11.94 倍より遠い円軌道へは、いったんさらに遠くへ出てから戻るほうが燃料が少なくて済む

— 行き先の半径が出発の 11.938765 倍を超えると、B を十分遠くした二楕円のほうが速度の変化の合計が少ない — 15.581719 倍を超えると、どの B でも二楕円が安い — ただし時間は、半径 20 倍・$B = 100$ で 24 倍かかる — [論文637]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

半径 1 の円軌道から半径 R の円軌道へ移る。ホーマン遷移は、楕円に乗る噴射と円に戻す噴射の二回で行く。二楕円遷移は、まず遠点 B（$B > R$）の楕円に乗り、B で近点を R まで上げ、R で円に戻す三回で行く。燃料は速度の変化の合計 Δv が大きいほど多く要るので、Δv の合計で比べる（出発の円軌道の速さを 1 とする）。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、境は二つある——B を限りなく遠くした二楕円がホーマンと等しくなるのは $R = 11.938765$ である。ホーマンの Δv は $R = 15.581719$ で最大の 0.536258 になり、それより遠い行き先では、どの B でも二楕円のほうが安かった。二つの境の間の $R = 13$ では、B が 48.904843 より遠いときだけ二楕円が安い（第2節・第3節）。 第二に、これが本稿の芯である。ホーマンの Δv は、行き先が遠いほど増え続けるのではない——$R = 3.304167$ を超えると、行き先の円軌道に入る Δv が、出発点から無限遠へ逃げる Δv（$\sqrt{2} - 1 = 0.414214$）より大きくなる。遠くの円軌道に入るほうが、逃げ切るより高くつく。だから、ほとんど逃げ切るほど遠くへ出てから戻る道が、安くなりうる（第2節）。 第三に、内訳を並べると、二楕円は出発点で多く燃やし、遠くでわずかに燃やす——$R = 20$・$B = 100$ で、ホーマンは $0.380131 + 0.154600 = 0.534731$、二楕円は $0.407195 + 0.043663 + 0.065068 = 0.515927$ で、0.018805 安い。ただし時間はホーマンの 24.207343 倍かかる（第4節）。 第四に、式の Δv で本当に着く——軌道を数値で積分し、ホーマンも二楕円も、式の Δv で遠点・近点を通って半径 20 の円軌道に 10^{-5} 以内で着くことを確かめた。地球の高度 300 km の円軌道から月の距離の円軌道（$R = 57.560963$）へは、ホーマン 3.936544 km/s に対し、遠くへ出る二楕円は 3.621910 km/s である（第5節・第6節）。 キーワード：ホーマン遷移、二楕円遷移、軌道遷移、Δv、軌道力学。

> 本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ホーマン遷移（ホーマン、1925）、二楕円遷移（シュテルンフェルト、1934）、二つの境 11.94 と 15.58 は、いずれも既知である。実際の打ち上げ計画は論じない——時間の制約、重力の他の天体、噴射にかかる時間は入れない。時間は比だけを書く。二楕円が得をする理由を一つに断定しない——噴射の内訳を並べるだけである。既刊との関係：論文506 は、同じ燃料でも速いところで燃やすほど大きなエネルギーになることを示した——ここでは、行き先へ直接行く二回の噴射と、遠回りする三回の噴射の Δv の合計を比べ、遠回りが安くなる境を数える。二楕円は、速さの最も大きい出発点でホーマンより多く燃やし、速さの小さい遠点でわずかに燃やす。加えたのは、境 11.938765・15.581719 と、無限遠へ逃げる Δv を超える 3.304167 を出したこと、$R = 13$ で二楕円が安くなる B を出したこと、式の Δv を軌道の数値積分で確かめたこと、分離子を行き先の半径の比 R に置いたことである。

1. 記法と問い

単位：出発の円軌道の半径を 1、そこでの円軌道の速さを 1 とする。行き先の円軌道の半径を R、二楕円の中間の遠点を B とする。

ホーマン遷移：近点 1・遠点 R の楕円に乗って行く。速度の変化の合計は

$$H(R) = \left(\sqrt{\frac{2R}{1+R}} - 1\right) + \left(\sqrt{\frac{1}{R}} - \sqrt{\frac{2}{R(1+R)}}\right)$$

である。

二楕円遷移：近点 1・遠点 B の楕円に乗り、B で近点を R に上げ、R で円に戻す。B を限りなく遠くすると、合計は

$$H_\infty(R) = (\sqrt{2} - 1)\left(1 + \frac{1}{\sqrt{R}}\right)$$

に近づく。

問い：どの R から、遠回りのほうが安くなるか。

2. 二つの境

計算 2.1：$H(R) = H_\infty(R)$ となる R は $\mathbf{11.938765}$ だった。$H(R)$ は $R = 15.581719$ で最大の 0.536258 になる。$H(R)$ が、出発点から無限遠へ逃げる Δv である $\sqrt{2} - 1 = 0.414214$ を超え始めるのは $R = 3.304167$ である。

> **観察 2.2**
>
> これが本稿の芯である。ホーマンの Δv は、行き先が遠いほど増え続けるのではない。R が 3.304167 を超えると、遠くの円軌道に入るほうが、無限遠へ逃げ切るより多くの Δv を要する。そして $R = 15.581719$ を過ぎると、ホーマンの Δv は減りはじめ、R を限りなく大きくすると $\sqrt{2} - 1$ に近づく——ほとんど逃げ切るほど遠くへ出てから、わずかな噴射で戻る道が、直接行く道より安くなりうるのは、このためである。

3. 二つの境の間

計算 3.1：R を 15.581719 のすぐ外から 200 まで 400 通り、B を R のすぐ外から 10^8 まで 120 通り動かすと、すべてで二楕円のほうが安かった。境の間の $R = 13$ では、B が 48.904843 より遠いときだけ二楕円が安く、それより近いと高かった。

> **観察 3.2**
>
> 11.94 と 15.58 の間では、どこまで遠くへ出るかが損得を決める。B を R に近づけると、二楕円はホーマンに一致する（三回目の噴射が 0 になる）——遠回りの得は、十分に遠くへ出たときにだけ現れる。

4. 内訳と時間

計算 4.1：$R = 20$・$B = 100$ で、噴射ごとの Δv を並べた。

遷移	一回目	二回目	三回目	合計
ホーマン	0.380131	0.154600	—	0.534731
二楕円（$B = 100$）	0.407195	0.043663	0.065068	0.515927
二楕円（$B \to \infty$）	—	—	—	0.506835

二楕円は 0.018805 安い。かかる時間は、出発の円軌道の周期を 1 として、ホーマン 17.011944、二楕円 411.813965 で、24.207343 倍である。

> **観察 4.2**
>
> 二楕円は、出発点で多く燃やし、遠くでわずかに燃やす。一回目はホーマンの **0.380131** より大きい **0.407195**、遠点 **100** での二回目は **0.043663** にすぎない——速さが最も大きい出発の円軌道で多くを燃やし、速さの小さい遠点では少しで軌道の形を変えている。

5. 別の道筋：軌道の数値積分

計算 5.1：軌道を数値で積分し、式の Δv で噴射した。ホーマンは遠点 **20.000000** に着き、二回目の噴射のあと一周する間、半径は **20.000000** のままだった。二楕円は遠点 **100.000000**、二回目の噴射のあとの近点 **20.000000**、三回目のあと一周の半径 **20.000000** だった。どちらも 10^{-5} 以内で着いた。

6. 実際の大きさ

計算 6.1：地球の重力定数を使い、高度 **300 km** の円軌道（半径 **6678.137 km**）から出発した。

行き先	R	ホーマン	二楕円（$B \to \infty$）
静止軌道 **42164** km	**6.313737**	**3.892554** km/s	**4.473683** km/s
月の距離 **384400** km	**57.560963**	**3.936544** km/s	**3.621910** km/s

> **観察 6.2**
>
> 静止軌道（R が **11.94** より小さい）へはホーマンが安く、月の距離（**15.58** より大きい）へは遠くへ出る二楕円が安い。月の距離の円軌道に入るホーマンの **3.936544 km/s** は、静止軌道の **3.892554 km/s** より大きい——はるかに遠い行き先でも Δv はわずかしか増えず、そこでは遠回りのほうが勝つ。

7. 分離子

> **観察 7.1**
>
> 分離子は、行き先の半径の比 R である。R が 11.94 より小さければホーマン、15.58 より大きければどの B でも二楕円、その間では B の遠さ次第である——同じ二つの円軌道の間でも、「直接行くほうが安い」は R の範囲に属する話である。

> **観察 7.2**
>
> 論文506 と並べる。506 は、同じ燃料でも速いところで燃やすほど大きなエネルギーになることを示した——ここでは、二楕円が速さの最も大きい出発点でホーマンより多く燃やし、速さの小さい遠点でわずかに燃やしている。どこで燃やすかが、Δv の合計を左右する。

> **観察 7.3**
>
> 言わないこと。実際の打ち上げ計画、時間の制約、ほかの天体の重力は扱わない。二楕円の得を一つの理由に断定もしない——示したのは、境の値、内訳、数値積分での確かめである。

8. 点呼と結び

1. $R = 11.938765$ で等しい（計算 2.1）：B を限りなく遠く。
2. $R = 15.581719$ でホーマンが最大（計算 2.1）：0.536258。
3. $R = 3.304167$ から逃げるより高い（計算 2.1）：$\sqrt{2} - 1$ を超える。
4. ホーマンは増え続けない（観察 2.2）：本稿の芯。
5. 15.58 より遠ければどの B でも二楕円（計算 3.1）：400 通り×120 通り。
6. $R = 13$ では $B > 48.904843$（計算 3.1）：境の間。
7. $R = 20$ で 0.018805 安い（計算 4.1）：時間は 24.207343 倍。
8. 出発点で多く、遠くでわずかに（観察 4.2）：内訳。
9. 数値積分で着く（計算 5.1）：10^{-5} 以内。
10. どこで燃やすかが効く（観察 7.2）：論文506。

結び：半径 1 の円軌道から半径 R の円軌道へ移るとき、R が 11.938765 を超えると、いったん遠くへ出てから戻る二楕円遷移のほうが、直接行くホーマン遷移より速度の変化の合計が少なく、15.581719 を超えるとどこまで出ても安い。ホーマンの Δv は行き先が遠いほど増え続けるのではなく、$R = 3.304167$ を超えると無限遠へ逃げるより高くつき、15.581719 で最大になる——だから、ほとんど逃げ切るほど遠くへ出てから戻る道が安くなりうる。式の Δv で本当に着くことは、軌道の数値積分で確かめた。分離子は、行き先の半径の比 R である。既刊との位置——論文506 の「どこで燃やすか」が、ここでは噴射の内訳に現れる。正直に言えば——時間の制約や実際の打ち上げ計画には入っておらず、二楕円の得の理由も一つには断定していない。

参考文献

1. Hohmann, W. (1925). *Die Erreichbarkeit der Himmelskörper*. Oldenbourg.
2. 山岸勇輝 (2026).『同じ燃料が、燃やす場所で 3.90 倍のエネルギーになる』[論文506]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22861840

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)