8. **A** は余りをかき混ぜる（観察 4.2）：本稿の芯。
9. 資金によらない **B′** は混ぜても **−0.009348**（計算 5.1）：反対側。
10. 勝率が決まった賭けは動かない（観察 6.2）：論文**298**。

結び：勝率 **0.495** の賭け **A** と、資金が **3** で割り切れるかで勝率が **0.095** と **0.745** に変わる賭け **B** は、一つずつなら **−0.010000** と **−0.008695** で負けるが、半々に無作為に混ぜると **+0.015704** で勝つ。混ぜると、資金が **3** で割り切れる割合が **0.383612** から **0.345070** に下がり、その分布のもとで **B** は **+0.041408** の勝つ賭けになる。勝率を資金によらない **0.495652** に固定した **B′** では、混ぜても **−0.009348** で負ける——分離子は、勝率が資金の余りによるかどうかである。混ぜ方も効き、**AB** の交互は負ける。既刊との位置——論文**298** の「賭け方で期待値は動かない」は、勝率が資金によらない側の話だった。正直に言えば——物理のラチェットにも、一般の条件にも入っておらず、一組の賭けと反対側一つを数えただけである。

参考文献

1. Harmer, G. P., & Abbott, D. (1999). Losing strategies can win by Parrondo’s paradox. *Nature*.
2. Parrondo, J. M. R., Harmer, G. P., & Abbott, D. (2000). New paradoxical games based on Brownian ratchets. *Physical Review Letters*.
3. 山岸勇輝 (2026).『勝率 **99.9999%** の戦略の期待値は、ちょうど **0** である』[論文298]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171857

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)