無作為に止める車は道の 0.747598 で詰まり、二マスずつ占めれば 0.864665 まで入る

— 埋まる割合はレーニの積分の式で 0.747598、乱数で 0.747457 — 道をマスに刻み、一台が k マスを占めるとすると、$k=1$ なら全部埋まり、$k=2$ で $1-e^{-2}=0.864665$、$k=1000$ で 0.747814 と下がる — [論文635]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

長い道の空いた場所へ、長さ 1 の車を一台ずつ、入れる位置から一様に選んで止める。止めた車は動かさない。もう一台も入らなくなったとき、道の何割が埋まっているかを求める（レーニの駐車問題）。道を切れ目なく扱う場合と、マスに刻む場合を比べる。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、切れ目のない道は 0.747598 で詰まる——レーニの積分の式を数値で積分すると 0.747598 である。長さ 100000 の道に止め切る乱数を 20 回くり返すと平均 0.747457 で、式との差 0.000140 は平均の標準誤差 0.000110 の三倍より小さい（第2節）。 第二に、道をマスに刻むと、埋まる割合が変わる——一台が k マスを占めるとし、止まる台数の期待値の漸化式から求めると、$k=1$ で 1.000000、$k=2$ で 0.864665（知られた $1-e^{-2}$ と一致）、$k=3$ で 0.823653、$k=10$ で 0.769577、$k=1000$ で 0.747814 だった（第3節）。 第三に、これが本稿の芯である。車の長さに対して道を細かく刻むほど、詰まったときに多くの隙間が残る——k を増やすと埋まる割合は単調に下がり、切れ目のない道の 0.747598 に近づく。式との差に k を掛けると、$k=100$ で 0.216543、$k=1000$ で 0.216217 とほぼそろい、差はおよそ $0.2165/k$ で縮む（第3節）。 第四に、一台が一マスなら全部埋まる——$k=1$ では、空いたマスがあればいつでも一台入るので、隙間は残らない。二マス以上をまたぐと、占める長さより短い隙間が、どれだけ待っても埋まらずに残る（第3節・第4節）。 キーワード：レーニの駐車定数、無作為逐次吸着、ラングミュア吸着、格子の漸化式、乱数による検算。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——切れ目のない道の割合 0.747598 とその積分の式（レーニ、1958）、一台が二マスを占める道の $1-e^{-2}$（フローリー、1939）、一般の k マスの漸化式（無作為逐次吸着の総説にまとめられている）は、いずれも既知である。二次元の詰め込み、車が去る場合は扱わない——止めた車は二度と動かない一次元の道だけを見る。既刊との関係：論文284 は、一つの席に一つの分子しか入らないラングミュア吸着が、フェルミ分布と同じ式であることを示した——そこでは席が一つずつ独立で、圧力を上げれば覆う割合は 1 に近づく。ここでは一台が二マス以上をまたぐと、席どうしが独立でなくなり、どれだけ待っても 1 に届かない。加えたのは、積分の式・格子の漸化式・乱数の三つの道筋で 0.747598 を突き合わせたこと、k を 1 から 1000 まで変えて近づき方を $0.2165/k$ と数えたこと、分離子を「道を車の長さに対してどれだけ細かく刻むか」に置いたことである。

1. 記法と問い

切れ目のない道：長さ L の道に、長さ 1 の車を一台ずつ止める。車は、ほかの車と重ならない位置から一様に選んだ所に止め、二度と動かさない。長さ 1 未満の隙間しか残らなくなったら終わる。埋まった割合を、L を大きくした極限で考える。

マスに刻んだ道：n マスの列に、続いた k マスを占める車を、入れる位置から一様に選んで一台ずつ止める。n マスの列に止まる台数の期待値を $E(n)$ とすると、最初の車で左右の二つの列に分かれるので

$$E(n) = 1 + \frac{2}{n-k+1}\sum_{i=0}^{n-k} E(i) \qquad (n \ge k), \qquad E(n) = 0 \quad (n < k)$$

である。埋まる割合は、n を大きくしたときの $kE(n)/n$ で、端の影響を消すために n と $n/2$ の差から求めた。

問い：詰まったとき、道の何割が埋まっているか。それは何で決まるか。

2. 切れ目のない道

計算 2.1：レーニの積分の式

$$c = \int_0^\infty \exp\left(-2\int_0^t \frac{1-e^{-u}}{u}\,du\right)dt$$

を数値で積分すると **0.747598** だった（積分の見積もり誤差 2.5×10^{-9}）。

計算 2.2：長さ 100000 の道で、残った隙間ごとに一様な位置へ車を止めていき、止め切った。これを 20 回くり返すと、埋まった割合の平均は 0.747457、ばらつき（標準偏差）は 0.000491、平均の標準誤差は 0.000110 だった。式との差は 0.000140 で、標準誤差の三倍 0.000330 より小さい。

> **観察 2.3**
>
> 道は詰まっても満杯にならない。車と車の間に長さ 1 未満の隙間が残り、そこにはもう一台も入らない——埋まった 0.747598 の残りは、どれも一台に足りない隙間である。

3. マスに刻んだ道

計算 3.1：一台が k マスを占めるとして、漸化式から埋まる割合を求めた。

k	1	2	3	5	10	100	1000	切れ目なし
埋まる割合	1.000000	0.864665	0.823653	0.792276	0.769577	0.749763	0.747814	0.747598

$k = 2$ は、知られた値 $1 - e^{-2} = 0.864665$（フローリー）と 10^{-6} 以内で一致した。k を増やすと、割合は単調に下がった。

計算 3.2：切れ目のない道の 0.747598 との差に k を掛けると、$k = 100$ で 0.216543、$k = 1000$ で 0.216217 だった。$k = 1000$ と式の差は 0.000216 である。

> **観察 3.3**
>
> これが本稿の芯である。車の長さに対して道を細かく刻むほど、詰まったときの隙間が増える。$k = 1$ では空いたマスにいつでも一台入るので全部埋まる。$k = 2$ では一マスだけの隙間が残り、k が大きくなるほど、残りうる隙間の長さ（1 マスから $k - 1$ マス）の種類が増え、切れ目のない道に近づく——差に k を掛けた値がほぼ 0.2165 でそろうので、差はおよそ $0.2165/k$ で縮む。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、道を車の長さに対してどれだけ細かく刻むかである。一台が一マスなら 1.000000、二マスなら 0.864665、刻みを細かくした極限で 0.747598——同じ「無作為に止めて動かさない」でも、刻み方で詰まり方が変わる。

> **観察 4.2**
>
> 論文284 と並べる。284 のラングミュア吸着では、一つの席に一つの分子が入り、席どうしは独立で、圧力を上げれば覆う割合は 1 に近づく。これは $k = 1$ の側である——一台が二マス以上をまたぐと、隣の席が埋まっているかで入れるかが決まり、席どうしが独立でなくなる。そのとき、どれだけ待っても 1 に届かない。

> **観察 4.3**
>
> 言わないこと。二次元の詰め込み、車が去る場合は扱わない。差が $0.2165/k$ で縮むことも、二つの k で数えただけで式は示さない——示したのは、三つの道筋の一致と、k を変えたときの埋まる割合の並びである。

5. 点呼と結び

1. 積分の式で **0.747598**（計算 2.1）：レーニ。
2. 乱数で **0.747457**（計算 2.2）：差は標準誤差の三倍未満。
3. 詰まっても満杯にならない（観察 2.3）：長さ 1 未満の隙間。
4. $k = 1$ は全部埋まる（計算 3.1）：**1.000000**。
5. $k = 2$ は **0.864665**（計算 3.1）：$1 - e^{-2}$ と一致。
6. k を増やすと単調に下がる（計算 3.1）：**0.747598** に近づく。
7. 差に k を掛けると **0.2165** 前後（計算 3.2）：**0.216543** と **0.216217**。
8. 細かく刻むほど隙間が増える（観察 3.3）：本稿の芯。
9. 刻み方が詰まり方を決める（観察 4.1）：分離子。
10. 一つの席に一つなら 1 に届く（観察 4.2）：論文284。

結び：長い道に長さ 1 の車を無作為に止めていき、止めた車を動かさないと、道の **0.747598** が埋まったところで詰まる。積分の式・乱数・マスに刻んだ道の極限の三つが、この値で一致した。道をマスに刻み、一台が k マスを占めるとすると、$k = 1$ なら全部埋まり、$k = 2$ で 0.864665、$k = 1000$ で 0.747814 と下がる——式との差はおよそ $0.2165/k$ で縮む。分離子は、道を車の長さに対してどれだけ細かく刻むかである。既刊との位置——論文284 の一つの席に一つの分子は $k = 1$ の側で、そこでは覆う割合が 1 に近づけた。正直に言えば——二次元にも、車が去る場合にも、$0.2165/k$ の式にも入っていない。

参考文献

1. Evans, J. W. (1993). Random and cooperative sequential adsorption. *Reviews of Modern Physics*.
2. Flory, P. J. (1939). Intramolecular reaction between neighboring substituents of vinyl polymers. *Journal of the American Chemical Society*.
3. 山岸勇輝 (2026).『ラングミュア吸着とフェルミ分布は、同じ一つの式である』[論文284]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171146

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)